

Ein bildbasierter Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie

Didaktische Rekonstruktion und wissenschaftliche Konstruktion
zur Strahlablenkung an Linsen, Prismen und Gittern

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
Dr. phil.
der Pädagogischen Hochschule Weingarten

vorgelegt von
Sascha Grusche, geb. am 24.03.1986 in Löbau

Weingarten, Juni 2017

Datum der Disputation: 13.03.2018
Jahr der Veröffentlichung: 2018

Erstgutachter: Prof. Dr. Florian Theilmann
Zweitgutachter: Prof. Dr. Herbert Gerstberger
Drittgutachter: Prof. Dr. Roger Erb

Zusammenfassung

In schulbuchgemäßen Unterrichtsgängen zur Linsenabbildung und Spektroskopie werden optische Phänomene und das Strahlenmodell nur unzureichend aufeinander bezogen. Zudem trennen viele Lernende kaum zwischen dem Modell des Lichtstrahls und dem Phänomen des Lichtbündels.

In modellorientiertem Unterricht zu Linsen, Prismen und Gittern wird das Strahlenmodell axiomatisch eingeführt. Nichtsdestotrotz wird das Strahlenmodell anhand des Phänomens eines Lichtbündels veranschaulicht. Die eigentlichen Phänomene (nämlich optische Bilder) kommen dabei oft zu kurz. Zudem wird das Strahlenmodell zu stark vom Wellenmodell abgegrenzt.

In phänomenbasiertem Unterricht werden die optischen Bilder ausgiebig beobachtet. Hierbei werden meist einzelne Bildpunkte betrachtet. Dies entspricht jedoch nicht der ganzheitlichen Sicht der Lernenden. Zudem wird das Strahlenmodell weitestgehend gemieden.

Vor diesem Hintergrund wird ein bildbasierter Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie vorgestellt. Ausgehend von ganzen Bildern führt dieser Zugang zum Strahlenmodell und darüber hinaus zum Wellenmodell.

Der bildbasierte Zugang wird gemäß dem Modell der Didaktischen Rekonstruktion auf die Sicht der Forschenden und die Sicht der Lernenden abgestimmt. Für die fachliche Klärung werden Texte von Johannes Kepler und Vaibhav Vaish, von Isaac Newton und Matthias Rang, von Joseph Fraunhofer und José Lunazzi sowie von Albrecht Dürer analysiert. Für die Erfassung der Lernerperspektive werden bisherige Studien zusammengetragen und eigene Vermittlungsexperimente (*Teaching experiments*) durchgeführt. Für die didaktische Strukturierung werden die phänomenologische Methode und die Modellmethode zu einer phänomenbasierten Modellmethode zusammengeführt. Dadurch wird ein schrittweiser Übergang von der Phänomenwelt zur Modellwelt ermöglicht.

Der bildbasierte Zugang erfolgt in sechs Schritten: 1. Alltagsnahe Phänomene der Linsenabbildung und Spektroskopie beobachten. 2. Innerhalb des Linsenbildes und Spektrums ganze Einzelbilder offenbaren. 3. Linsenabbildung und Spektroskopie als Überlagerung von Einzelbildern betrachten. 4. Die räumliche Verteilung der Einzelbilder anhand von Verbindungslinien übersichtlich darstellen. 5. Die Verbindungslinien anwenden, um die Überlagerung der Einzelbilder zum Gesamtbild vorherzusagen. 6. Das Modellhafte dieser so genannten Strahlen besprechen.

Auf diese Weise werden Phänomenwelt und Modellwelt klar voneinander getrennt. Gleichzeitig werden die beobachtbaren Bilder und die hinzugedachten Strahlen klar aufeinander bezogen.

In Vermittlungsexperimenten mit Siebtklässlern und Studierenden konnte der bildbasierte Zugang genutzt werden, um die Lernenden von ihrem holistischen Standpunkt zum analytischen Standpunkt der Forschenden zu begleiten.

Darüber hinaus hat der bildbasierte Zugang zu fachwissenschaftlichen Erkenntnissen geführt. Diese werden ebenso dargestellt. Für die Linsenabbildung wird eine bildbasierte Konstruktionsmethode entwickelt. Sie enthält die herkömmliche Konstruktionsmethode als Spezialfall. Im Bereich der Spektroskopie wird ein einfaches Verfahren zur Spektralsynthese beschrieben (*Superposition of Newtonian Spectra, SNS*) und spektral kodierte Bildprojektion vorgestellt (*Projected-Image Circumlineascopy, PICS*). Analog dazu wird Newtons *experimentum crucis* umgedeutet. Zudem wird die abbildungsoptische Beschreibung des Spektroskops erweitert und eine hyperspektrale Bildgebungstechnik namens *spatiospectral scanning* eingeführt. An diesen Beispielen wird gezeigt, wie Didaktische Rekonstruktion zur wissenschaftlichen Konstruktion beitragen kann.

Abstract

In German textbooks about lens imaging and spectroscopy, the relationship between optical phenomena and the ray model is not sufficiently clarified. Moreover, students hardly distinguish between the model of a light ray and the phenomenon of a light beam.

In model-oriented courses about lenses, prisms, and gratings, the ray model is introduced in the form of axioms. Still, the ray model is visualized by the phenomenon of light beams. Meanwhile, the original phenomena (namely images) are neglected. Furthermore, the ray model is separated too much from the wave model.

In phenomenon-based courses, the optical images are thoroughly observed. Often, individual image points are considered. However, this treatment does not correspond to the holistic view of many learners. Moreover, the ray model is avoided as far as possible.

Against this backdrop, an image-based approach to lens imaging and spectroscopy is proposed. Based on whole images, this approach leads to the ray model and further on to the wave model.

The image-based approach is designed according to the Model of Educational Reconstruction, mediating between learners' and scientists' ideas. For scientific clarification, texts by Johannes Kepler and Vaibhav Vaish, by Isaac Newton and Matthias Rang, by Joseph Fraunhofer and José Lunazzi, as well as by Albrecht Dürer, are analyzed.

For insights into the learners' perspective, previous studies are gathered and teaching experiments are performed. For didactic structuring, the phenomenological method and the modeling method are integrated within a phenomenon-based modeling method, enabling a stepwise transition from phenomena to models.

The image-based approach involves six steps: First, everyday phenomena of lens imaging and spectroscopy are observed. Second, whole individual images are revealed within the lens image and spectrum. Third, lens imaging and spectroscopy are treated as a superposition of individual images. Fourth, the spatial arrangement of those individual images is represented by connecting them with lines. Fifth, these lines are used to predict the superposition of the individual images within the composite image. Sixth, these so-called rays are discussed as a scientific model.

In this way, phenomena are clearly separated from models. At the same time, the relationship between observable images and imaginary rays is clarified.

In teaching experiments with seventh-graders and prospective teachers, the image-based approach was effective in guiding the learners from their holistic standpoint to the scientists' analytic standpoint.

Beyond that, the image-based approach has led to scientific insights. These are presented, as well. For lens imaging, an image-based construction method is devised. It includes the common method as a special case. For spectroscopy, a simple method of spectral synthesis is described as a *Superposition of Newtonian Spectra (SNS)*, and spectrally encoded image projection is presented in the form of *Projected-Image Circumlin-eascopy (PICS)*. Analogously, Newton's *experimentum crucis* is reinterpreted. Moreover, the imaging principle of a spectroscope is described in a more general way, and a hyperspectral imaging technique called *spatiospectral scanning* is introduced. These examples are used to illustrate how Educational Reconstruction may contribute to scientific construction.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|------------|
| Zusammenfassung | i |
| Abstract | iii |
| Inhaltsverzeichnis | v |
| Abbildungsverzeichnis | vii |
| Einleitung | 1 |
| 1 Bekannte Unterrichtsgänge zu Linsen, Prismen und Gittern | 5 |
| 1.1 Schulbuchgemäße Unterrichtsgänge | 5 |
| 1.2 Modellorientierte Unterrichtsgänge | 20 |
| 1.3 Phänomenbasierte Unterrichtsgänge | 23 |
| 1.4 Fazit zu bekannten Unterrichtsgängen | 34 |
| 2 Forschungsrahmen und Forschungsfragen | 35 |
| 2.1 Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion | 35 |
| 2.2 Forschungsfragen | 37 |
| 3 Methoden | 39 |
| 3.1 Fachliche Klärung | 39 |
| 3.2 Erfassung der Lernerperspektive | 39 |
| 3.3 Didaktische Strukturierung | 41 |
| 3.4 Vorgehen bei der Didaktischen Rekonstruktion | 49 |
| 4 Fachliche Klärung | 51 |
| 4.1 Johannes Keplers Sicht auf die Linsenabbildung | 52 |
| 4.2 Die Sicht von Computergrafikern auf die Linsenabbildung | 62 |
| 4.3 Isaac Newtons Sicht auf prismatische Versuche | 67 |
| 4.4 Matthias Rangs Sicht auf prismatische Spektren | 77 |
| 4.5 Joseph Fraunhofers Sicht auf Gitterspektren | 86 |
| 4.6 José Lunazzis Sicht auf die Abbildung durch ein Gitter | 92 |
| 4.7 Albrecht Dürers Sicht auf perspektivische Bilder | 97 |
| 5 Übersicht zu den Manuskripten | 105 |
| 5.1 Anordnung der Manuskripte | 105 |
| 5.2 Kurzdarstellungen der Manuskripte | 105 |
| 6 Manuskripte zum bildbasierten Zugang | 111 |

| | |
|--|------------|
| Manuskript 1: „Präkonzepte zur Projektion eines unscharfen Bildes mit einer Linse“ | 112 |
| Manuskript 2: „Developing students‘ ideas about lens imaging: teaching experiments with an image-based approach“ | 122 |
| Manuskript 3: „Seeing lens imaging as a superposition of multiple views“ | 131 |
| Manuskript 4: „Comment on ‘From the pinhole camera to the shape of a lens: the camera-obscura reloaded’“ | 141 |
| Manuskript 5: „Two different looks at Kepler’s refraction experiment“ | 143 |
| Manuskript 6: „Präkonzepte zur Projektion und Inspektion durch ein Prisma“ | 152 |
| Manuskript 7: „Students‘ ideas about prismatic images: teaching experiments for an image-based approach“ | 161 |
| Manuskript 8: „Ein bildbasierter Zugang zu spektroskopischen Versuchen“ | 188 |
| Manuskript 9: „Revealing the nature of the final image in Newton’s experimentum crucis“ | 197 |
| Manuskript 10: „Spielfilm auf Spaghetti: Spektrale Bildprojektion“ | 204 |
| Manuskript 11: „Didaktische Rekonstruktion als Beitrag zur wissenschaftlichen Konstruktion“ | 209 |
| Manuskript 12: „Spectral synthesis provides two-dimensional videos on a one-dimensional screen with 360°-visibility and mirror-immunity“ | 231 |
| Manuskript 13: „Buchbesprechung zu Olaf Müllers ‚Mehr Licht. Goethe mit Newton im Streit um die Farben‘“ | 242 |
| Manuskript 14: „Basic slit spectroscope reveals three-dimensional scenes through diagonal slices of hyperspectral cubes“ | 243 |
| 7 Gesamtdiskussion | 253 |
| 7.1 Zusammentragung der Einzelergebnisse | 253 |
| 7.2 Die Schrittfolge beim bildbasierten Zugang | 276 |
| 7.3 Leitlinien für einen bildbasierten Zugang | 277 |
| 7.4 Reflexion der Didaktischen Rekonstruktion der Linsenabbildung und Spektroskopie | 279 |
| 8 Rückblick und Ausblick | 293 |
| 8.1 Rückblick | 293 |
| 8.2 Ausblick | 297 |
| 9 Danksagung | 299 |
| 10 Literaturverzeichnis | 303 |

| | |
|---|------------|
| 11 Anhänge | 311 |
| Anhang A: Suchergebnisse zu den Themen Linse, Prisma und Gitter in physikdidaktischen Zeitschriften | 311 |
| Anhang B: Schulbuchanalyse: Didaktische Strukturierungen zu Linsen, Prismen und Gittern | 322 |
| Anhang C: Fragebogen für die siebte Klassenstufe | 343 |
| Anhang D: Leitfaden für die Vermittlungsexperimente | 347 |
| Anhang E: Newtons <i>experimentum crucis</i> im Maßstab 1:10..... | 348 |

Abbildungsverzeichnis

| | |
|---|----|
| Abb. 1: Linsenabbildung und Spektroskopie im Goethehaus in Weimar. | 1 |
| Abb. 2: Gedankensprung vom ganzen Bild zu einzelnen Lichtkegeln..... | 12 |
| Abb. 3: Veranschaulichung des Strahlenverlaufs an der Linse. | 14 |
| Abb. 4: Lichtbündel am Prisma. | 15 |
| Abb. 5: Strahlen am Beugungsgitter..... | 16 |
| Abb. 6: Bildoptische Wirkung einer Konvex- beziehungsweise Konkavlinse..... | 25 |
| Abb. 7: Bildoptische Wirkung einer Konvexlinse auf einen Fensterausblick..... | 25 |
| Abb. 8: Scharfes Abbild auf dem Gesicht. | 25 |
| Abb. 9: Bildoptische Hinführung zur herkömmlichen Strahlenkonstruktion an der Linse. | 26 |
| Abb. 10: Das Doppelprisma als Vorstufe zur Vergrößerungslinse. | 26 |
| Abb. 11: Von der Lochkamera über Prismen zur Linse. | 27 |
| Abb. 12: Linsenabbildung im Lichtwegkonzept. | 27 |
| Abb. 13: Die Linsenwirkung im Konzept optischer Wege..... | 28 |
| Abb. 14: Monochromatische Einzelbilder in prismatischen Kantenspektren. | 29 |
| Abb. 15: Blick durch feinmaschigen Stoff. | 30 |
| Abb. 16: Beugungsspektren im Konzept optischer Wege. | 30 |
| Abb. 17: Beugung im Lichtwegkonzept..... | 31 |
| Abb. 18: Virtuelle Beugungsspektren im Gitterraum-Konzept..... | 32 |
| Abb. 19: Teilaufgaben im Modell der Didaktischen Rekonstruktion..... | 35 |
| Abb. 20: Handlungszusammenhang zwischen Phänomen und Modell..... | 45 |
| Abb. 21: Ablauf der Didaktischen Rekonstruktion der Linsenabbildung. | 49 |
| Abb. 22: Ablauf der Didaktischen Rekonstruktion der Spektroskopie. | 50 |

| | |
|---|-----|
| Abb. 23: Kepler erforscht <i>imago</i> (die Ansicht auf der Linse) und <i>pictura</i> (das Abbild auf dem Papier)..... | 52 |
| Abb. 24: Keplers Konzept <i>Quasi-parallele Strahlen</i> und der damit verbundene Begriff vom <i>Brennpunkt</i> | 53 |
| Abb. 25: Keplers Konzepte zur Projektion eines wirklichen Bildes mit einer Linse. | 54 |
| Abb. 26: Keplers Konzept <i>Linsenabbildung im Auge</i> | 55 |
| Abb. 27: Keplers Konzepte zur Betrachtung eines Gegenstandes durch eine Linse. | 57 |
| Abb. 28: Keplers Konzept <i>Gesteigerte Divergenz</i> | 58 |
| Abb. 29: Ähnlich wie bei der Linsenabbildung kann man mit Synthetic Aperture Imaging scharfe Einzelbilder von verschiedenen Beobachtungspunkten zu einem teils scharfen, teils unscharfen Gesamtbild überlagern. | 62 |
| Abb. 30: Konzepte zum Strahlengang bei Synthetic Aperture Imaging. | 64 |
| Abb. 31: Konzepte zu perspektivisch verschiedenen Einzelbildern bei Synthetic Aperture Imaging..... | 64 |
| Abb. 32: Mit einem Prisma an einer Lochblende erzeugt Newton ein regenbogenfarbiges, längliches Bild der Sonne. | 67 |
| Abb. 33: Konzepte Newtons zum Strahlengang bei prismatischer Betrachtung..... | 68 |
| Abb. 34: Konzepte Newtons zum Strahlengang bei prismatischer Projektion..... | 70 |
| Abb. 35: Newtons entscheidender Prismenversuch..... | 71 |
| Abb. 36: Konzepte Newtons zu prismatischen Bildern..... | 73 |
| Abb. 37: Konzepte Rangs zur Abbildung durch ein Prisma..... | 77 |
| Abb. 38: Konzepte Rangs zur Ansicht durch ein Prisma. | 79 |
| Abb. 39: Rangs Konzept <i>Objektivierte Ansicht</i> | 80 |
| Abb. 40: Konzepte Rangs zum Strahlengang am Prisma. | 82 |
| Abb. 41: Fraunhofers Konzept <i>Aufgereihte Spaltbilder</i> | 86 |
| Abb. 42: Fraunhofers Konzepte zur Strahlengeometrie für das jeweilige Spaltbild. | 87 |
| Abb. 43: Fraunhofers Konzepte zur Strahlablenkung am Gitter. | 88 |
| Abb. 44: Fraunhofers Konzepte zur Beugung am Gitter. | 89 |
| Abb. 45: Lunazzis Konzepte zum Strahlengang am Beugungsgitter. | 93 |
| Abb. 46: Lunazzis Konzepte zur dispersionsbedingten Perspektivüberlagerung am Beugungsgitter. | 95 |
| Abb. 47: Berechnete versus konstruierte Bildorte. | 96 |
| Abb. 48: Beiträge der Manuskripte 1 bis 5 zur Didaktischen Rekonstruktion der Linsenabbildung. | 253 |
| Abb. 49: Beiträge der Manuskripte 6 bis 14 zur Didaktischen Rekonstruktion der Spektroskopie. | 254 |
| Abb. 50: Konstruktion zur Linsenabbildung anhand von Einzelbilder-Pyramiden, unter Nutzung von Parallelverschiebungen der Randstrahlen zum Linsenmittelpunkt. | 259 |

(Auf ein Verzeichnis der Abbildungen im Anhang wurde aus Platzgründen verzichtet.)

Einleitung



Abb. 1: Linsenabbildung und Spektroskopie im Goethehaus in Weimar.

Im Physikunterricht sollen die Lernenden von ihrer alltäglichen Erfahrungswelt zur wissenschaftlichen Modellwelt übergehen. Allerdings liegt zwischen diesen beiden Welten eine Kluft (Müller, 2017).

Besonders im Optikunterricht erscheint die Kluft unüberwindbar groß. Die Lernenden stützen sich gern auf ihre ganzheitliche Erfahrung; sie nehmen den Gegenstand und dessen Bild als Ganzes wahr (Galili & Hazan, 2000). Forschende hingegen nutzen meist eine punktweise Denkfigur; sie denken sich Gegenstand und Bild als Ansammlung von leuchtenden Punkten. Dies gilt insbesondere für die Linsenabbildung und auch für die Spektroskopie, zwei klassische Themen im Optikunterricht.

Im Unterricht zu Linsen, Prismen und Gittern geht es vor allem um die wissenschaftlichen Konzepte von Kepler, Newton und Fraunhofer. Diese Forscher haben ihre bahnbrechenden Erkenntnisse zur Linsenabbildung und Spektroskopie in der Sprache eines Strahlenmodells formuliert:

„Ein Punkt eines sichtbaren Gegenstandes wird auf dem Papier mit allen Strahlen, welche er gegen die Linse sendet, wieder ungefähr in einem Punkte zusammengezogen.“ (Kepler, 1904, S. 22)

„*The Light of the Sun consists of Rays differently Refrangible.*“ (Newton, 1979, S. 26)

„Wird [...] Licht durch eine *grosse Anzahl schmaler Oeffnungen* [...] gebeugt, so entstehen durch die gegenseitige Einwirkung der gebeugten Strahlen auf einander [...] Spectra [...].“ (Fraunhofer, 1823, S. 339)

Kurzum: Eine Linse zieht Strahlen von einem Gegenstandspunkt in einem Bildpunkt zusammen. Ein Prisma bricht Strahlen je nach Farbe unterschiedlich stark. Ein Gitter beugt Strahlen je nach Farbe unterschiedlich stark.

Wohl bemerkt: Strahlen sind nicht sichtbar, sondern hinzugedacht (Abbildung 1). Strahlen sind also kein Phänomen, sondern ein Modell (Leisner, 2005).

Um die Kluft zwischen der Modellwelt und der Erfahrungswelt zu überbrücken, veranschaulicht die Lehrperson den Strahlengang meist in Form von Lichtbündeln. Dadurch werden die Lernenden zum analytischen Standpunkt von Kepler, Newton und Fraunhofer eingeladen. Allerdings werden sie nicht abgeholt: Während die Lernenden den Strahlenverlauf in Form von Lichtbündeln sehen, müssen sie sich die sonst beobachtbaren Bilder hinzudenken. Solch einen Unterrichtsgang könnte man als *strahlenbasierten Zugang* bezeichnen, da er beim strahlenoptischen Standpunkt der Forschenden beginnt, statt beim bildbezogenen Standpunkt der Lernenden (Kapitel 1.1).

„Darüberhinaus zeigt sich häufig, daß im schulüblichen Vorgehen vorhandene Schülervorstellungen nicht ausreichend aufgearbeitet [werden] und der Modellbildungsprozeß hin zum Lichtstrahl nicht deutlich als solcher thematisiert wird.“ (Erb, 1999, S. 30)

Es verwundert daher nicht, dass viele Lernende den Zusammenhang zwischen den einzelnen Strahlen und dem ganzen Bild nicht verstehen, und dass sie nicht zwischen dem Strahlenmodell und dem Phänomen des Lichtbündels unterscheiden (Galili & Hazan, 2000).

Dieses Lernproblem im Umgang mit optischen Phänomenen und Modellen ist seit Jahrzehnten bekannt und es gibt vielfältige Lösungsversuche. Grob betrachtet kann man zwei Ansätze unterscheiden: modellorientierten Unterricht und phänomenbasierten Unterricht.

Im modellorientierten Unterricht (Leisner, 2005) sollen die Lernenden durch schrittweise Modellbildung zur Modellwelt gelangen. Allerdings wird das Strahlenmodell auf fachlich unangemessene Weise vom Wellenmodell abgegrenzt, und die Phänomene werden nicht ausreichend gewürdigt (Kapitel 1.2).

In phänomenbasiertem Unterricht (Westphal, 2014) werden die Phänomene ausgiebig untersucht. Dadurch werden die Lernenden aus ihrer Erfahrungswelt abgeholt. Allerdings ist auch in phänomenbasiertem Optikunterricht meist eine punktweise Sicht erforderlich, und das Strahlenmodell wird weitestgehend gemieden (Kapitel 1.3).

Angesichts dessen wollen wir einen Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie entwickeln, der ausgehend von ganzen Bildern zum Strahlenmodell führt—und darüber hinaus zum Wellenmodell.

Bei diesem *bildbasierten Zugang* sollen die Lernenden schrittweise von ihrem holistischen Standpunkt zum analytischen Standpunkt der Forschenden begleitet werden. Dies kann nur gelingen, wenn der bildbasierte Zugang von beiden Seiten aus konstruiert wird: einerseits aus der Erfahrungswelt, andererseits aus der Modellwelt. Die Kluft zwischen diesen beiden Welten muss durch passende Lernhandlungen „aufgefüllt“ werden (Müller, 2017), damit die Lernenden zum wissenschaftlichen Standpunkt übergehen können.

Um zwischen der Sicht der Lernenden und der Sicht der Forschenden zu vermitteln, nutzen wir das bewährte Modell der Didaktischen Rekonstruktion (Kapitel 2). Es bildet einen nützlichen Rahmen für die fachliche Klärung, die Erfassung der Lernerperspektive und die didaktische Strukturierung (Kapitel 3).

Damit der bildbasierte Zugang von der Welt der optischen Phänomene zur Welt der Lichtmodelle führt, erfolgt die *didaktische Strukturierung* im Sinne von phänomenbasiertem und modellorientiertem Unterricht (Kapitel 3.3).

Für die *fachliche Klärung* ziehen wir die historischen Werke von Kepler, Newton, Fraunhofer und sogar Dürer heran und betrachten sie aus der modernen Sicht von Vaish, Rang und Lunazzi (Kapitel 4). Hierbei wollen wir klären, wie die Forschenden von den beobachtbaren Bildern zu den hinzugedachten Strahlen gekommen sind—und umgekehrt.

Zur *Erfassung der Lernerperspektive* nutzen wir neben bisherigen Studien auch eigene Fragebögen und Vermittlungsexperimente mit Schülerinnen und Schülern sowie Studierenden (Manuskripte 1-2 und 6-7 in Kapitel 6; Übersicht in Kapitel 5). Hierbei wollen wir nachvollziehen, welche Zusammenhänge die Lernenden zwischen Bildern und Strahlen herstellen. So können wir den bildbasierten Zugang auf die Lernerperspektive abstimmen (Manuskripte 3-5 und 8-10 in Kapitel 6—Übersicht in Kapitel 5). Die wesentlichen Unterschiede zwischen dem herkömmlichen Zugang und dem entwickelten Zugang sind in Tabelle 1 dargestellt.

Tab. 1: Gegenüberstellung von strahlenbasierten und bildbasierten Zugängen

| | Strahlenbasierter Zugang | Bildbasierter Zugang |
|--------------------------------|---|--|
| Erklärung des Gesamtbildes | Das Linsenbild / Spektrum wird <i>anhand von Strahlenschnittpunkten</i> erklärt. | Das Linsenbild / Spektrum wird <i>anhand von ganzen Einzelbildern</i> erklärt. |
| Einführung des Strahlenmodells | Das Strahlenmodell wird <i>zu Beginn</i> eingeführt, typischerweise <i>anhand von Lichtbündeln</i> ; oder es wird als <i>bekannt</i> vorausgesetzt. | Das Strahlenmodell wird <i>zum Schluss</i> eingeführt, typischerweise <i>anhand von Einzelbildern</i> ; oder man <i>verzichtet</i> auf das Modell. |
| Konstruktionsmethode | Das Linsenbild / Spektrum wird <i>anhand von Gesetzen für die Strahlablenkung</i> konstruiert. | Das Linsenbild / Spektrum und die Strahlen werden <i>anhand von Regeln für die Anordnung der Einzelbilder</i> konstruiert. |
| Hauptzweck von Strahlen | Strahlen werden vor allem verwendet, um die <i>Ausbreitung des Lichts</i> zu beschreiben. | Strahlen werden vor allem verwendet, um die <i>Anordnung der Einzelbilder</i> zu beschreiben. |

Durch den bildbasierten Zugang bekommen wir einen frischen Blick auf bekannte optische Versuche. Dadurch gewinnen wir auch fachwissenschaftliche Erkenntnisse (Manuskripte 11-14 in Kapitel 6—Übersicht in Kapitel 5). Die Didaktische Rekonstruktion dient damit nicht nur den Lernenden, sondern auch den Forschenden.

Einleitung

Eine Gesamtdiskussion findet in Kapitel 7 statt. Dort werden die Ergebnisse der Manuskripte aus Kapitel 6 zusammengetragen, Schritte für einen bildbasierten Zugang angegeben, Leitlinien für die Unterrichtsgestaltung formuliert und die Didaktische Rekonstruktion reflektiert. In Kapitel 8.1 erfolgt ein Rückblick; in Kapitel 8.2 wird ein Ausblick gegeben.

1 Bekannte Unterrichtsgänge zu Linsen, Prismen und Gittern

Sucht man in fachdidaktischen Zeitschriften der letzten drei Jahrzehnte nach Unterrichtsvorschlägen zum Thema Linsen, Prismen und Gitter, findet man hunderte Artikel, siehe Anhang A. Schaut man sich diese genauer an, sieht man nur vereinzelt Beiträge, die über herkömmliche Schulbuchdarstellungen hinausgehen. Zur Darstellung von bekannten Unterrichtsgängen beschränken wir uns daher zunächst auf die Analyse von Schulbüchern.

In den Schulbüchern werden die Zusammenhänge zwischen optischen Phänomenen und Modellen jedoch nur unzureichend geklärt. Angesichts dessen werden wir nach den Schulbüchern auch Beiträge zu modellorientiertem und phänomenbasiertem Optikunterricht auswerten.

Schon allein aus Platzgründen können wir hier keine vollständige Übersicht über bestehende Unterrichtsgänge geben. Vielmehr wollen wir die hartnäckigen Probleme aufzeigen, die wir mit einem bildbasierten Zugang lösen möchten.

1.1 Schulbuchgemäße Unterrichtsgänge

Welchen Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie wählen Lehrerinnen und Lehrer? Erfahrungsgemäß nutzen sie insbesondere das Schulbuch, um den Unterrichtsgang zu gestalten, zumal die Schulbuchstruktur an die typische Unterrichtsstruktur angelehnt ist (Merzyn, 1994). Wir können also einen Eindruck vom herkömmlichen Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie gewinnen, indem wir Schulbuch-Kapitel über Linsen, Prismen und Gitter analysieren, siehe Anhang B. Um eine unvoreingenommene Auswahl zu gewährleisten und dennoch eine überschaubare Anzahl an Schulbüchern zu erhalten, schauen wir uns alle aktuell zugelassenen Schulbücher für Gymnasien in Baden-Württemberg an.

Bezüglich Linsen und Prismen analysieren wir die folgenden Schulbücher für die Klassenstufen 8-10:

- Kienle, R., & Pardall, C.-J. (Hrsg.). (2014). *Universum Physik: Gymnasium, Baden-Württemberg, Band 1*. Berlin: Cornelsen.
- Boysen, G., Heise, H., Lichtenberger, J., Schepers, H., Schlichting, H. J., & Schön, L.-H. (Hrsg.). (2007). *Fokus Physik: Gymnasium, Baden-Württemberg, Band 1*. Berlin: Cornelsen.
- Dekorsy, K., Gutjahr, U., Höfer, T., Karsten, F., Maier, J., Mittag, A., ... Wolf, M. (Hrsg.). (2006). *Impulse Physik 1 für die Klassen 7 / 8 der Gymnasien in Baden-Württemberg*. Stuttgart: Klett.

- Meyer, L., & Schmidt, G.-D. (Hrsg.). (2015). *Physik: Lehrbuch für die Sekundarstufe I, Gymnasium, Baden-Württemberg, Band 1*. Berlin: Duden.
- Appel, T., Eiselt, F., Küchenberg, F., Lechner, H., Müller, M., Serret, R., ... Ulrich, P. (Hrsg.). (2006). *Spektrum Physik 1 – Neubearbeitung: Baden-Württemberg 7/8, Gymnasium*. Braunschweig: Schroedel.
- Bader, F., & Oberholz, H.-W. (Hrsg.). (2003). *Dorn-Bader Physik: Gymnasium, Sekundarstufe I*. Hannover: Schroedel.

Zum Thema Gitter analysieren wir die folgenden Schulbücher für die Kursstufe:

- Boysen, G., Heise, H., Lichtenberger, J., Schepers, H., Schlichting, H.-J. (Hrsg.). (2005). *Oberstufe Physik: Gesamtband*. Berlin: Cornelsen.
- Bredthauer, W., Bruns, K. G., Dorn, H.-J., Grote, M., Hannibal, L., Renner, M., ... Zimmerscheid, F. (Hrsg.). (2011). *Impulse Physik: Oberstufe*. Stuttgart: Klett.
- Meyer, L., & Schmidt, G.-D. (Hrsg.). (2011). *Lehrbuch Physik: Gymnasiale Oberstufe*. Berlin: Duden.
- Grehn, J., & Krause, J. (Hrsg.). (2002). *Metzler Physik*. Hannover: Schroedel.

1.1.1 Inhaltliche Grobstruktur

Alle Schulbuchdarstellungen weisen eine unterschiedliche Feinstruktur auf. Mithilfe Qualitativer Inhaltsanalyse (Mayring, 2010) lassen sich jedoch einige Grobstrukturen herauslesen.

Bei Versuchen mit *Linsen* werden meist schmale Lichtbündel hindurchprojiziert, um den Strahlengang zu untersuchen. Ausgehend von den ausgezeichneten Strahlen—Brennpunktstrahl, Parallelstrahl und Mittelpunktstrahl—wird die Linsenabbildung konstruiert. Meist unabhängig davon wird der Zusammenhang zwischen Gegenstandsweite und Bildweite im Versuch erarbeitet.

Bei Versuchen am *Prisma* wird meist ein weißes Lichtbündel hindurchprojiziert, um ein farbiges Lichtband zu erhalten. Ausgehend von der Farbauffächerung wird Newtons Theorie der unterschiedlich brechbaren Lichtsorten eingeführt. Am Prisma werden Farbmischgesetze untersucht und die Grundlagen für ein Verständnis des Regenbogens gelegt.

Bei Versuchen am *Gitter* wird meist ein weißes Spaltbild hindurchprojiziert, um Beugungsspektren zu erhalten. Ausgehend von dem Wellenmodell, das zuvor am Doppelspalt erarbeitet wurde, werden die Beugungsspektren anhand konstruktiver Interferenz erklärt. Ein Beugungsgitter bekannter Gitterkonstante wird zur Ermittlung von Wellenlängen verwendet, oder Licht bekannter Wellenlänge wird zur Ermittlung der Gitterkonstanten genutzt.

1.1.2 Lernhandlungen zwischen Phänomen und Modell

Die Handlungen, die in den Schulbüchern dargestellt oder nahegelegt werden, lassen sich durch Qualitative Inhaltsanalyse (Mayring, 2010) in einer überschaubaren Anzahl von Kategorien zusammenfassen (Tabellen 2-4). Hierbei kann man verschiedene Handlungsebenen einer phänomenologischen Untersuchung (Müller, 2017) und der verallgemeinerten Modellmethode (Leisner-Bodenthin, 2006) wiedererkennen, zumindest ansatzweise. Die Handlungen sind in manchen Schulbüchern teilweise so angeordnet, dass ein Übergang von den optischen Phänomenen zum Strahlenmodell stattfindet. Unsere tabellarische Zusammenstellung aller schulbuchgemäßen Handlungsarten erscheint geeignet, phänomenbasierten und modellorientierten Unterricht zu planen.

Tab. 2: Schulbuchgemäße Lernhandlungen zum Thema Linsen

| Handlungsebene | Handlungsart |
|---|---|
| Alltagserscheinung beschreiben | Lichtfleck mit Linse im Sonnenlicht erzeugen |
| | Linse oder Wassertropfen als Lupe nutzen |
| Erscheinungen experimentell untersuchen | Ausgedehnte Lichtquelle unscharf abbilden |
| | Ausgedehnte Lichtquelle scharf abbilden |
| | Punktförmige Lichtquelle(n) mit großer Lochblende abbilden |
| | Punktförmige Lichtquelle(n) unscharf abbilden |
| | Punktförmige Lichtquelle(n) scharf abbilden |
| | Durch Linse schauen |
| | Linse teilweise abdecken |
| | Breites Lichtbündel durch Zylinderlinse lassen |
| | Schmales Lichtbündel durch Zylinderlinse lassen |
| Erscheinungen ordnen | Qualitative Zusammenhänge zwischen Messgrößen formulieren |
| | Abbildungsfälle unterscheiden |
| Mathematisch darstellen | Formel aus Messergebnissen herleiten |
| Strahlenmodell einführen | Schmale Lichtbündel als Strahlen denken |
| | Ausgezeichnete Strahlen definieren |
| Strahlenmodell anwenden | Lichtausbreitung beschreiben |
| | Bildentstehung erklären / vorhersagen |
| | Formel aus Strahlenkonstruktion herleiten |
| Strahlenmodell bewerten | Ausgezeichnete Strahlen als reine Konstruktionslinien einstufen |

Tab. 3: Schulbuchgemäße Lernhandlungen zum Thema Prismen

| Handlungsebene | Handlungsart |
|---|---|
| Alltagserscheinung beschreiben | Farbeffekt an prismatischem Alltagsgegenstand betrachten |
| | Regenbogen oder Nebenregenbogen betrachten |
| Erscheinungen experimentell untersuchen | Umgebung durch Prisma betrachten |
| | Weißer Streifen durch Prisma betrachten |
| | Farbigen Streifen durch Prisma betrachten |
| | Beleuchteten Spalt durch Prisma betrachten |
| | Weißes Spalt- oder Lochblendenbild durch Prisma projizieren |
| | Schmales, weißes Lichtbündel durch Prisma lassen |
| | Ausgewählte Spektralfarbe durch Prisma lassen |
| | Alle oder einige Spektralfarben zusammenführen |
| | Linienpektrum projizieren |
| | Spektrum filtern |
| Erscheinungen ordnen | Komplementärfarben gegenüberstellen |
| | Spektralfarben im Farbkreis anordnen |
| Mathematisch darstellen | Winkel zwischen Kopfschatten und Regenbogen angeben |
| Strahlenmodell anwenden | Lichtausbreitung am Prisma beschreiben |
| | Entstehung des Schirmbildes erklären |
| | Entstehung eines Spektrums erklären |
| | Entstehung einer Mischfarbe erklären |
| | Regenbogen oder Nebenregenbogen erklären |

Tab. 4: Schulbuchgemäße Lernhandlungen zum Thema Gitter

| Handlungsebene | Handlungsart |
|---|--|
| Alltagserscheinung beschreiben | Sonne oder Kerze durch alltägliche Gitterstrukturen betrachten |
| Erscheinungen experimentell untersuchen | Kerze durch Gitter betrachten |
| | Punkt- oder linienförmige Lampe durch Gitter betrachten |
| | Spaltbild durch Gitter projizieren |
| | Lampenbild durch Gitter projizieren |
| | Mit Laser durch Gitter leuchten |
| | Spektrum filtern |
| | Abstand zwischen reellen Maxima auf Maßstab ablesen |
| | Abstand zwischen virtuellen Maxima auf Maßstab ablesen |
| Erscheinungen ordnen | Spektren gemäß Aussehen einteilen |
| | Spektren gemäß Entstehung einteilen |
| | Spektren gefiltert und ungefiltert gegenüberstellen |
| Mathematisch darstellen | Abstände in Ablenkwinkel übersetzen |
| Strahlenmodell anwenden | Lichtausbreitung am Gitter beschreiben |
| | Entstehung des Beugungsbildes erklären |
| | Wellenrichtung angeben |
| | Gitterformel herleiten |
| Strahlenmodell bewerten | Strahlenmodell als Teil des Wellenmodells einstufen |
| | Anwendungsbereiche abgrenzen |

1.1.3 Schwachpunkte der Schulbuchdarstellungen

Bei genauerer Prüfung erweisen sich die gedanklichen Verbindungen *zwischen* den Handlungsschritten als schwach. Der Übergang vom Phänomen zum Modell findet also nur oberflächlich statt. Insbesondere werden die beobachtbaren Bilder und die gedachten Strahlen nur unzureichend aufeinander bezogen:

- Bei der Durchleuchtung von Linsen, Prismen und Gittern wird der *Bildcharakter* des entstehenden Phänomens nicht gewürdigt.
- Bei der Linsenabbildung erfolgt ein *gedanklicher Sprung* von der eigenen Beobachtung zur fertigen Theorie.
- Die *Veranschaulichung* des Strahlenmodells erfolgt meist über Lichtbündel.
- Eine *Erarbeitung* des Strahlenmodells an Linsen, Prismen und Gittern erfolgt nicht anhand der beobachtbaren Bilder, sondern anhand von Lichtbündeln oder gar nicht.
- Eine *Anwendung* des Strahlenmodells auf den Blick durch ein Prisma oder Gitter erfolgt selten.
- Die *Bewertung* des Strahlenmodells wird größtenteils vernachlässigt.
- Schematische Darstellungen sind teils *grundlegend falsch*.

Diese Schwachpunkte werden im Folgenden anhand von Beispielen erläutert. Dabei wird aufgezeigt, welche Lernschwierigkeiten und Fehlvorstellungen durch die Schulbuchdarstellungen hervorgerufen oder verstärkt werden können.

Unerwähnter Bildcharakter

Bei der Beleuchtung durch Linsen, Prismen und Gitter wird nicht erwähnt, dass gleichzeitig etwas abgebildet wird.

Bei einer *Linse* im Sonnenschein wird die Erscheinung in der Brennebene als heller Fleck, helle Stelle, oder sogar als Punkt bezeichnet:

„Lenke Sonnenlicht durch eine [...] Linse auf ein Blatt Papier. [...] In einem bestimmten Abstand zwischen Linse und Papier entsteht ein sehr kleiner, heller Fleck [Herv. SG].“ (Dekorsy, Gutjahr, Höfer, Karsten, Maier, Mittag, ... Wolf, 2006, S. 66)

„Hält man ein Brennglas geschickt in die Sonne, dann kann man damit ein Stück Papier entzünden [...]. [...] Brenngläser gehören zu den Sammellinsen. [...] Sammellinsen lenken durch Brechung alle zur Achse parallelen Lichtstrahlen ungefähr durch einen Punkt [Herv. SG] auf der anderen Seite der Linse.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 156)

„Fallen Lichtbündel auf einen solchen Glaskörper [wie die Lupe], so wird das Licht gebündelt und es entsteht eine Stelle, die besonders hell ist. [...] Durch eine Lupe wird also ein Lichtbündel so gebrochen, dass es hinter dem Glaskörper in einem Punkt [Herv. SG] zusammenläuft, *gesammelt* wird.“ (Appel, Eiselt, Küchenberg, Lechner, Müller, Serret, ... Ulrich, 2006, S. 76)

„Mit einer Linse kann man Sonnenlicht in einem Punkt [Herv. SG] bündeln.“ (Kienle & Pardall, 2014, S. 72)

„Mit einem Brennglas kannst du Papier ‚ankokeln‘. In einem bestimmten Abstand wird jedes parallele Lichtbündel im Brennpunkt [Herv. SG] zusammengeführt.“ (Boysen, Heise, Lichtenberger, Schepers, Schlichting, & Schön, 2007, S. 60)

„Bei intensivem Licht kann sich an diesem Punkt [Herv. SG], in dem das Licht gebündelt wird, ein Gegenstand entzünden.“ (Meyer & Schmidt, 2015, S. 101)

Dass es sich um ein Abbild der Sonne handelt, wird nicht erwähnt.

Auch am *Prisma* wird nicht gesagt, was abgebildet wird. Ein prismatisches Spektrum wird als farbiges Lichtband bezeichnet und als Ergebnis der farbspezifischen Lichtbrechung aufgefasst:

„Ein schmales Bündel weißen Lichts trifft schräg auf eine ganz mit Wasser gefüllte Wanne. Von der Seite beobachtest du, dass das Licht zweimal seine Richtung ändert. An der Wand entsteht ein bunter Lichtfleck [Herv. SG] mit den Farben des Regenbogens, Rot oben, Blau unten [...]. Wir wiederholen den Versuch mit rotem und danach mit blauem Licht. Du beobachtest wieder die zweifache Brechung, aber es erscheinen keine weiteren Farben. Das blaue Licht wird stärker gebrochen als das rote Licht.“ (De-korsy et al., 2006, S. 56)

„Wir stellen in den Lichtweg ein Prisma [...]. Nun beobachten wir auf dem Schirm nicht mehr ein Bild des weißen Spalts, [...] sondern ein in vielen Farben leuchtendes Band [Herv. SG] [...]. Wir erklären uns dies dadurch, dass die Stärke der Brechung von der Farbe abhängt.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 150)

„Wenn ein schmales Bündel von diesem [weißen] Licht auf ein Prisma gelenkt wird, dann entsteht hinter dem Prisma ein prächtiges Farbband [Herv. SG] [...]. Diese Erscheinung der Auffächerung von weißem Licht in verschiedene Lichtsorten lässt sich so erklären: **Weißes Licht ist aus verschiedenen Lichtsorten zusammengesetzt, wobei wir die verschiedenen Lichtsorten als verschiedene Farben wahrnehmen.** [Herv. im Original]“ (Meyer & Schmidt, 2015, S. 132)

„Fällt das weiße Licht eines glühenden Körpers (Glühlampe) auf ein Glasprisma, so können wir dahinter auf einem Schirm Farben wie beim Regenbogen beobachten. Diese Farberscheinung [Herv. SG] wird als **Spektrum** [Herv. im Original] bezeichnet. All diese Spektralfarben [Herv. im Original] sind bereits im weißen Licht enthalten.“ (Appel et al., S. 98)

„Ein schmales Bündel aus weißem Licht trifft auf ein Glasprisma. [...] Der Versuch zeigt, dass das Lichtbündel hinter dem Prisma nicht mehr parallel ist, sondern immer breiter wird. Außerdem sieht der obere Rand rötlich und der untere bläulich aus. Wenn das Licht in einiger Entfernung auf einen Schirm trifft, dann sieht man dort ein farbiges Lichtband [Herv. SG] [...]. Rotes Licht wird am wenigsten gebrochen, violettes am stärksten.“ (Kienle & Pardall, 2014, S. 86-87)

In keinem der analysierten Schulbücher wird klargestellt, dass es sich bei einem prismatischen Spektrum um farbspezifisch versetzte *Spaltbilder* handelt. Dementsprechend wird eine Spektrallinie nicht als Abbild des spektroskopischen Spaltes, sondern als Erzeugnis eines chemischen Elementes gedeutet. Bei doppeldeutigen Formulierungen

kann die Fehlvorstellung entstehen, dass die Spektrallinien vom Stoff ausgesandt werden:

„Bei der Untersuchung des Spektrums einer Öllampe fiel ihm [Joseph Fraunhofer] eine helle gelbe Linie auf, die senkrecht durch das Spektrum verlief. [...] Diese gelbe Linie geht vom Stoff Natrium aus [Herv. SG], einem Bestandteil des Kochsalzes.“ (Boysen et al., 2007, S. 113)

Auch beim Beugungsbild hinter einem *Gitter* ist nicht von Spaltbildern die Rede, sondern von Streifen, Linien, Maxima, oder einem Muster:

„Auf dem Schirm erscheinen in der Mitte ein heller Streifen [Herv. SG] und daneben, symmetrisch zur Mitte, mehrere Farbstreifen [Herv. SG] [...]“ (Bredthauer, Bruns, Dorn, Grote, Hannibal, Renner, ... Zimmerscheid, 2011, S. 204)

„Im monochromatischen Licht (Natrium-, Quecksilberdampf Lampe oder Laser) entstehen statt der breiten Farbränder einfarbige scharfe Linien [Herv. SG] [...]“ (Grehn & Krause, 2002, S. 296)

„Die Entstehung von Gitterspektren wird verständlich, wenn man zunächst von einfarbigem Licht ausgeht [...]. In Bild 1 sind die Lichtbündel hervorgehoben, die zum Maximum 1. Ordnung [Herv. SG] beitragen.“ (Boysen, Heise, Lichtenberger, Schepers, & Schlichting, 2005, S. 221-222)

„Mit einer Lichtquelle wird der Spalt ausgeleuchtet, mit der Abbildungslinse wird er scharf auf dem Schirm abgebildet. Nach Einbau eines optischen Gitters ist auf dem Schirm ein Interferenzmuster [Herv. SG] zu beobachten.“ (Meyer & Schmidt, 2011, S. 394)

In den Schulbüchern werden die optischen Bilder als Lichteffekte bezeichnet. Hierbei deutet sich schon an, dass es nicht um die beobachtbaren Bilder, sondern um das vorgestellte Licht gehen soll. Dadurch wird es den Lernenden erschwert, einen Bezug zwischen Strahlen und Bildern herzustellen. Ohne diesen Bezug fallen viele Lernende auf ihre ursprünglichen Vorstellungen zurück und vermischen sie unsachgemäß mit wissenschaftlichen Vorstellungen (Galili & Hazan, 2000).

Sprung vom Phänomen zum Modell

Bei der Linsenabbildung geht es von den beobachteten Bildern unvermittelt zu gedachten Lichtkegeln.

Diese Lichtkegel werden nicht im Versuch beobachtet, sondern in schematischen Zeichnungen dargestellt (Abbildung 2). Die Theorie kommt wie aus dem Nichts:

„Linsen erzeugen Bilder, indem sie das Licht, das von einem Gegenstandspunkt auf sie trifft, in einem Bildpunkt vereinigen.“ (Kienle & Pardall, 2014, S. 71)

„Alles Licht, das von einem Punkt P der Kerzenflamme auf die Linse fällt, wird von dieser im Punkt P' gesammelt. [...] Mithilfe von Parallelstrahl, Brennstrahl und Mittelpunktstrahl lässt sich das bei einer Linse entstehende Bild ganz leicht konstruieren.“ (Appel et al., 2006, S. 79-80)

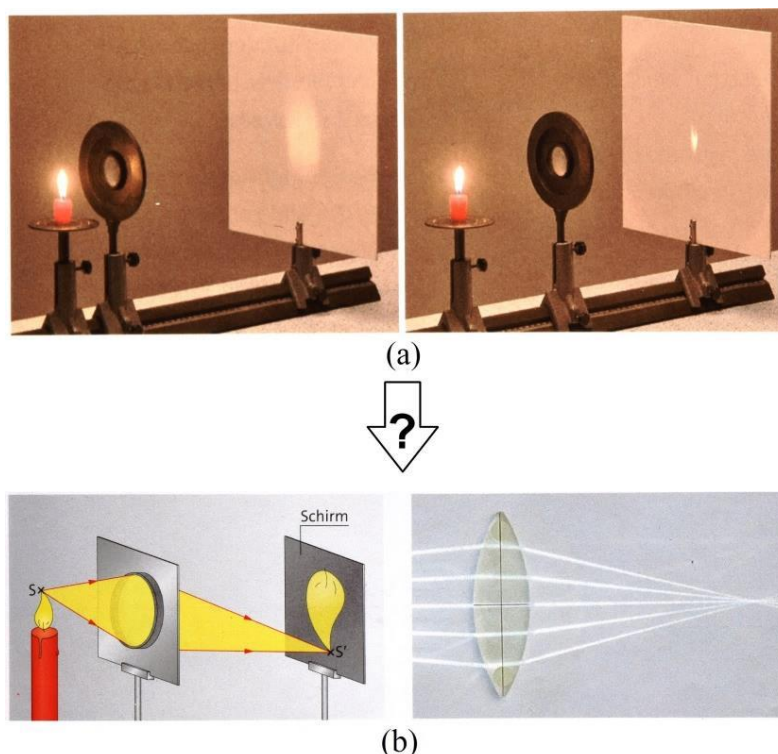


Abb. 2: Gedankenprung vom ganzen Bild zu einzelnen Lichtkegeln. (a) Beobachtungen eines unscharfen und scharfen Kerzenabbildes. Bildzitat aus Kienle & Pardall (2014, S. 70). (b) Theorie der Punkt-zu-Punkt-Abbildung durch beidseitige Lichtkegel. Bildzitat aus Kienle & Pardall (2014, S. 71).

Was für Eingeweihte ein kleiner Schritt sein mag, ist für Neulinge ein großer Sprung: Der ganze Gegenstand soll gedanklich in einzelne Punkte zerlegt werden, es soll angenommen werden, dass jeder Gegenstandspunkt kegelförmig zur Linse leuchtet; ebenso soll das ganze Bild gedanklich in einzelne Punkte zerlegt werden, und es soll angenommen werden, dass zu jedem Bildpunkt ein Lichtkegel führt. Es fehlen Zwischenschritte, die von der Beobachtung des ganzen Bildes zur Vorstellung von einzelnen Lichtkegeln führen. Damit die Lernenden von ihrem ganzheitlichen Standpunkt zum wissenschaftlichen Standpunkt gelangen, müssen sie also einen großen Sprung machen.

Nach diesem Gedankensprung wird der Strahlengang an der Linse anhand von feinen Lichtbündeln untersucht beziehungsweise zur Bildkonstruktion angewandt.

Nicht ganz so groß ist der Gedankensprung, wenn man erst die Strahlenverläufe an der Linse untersucht und dann das Bild einer Punktlichtquelle als Strahlenschnittpunkt deutet:

„Die drei **ausgezeichneten Strahlenverläufe** sind: **a)** achsenparalleler Strahl → Brennpunktstrahl **b)** Brennpunktstrahl → achsenparalleler Strahl **c)** Mittelpunktstrahl bleibt Mittelpunktstrahl [...]. Nach *Versuch 1* schneiden sich alle von einem Punkt A ausgehenden Lichtstrahlen, die durch die Linse gehen, hinter der Linse in einem Punkt A'. An dieser Stelle muss der Schirm stehen, damit A scharf abgebildet wird. Die maßstäbliche Zeichnung verdeutlicht, dass unter den Lichtstrahlen, die sich im Bildpunkt A'

schneiden, auch die drei ausgezeichneten Strahlen sind.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 157-158, Herv. im Original)

In diesem Fall wird der Strahlengang an der Linse erarbeitet, bevor ein Verständnis der Linsenabbildung angestrebt wird. Dieses Vorgehen entspricht jedoch nicht der ganzheitlichen Sicht der Lernenden, sondern der analytischen Sicht von Johannes Kepler.

Im *Duden*-Physikbuch wird die fertige Theorie, inklusive Strahlenzeichnung, schon vor dem Versuch geliefert:

„Licht, das von einem Gegenstandspunkt P ausgeht und durch eine Sammellinse fällt, trifft hinter der Linse in einem Bildpunkt P' zusammen. Bringt man an diese Stelle einen Schirm, so erhalten wir ein scharfes Bild des Gegenstandspunktes bzw. des ganzen Gegenstands.“ (Meyer & Schmidt, 2015, S. 112)

In keinem Fall wird die Theorie aus dem eigentlichen Phänomen des Linsenbildes entwickelt. Stattdessen wird eine fertige Theorie anhand des Ersatz-Phänomens des Lichtbündels veranschaulicht. Der gedankliche Zusammenhang zwischen dem ganzen Bild und den einzelnen Lichtbündeln erscheint aus der holistischen Sicht der Novizen nicht unmittelbar nachvollziehbar (Bryan & Slough, 2009; Kiupel, 2000; Sokoloff, 2016). Dadurch wird den Lernenden die Anwendung der Theorie erschwert.

Vertauschung von Phänomen und Modell

Während die Strahlen durch Lichtbündel veranschaulicht werden, müssen die Bilder meist hinzugedacht werden.

Bei der *Linsenabbildung* wird der Strahlengang in fünf der sechs analysierten Schulbücher anhand von schmalen Lichtbündeln durch eine Zylinderlinse untersucht (Abbildung 3):

„Wir lassen schmale Lichtbündel mit parallelen Begrenzungen aus verschiedenen Richtungen auf eine Linse treffen und beobachten die Lichtwege.“ (Dekorsy et al., 2006, S. 66)

„Um Bildpunkte bei Linsen leicht konstruieren zu können, [...] denken [wir] uns schmale Lichtbündel als Lichtstrahlen.“ (Kienle & Pardall, 2014, S. 73)

Die schmalen Lichtbündel sind verwirrenderweise Phänomen und Modell zugleich (Tabelle 5). Aus *fachlicher Sicht* handelt es sich genau betrachtet um ein Schatten-Phänomen: Jedes Lichtbündel ist ein Schattenbild der durchleuchteten Schlitzblende; diese Tatsache wird aber im Unterricht nicht erwähnt. Stattdessen wird im Unterricht behauptet, dass man anhand der Lichtbündel die Lichtwege beobachten könne. Dies ist aus fachlicher Sicht jedoch nicht korrekt, vgl. Erb (1994, S. 72). Betrachtet man nämlich zwei beliebige Punkte A und B entlang der beleuchteten Bahn auf der Unterlage, so muss man sich klarmachen, dass von der Schlitzblende zum Punkt A ein anderer Lichtweg führt als zum Punkt B. Ein und derselbe Lichtweg würde nur durch beide Punkte A und B verlaufen, wenn dieser Lichtweg auf der Unterlage läge. In diesem Fall würde

jedoch das Licht nicht ins Auge gestreut werden und wäre somit nicht zu sehen. Aus *didaktischer Sicht* handelt es sich um ein Anschauungs-Modell: Die Lehrperson nutzt die feinen Lichtbündel, um das Denkmodell der Strahlen zu veranschaulichen. Die Lernenden sollen sich die Lichtbündel als Strahlen denken. Dementsprechend erscheinen die Lichtbündel aus der *Lernerperspektive* als Licht-Phänomen, das kaum von den vorgestellten Lichtstrahlen zu unterscheiden ist. So darf es nicht überraschen, wenn Lernende das Modell des Strahls mit dem Phänomen des Lichtbündels verwechseln (Galili & Hazan, 2000).

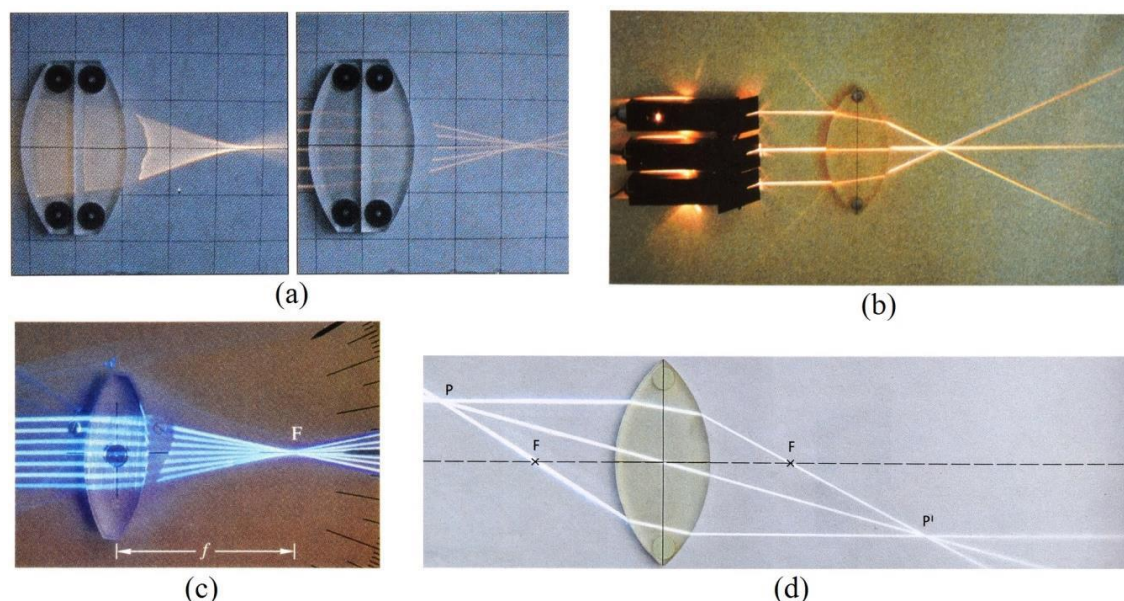


Abb. 3: Veranschaulichung des Strahlenverlaufs an der Linse. Bildzitate aus (a) Appel et al. (2006, S. 77), (b) Meyer & Schmidt (2015, S. 101), (c) Bader & Oberholz (2003, S. 156) und (d) Kienle & Pardall (2014, S. 72).

Tab. 5: Verwirrung beim Blick auf Lichtbündel

| | Fachliche Sicht | Sicht der Lehrperson | Sicht der Lernenden |
|--------------------|------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| Lichtbündel | Schatten-Phänomen | Anschauungs-Modell | Licht-Phänomen |

Nichtsdestotrotz wird von den Lernenden erwartet, dass sie zwischen Phänomen und Modell klar unterscheiden (Leisner, 2005). In manchen Schulbüchern werden das Phänomen des Lichtbündels und das Modell des Lichtstrahls jedoch ununterscheidbar:

„Zu sehr feinen Lichtbündeln sagt man **Lichtstrahlen** [Herv. im Original], denn man kann geometrische Strahlen als *Denkmodell* [Herv. im Original] für diese sehr feinen Lichtbündel verwenden.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 133)

Während die Lernenden die Strahlen an der Zylinderlinse veranschaulicht bekommen, müssen sie sich das Linsenabbild, den abgebildeten Gegenstand sowie die dritte Dimension einer sphärischen Linse *hinzudenken*. Das ursprüngliche Phänomen des Abbildes ist durch das modellhafte Phänomen des Lichtbündels ersetzt worden.

Dementsprechend fällt es vielen Lernenden schwer, Strahlenkonstruktionen auf die Bilderzeugung im Versuch anzuwenden (Galili & Hazan, 2000; Goldberg, & McDermott, 1987; Kaltakci-Gurel, Eryilmaz, & McDermott, 2016; Tural, 2015; Wiesner, 1986). Selbst wenn der schulbuchgemäße Unterricht „experimentell- und phänomenorientiert“ (Mavanga, 2001) gestaltet wird, sind die Lernenden

„nicht in der Lage, die Bildentstehung [...] zu erklären. Wenn sie dazu aufgefordert werden, verwenden sie die holistische Vorstellung, laut derer [sic] das Bild [...] als Ganzes [...] durch die Linse [...] transportiert wird.“ (Mavanga, 2001, S. 194)

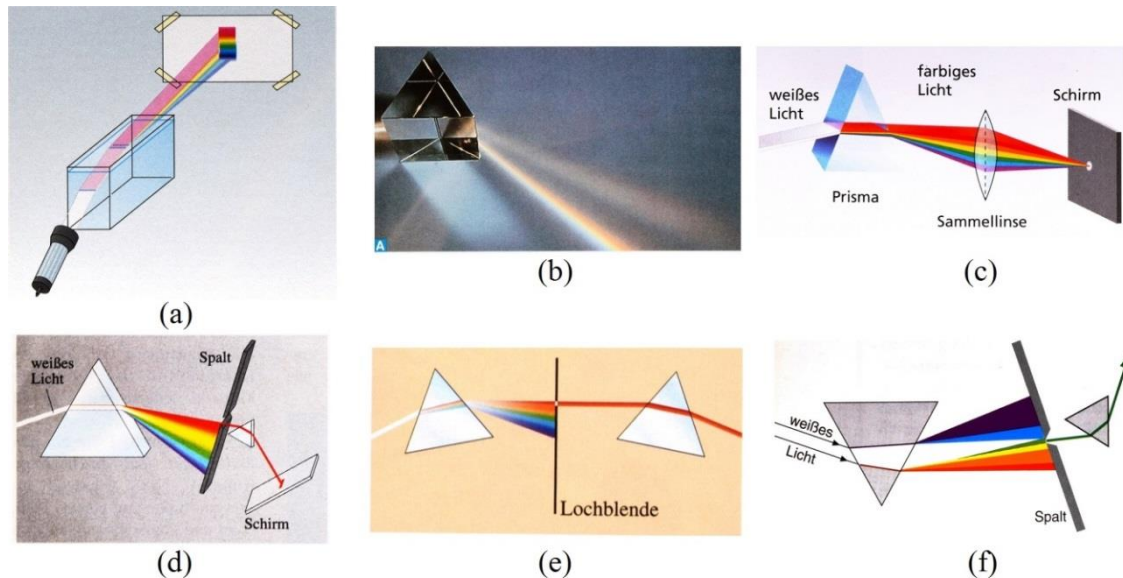


Abb. 4: Lichtbündel am Prisma. Bildzitate aus (a) Dekorsy et al. (2006, S. 56), (b) Kienle & Pardall (2014, S. 86), (c) Meyer & Schmidt (2015, S. 132), (d) Bader & Oberholz (2003, S. 150), (e) Boysen et al. (2007, S. 109) und (f) Appel et al. (2006, S. 98).

Auch am *Prisma* wird meist das hindurchtretende Lichtbündel thematisiert (Abbildung 4). Das hindurchprojizierte Spaltbild hingegen wird vernachlässigt. Im Extremfall wird das Lichtbündel als Strahl bezeichnet:

„Der Laserstrahl wird nicht zerlegt.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 151)

Am *Gitter* werden Lichtbündel bemerkenswerterweise *nicht* im Versuch gezeigt. Nichtsdestotrotz werden Lichtbündel am Gitter oft in Zeichnungen dargestellt (Abbildungen 5(a)-(b)).

In allen untersuchten Schulbüchern werden Strahlen anhand von Lichtbündeln veranschaulicht, ob in Versuchen oder Zeichnungen. Dadurch wird die Einsicht erschwert, dass Strahlen ein Modell sind, aber kein Phänomen.

Mangelhafte Modell-Erarbeitung

Bei der Linsenabbildung wird das Strahlenmodell auf lernhinderliche Weise erarbeitet, bei Prismen und Gittern wird es ohne Erarbeitung angewandt.

An der *Linse* werden die Strahlen in fünf der sechs untersuchten Schulbücher anhand schmäler Lichtbündel entwickelt (Abbildung 3). Wie oben ausgeführt, können dabei Fehlvorstellungen und Lernschwierigkeiten entstehen. Im *Fokus*-Schulbuch wird nur der Richtungsstrahl eingeführt, und zwar als geradlinige Verbindung zwischen Gegenstandspunkt und Bildpunkt (Boysen, Heise, Lichtenberger, Schepers, Schlichting, & Schön, 2007, S. 59-60), vgl. Muckenfuß (1996). Die Randstrahlen von schematischen Lichtkegeln werden zwar gezeichnet, aber nicht kommentiert.

Am *Prisma* und *Gitter* wird das Strahlenmodell in keinem der untersuchten Schulbücher entwickelt; stattdessen wird es unmittelbar und größtenteils unterschwellig angewandt, um die Lichtausbreitung zu beschreiben und die Entstehung eines Spektrums zu erklären (Abbildungen 4 und 5). Der Ursprung des Strahlenmodells bleibt unklar (Erb, 1999, S. 15-16). Dadurch wird den Lernenden ein Verständnis des Strahlenmodells erschwert.

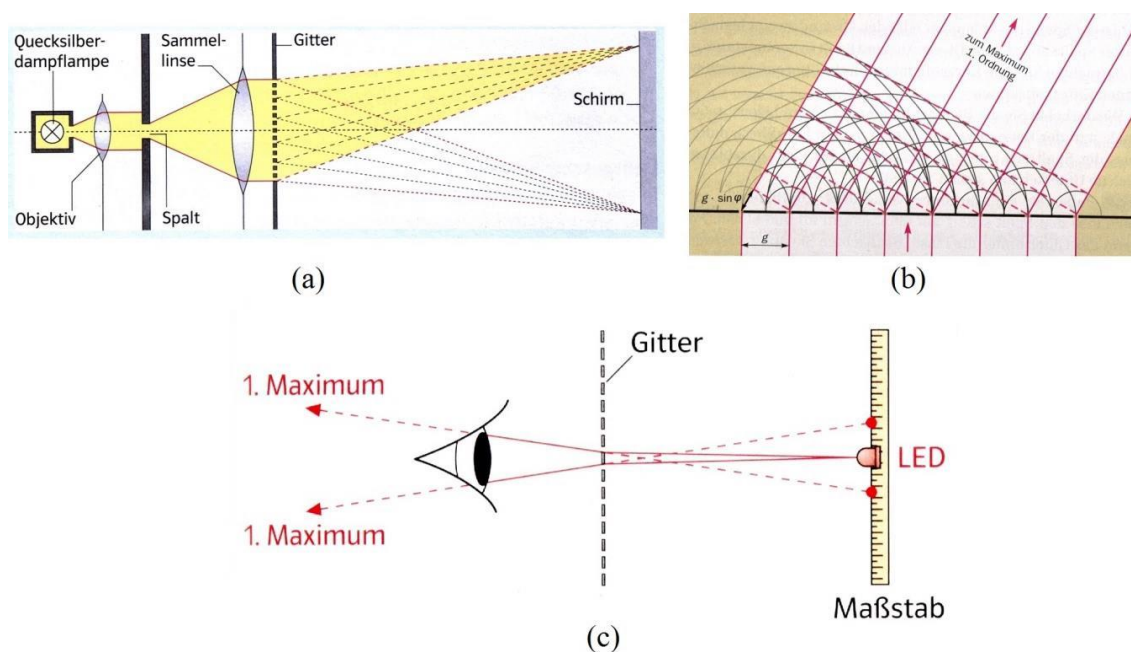


Abb. 5: Strahlen am Beugungsgitter. Bildzitate aus (a) Bredthauer et al. (2011, S. 204), (b) Boysen et al. (2005, S. 222) und (c) Bredthauer et al. (2011, S. 221). In (a) ist der Strahlengang insofern falsch dargestellt, als parallele Strahlen am Spalt nicht divergent und am Gitter nicht konvergent werden können.

Einseitige Modell-Anwendung

Der Strahlengang für den Blick durch ein Prisma oder Gitter wird kaum behandelt.

Der Blick durch das *Prisma* wird nur beim *Duden*-Schulbuch und beim *Fokus*-Schulbuch thematisiert; hierbei fehlt aber ein klarer Bezug zu Strahlen:

„Halte ein Prisma vor dein Auge und schaue hindurch! [...] Lege einen dünnen Streifen Papier auf eine dunkle Fläche vor dich und betrachte ihn durch das Prisma! [...] Ersetze den weißen Papierstreifen durch verschiedene andersfarbige Papierstreifen. [...] Nimm an, dass Licht ein Gemisch aus verschiedenfarbigen Lichtsorten [Herv. SG] ist. Versuche, damit deine Beobachtungen zu erklären!“ (Meyer & Schmidt, 2015, S. 132)

„Baue aus einem Taschenspiegel und einer mit Wasser gefüllten Schale ein Wasserprisma. [...] Halte den Bleistift so, dass du sein Spiegelbild im Wasser vor dem hellen Fenster siehst. Welche Farben haben die Ränder [Herv. SG] am Spiegelbild des Bleistifts?“ (Boysen et al., 2007, S. 107)

Der Blick durch ein *Gitter* wird immerhin in drei der vier analysierten Kursstufen-Bücher besprochen, nämlich von Boysen et al. (2005, S. 221-222), Bredthauer et al. (2011, S. 221) und Grehn & Krause (2002, S. 299). Der zugehörige Strahlengang wird jedoch im erstgenannten Schulbuch nicht dargestellt.

Es ist daher nicht verwunderlich, wenn Lernende den Strahlengang für das virtuelle Bild nicht angeben können. Stattdessen nutzen sie oft unsachgemäße Vorstellungen. Beispielsweise stellen sie sich vor, dass das Bild sich vom Gegenstand ablöst und entlang von Strahlen durch das Prisma (Galili & Hazan, 2000) oder Gitter zum Betrachter reist. Zudem fehlt den Lernenden die Grundlage für ein strahlenoptisches Verständnis des Spektroskops, wenn die Strahlengänge für die virtuellen Bilder hinter Prisma und Gitter nicht angemessen behandelt werden.

Vernachlässigte Modell-Bewertung

Die Bewertung des Strahlenmodells kommt bei der Linsenabbildung zu kurz, fehlt bei Prismen ganz und erfolgt bei Gittern nur teilweise.

Nur bei der *Linsenabbildung* werden Strahlen als reine Konstruktionshilfen bezeichnet. Der Hinweis erfolgt aber nur in vier der sechs analysierten Schulbücher:

„Dabei spielt es keine Rolle, ob die eingezeichneten Lichtstrahlen überhaupt die Linse treffen oder nicht, denn es handelt sich nur um Hilfslinien zur Konstruktion [Herv. SG].“ (Kienle & Pardall, 2014, S. 73)

„Fotografiert man einen hohen Turm [...], dann wird klar, dass die Ausdehnung der Linse für die Abbildung von untergeordneter Bedeutung ist. Bei der Konstruktion zeichnet man deshalb nur die Mittelebene [Herv. SG] und die optische Achse. Die Linse selbst kann man andeuten oder ganz weglassen.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 159)

„Deckt man einen Teil der Linse ab, [...] dann wird das [...] Bild [...] dunkler, bleibt aber vollständig [...]. Zur Bildkonstruktion darf man deshalb auch Lichtstrahlen verwenden, die in Wirklichkeit gar nicht durch die Linse gehen würden [Herv. SG].“ (Dekorsy et al., 2006, S. 72)

„Diese Konstruktionsmethode führt auch zum Ziel, wenn der Gegenstand, der abgebildet werden soll, viel größer ist als die Linse.“ (Appel et al., 2006, S. 80)

Am *Prisma* findet überhaupt keine Bewertung des Strahlenmodells statt.

Die Strahlen am *Gitter* werden in zwei der vier analysierten Kursstufen-Bücher nicht bewertet. Stattdessen wird das Strahlenmodell sprachlich mit dem Wellenmodell vermischt:

„Im Gegensatz zum Doppelspalt sind es hier [hinter dem Gitter] viele (N) Wellen, die sich an einem Raumpunkt überlagern und dort miteinander interferieren können (**Vielstrahlinterferenz**). [...] Alle Strahlen interferieren konstruktiv (Hauptmaximum).“ (Grehn & Krause, 2002, S. 297-298, Herv. im Original)

Durch diese verkürzte Sprechweise könnten Lernende denken, dass Strahlen aus Wellen bestünden (Berge, Lichtenstern & Mikelskis-Seifert, 2009, S. 6). Diese Hybridvorstellung ist aus fachlicher Sicht jedoch unzulässig.

Immerhin wird in demselben Schulbuch in einer Zeichnung angedeutet, dass Strahlen den Wellennormalen entsprechen (Grehn & Krause, 2002, S. 297). Man sollte also besser von Vielwelleninterferenz sprechen statt von Vielstrahlinterferenz. Strahlen geben je nach Zweck die Richtung der Einzelwellen beziehungsweise der Gesamtwellen an.

In den anderen beiden Schulbüchern wird das Strahlenmodell als begrenzt eingestuft:

„Auf dem Schirm, wo [für einen Doppelspalt] nach dem Strahlenmodell die Überlagerung zweier heller Spaltbilder zu erwarten wäre, erscheint eine Reihe heller und dunkler Interferenzstreifen.“ (Boysen, Heise, Lichtenberger, Schepers, & Schlichting, 2005, S. 237)

„Das Wellenmodell des Lichtes erweitert das Strahlenmodell [Herv. SG]. Neben der Ausbreitung, Reflexion, Brechung und Dispersion können mit dem Wellenmodell auch Beugung und Interferenz beschrieben werden. [...] Das Wellenmodell beinhaltet das Strahlenmodell [Herv. SG].“ (Bredthauer, Bruns, Dorn, Grote, Hannibal, Renner, ... Zimmerscheid, 2011, S. 211)

Diese Aussagen sind irreführend. Lernende könnten schlussfolgern, dass man Beugungs- und Interferenzphänomene nicht mit Strahlen beschreiben kann, sondern nur mit Wellen. Diese Lernenden müssten dann verwirrt sein, wenn sie trotzdem in allen Schulbüchern Strahlen am Gitter gezeichnet finden.

Wenn die Bewertung des Strahlenmodells bei Linsen, Prismen und Gittern vernachlässigt wird, bleiben der Zweck, die Ergiebigkeit und die Grenzen des Strahlenmodells unklar. Zudem könnten die Lernenden irrtümlicherweise schlussfolgern, dass Strahlen Bilder erzeugen und farbig sowie wellenförmig seien.

Grundlegend falsche Zeichnungen

In den Schulbüchern sind grundlegende Fehler in den Strahlenzeichnungen zu finden. Durch diese Fehler können Fehlvorstellungen hervorgerufen werden.

Betrachten wir beispielsweise die Zeichnung, in der die prismatischen Farben mithilfe einer Linse zu einem weißen Fleck zusammengeführt werden (Abbildung 4(c)). Bildoptisch gesehen dient die Linse lediglich dazu, die vordere Prismenfläche scharf auf dem Schirm abzubilden. Wenn durch die vordere Prismenfläche ein weißes Lichtbündel mit spaltförmigem Querschnitt tritt, dann muss also auf dem Schirm ein weißes Spaltbild entstehen. Führt man den Versuch durch, erhält man tatsächlich ein weißes Spaltbild, keinen weißen Kreis.

Auch in einer Zeichnung zu Newtons entscheidendem Prismenversuch (Abbildung 4(f)) ist ein Fehler vorhanden. Richtig dargestellt ist, dass nah am Prisma noch eine weiße Mitte zu sehen ist und dass erst in größerer Entfernung ein Grün hervorgeht. Dieses anfängliche Grün ist dann zu sehen, wenn die roten und violetten Spektralfarben aus dem Weiß beseitigt sind. Wenn das anfängliche Grün durch ein zweites Prisma gelassen wird, dann müssen also dahinter alle Spektralfarben außer Rot und Violett erscheinen. Führt man den Versuch durch, sieht man hinter dem zweiten Prisma nicht nur das dargestellte Grün, sondern auch Gelb und Orange sowie Türkis und Blau.

Oft wird auch der Strahlengang für Gitterbeugung falsch gezeichnet, insbesondere der Beleuchtungs- beziehungsweise Abbildungsstrahlengang durch die Linsen vor dem Gitter (Abbildung 5).

Diese Fehldarstellungen lassen auf Fehlvorstellungen der Schulbuchgestaltenden schließen. Wissensfragmente über Strahlen und Bilder sind—vermutlich durch mangelndes Verständnis der optischen Zusammenhänge—fehlerhaft zusammengesetzt worden. Durch solche Konstruktionsfehler in Schulbüchern können Fehlvorstellungen von einer Generation zur nächsten weitergegeben werden.

1.1.3 Fazit zu schulbuchgemäßen Unterrichtsgängen

Bei Schulbuchdarstellungen der Linsenabbildung und Spektroskopie wird das Strahlenmodell früh und ausgiebig genutzt, um die Lichtausbreitung zu beschreiben. Gleichzeitig werden die beobachtbaren Bilder nicht ausreichend gewürdigt. Anstelle der unmittelbaren Phänomene des Linsenbildes, des prismatischen Bildes sowie des Beugungsbildes wird ein modellartiges Phänomen gesetzt: Ein schmales Lichtbündel—ein verkapptes Spaltbild—wird zur Veranschaulichung des Strahlengangs genutzt.

In der Tiefenstruktur der didaktischen Aufbereitung liegt der Ausgangspunkt also nicht bei der bildbezogenen Sicht der Lernenden, sondern bei der strahlenoptischen Theorie der Forschenden. Durch diesen *strahlenbasierten Zugang* wird es den Lernenden erschwert, die Theorie der Brechung, Dispersion und Beugung auf die Bildentstehung

hinter Linsen, Prismen und Gittern anzuwenden. Auch die Schulbuchgestaltenden selbst bringen Strahlen und Bilder nicht immer in den richtigen Zusammenhang.

Wenn der Strahlengang anhand von Lichtbündeln *veranschaulicht* wird, sind Modell und Phänomen schwer zu unterscheiden. Wenn die *Erarbeitung* des Strahlenmodells vernachlässigt wird, wird ein Modellverständnis erschwert. Wenn die *Anwendung* des Strahlenmodells auf den Blick durch ein Prisma oder Gitter vernachlässigt wird, fehlt auch die Grundlage für ein Verständnis des Strahlengangs am Spektroskop. Wenn die *Bewertung* des Strahlenmodells zu kurz kommt, könnten die Lernenden denken, das Licht bestehe aus Strahlen, die genauer betrachtet wellenförmig aussehen würden.

Bei unkritischer Schulbuchnutzung ist also ein mangelndes Verständnis des Strahlenmodells sowie der Bildentstehung bei Linsen, Prismen und Gittern abzusehen.

Offensichtlich besteht eine wesentliche Herausforderung im Optikunterricht darin, Phänomene und wissenschaftliche Denkmodelle sowie Anschauungsmodelle aufeinander zu beziehen. Dementsprechend wollen wir untersuchen, wie in modellorientierten und phänomenbasierten Unterrichtsgängen mit dieser Herausforderung umgegangen wird.

1.2 Modellorientierte Unterrichtsgänge

1.2.1 Einführung des Strahlenmodells und Anwendung bei Linsen

Berge, Lichtenstern und Mikelskis-Seifert (2009) bringen das didaktische Problem des Lichtstrahlmodells auf den Punkt:

„Schülerinnen und Schüler vermengen bei der Untersuchung und Erklärung optischer Vorgänge Modell- und Realitätsebene. Dies spiegelt sich darin wider, dass Hybridmodelle die Schülerargumentationen bestimmen können. Hybridmodelle sind durch ein unreflektiertes Übertragen von Eigenschaften aus der Lebenswelt in die zu modellierenden Bereiche gekennzeichnet. Zudem werden Merkmale unterschiedlicher Modelle in einem Modell unzulässig vereinigt. In den Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler bewegen sich z.B. Teilchen auf Wellenbahnen, die aus größerer Entfernung als Strahlen betrachtet werden können. Auch wird der Lichtstrahl nicht als Modell wahrgenommen, sondern Schülerinnen und Schüler betrachten Lichtstrahlen als Bestandteil des Lichts und somit als Teil der Realität.“ (Berge et al., 2009, S. 6)

Angesichts dieser Vermischung von Modell und Modelliertem raten Berge et al. (2009) davon ab, das Strahlenmodell anhand von Lichtbündeln einzuführen. Stattdessen empfehlen sie, das Strahlenmodell axiomatisch vorzugeben:

„Vor diesem Hintergrund erweist sich die Einführung des Modells ‚Lichtstrahl‘ über das fortgesetzte Einengen eines Lichtbündels als problematisch. Als Konsequenz ergibt sich eine bewusste (und ggf. altersgemäß formulierte) Einführung des Lichtstrahls als Modell, um optische Vorgänge beschreiben und erklären zu können. Das Lichtstrahl-

Modell ist eine Idealisierung, um Schatten-, Reflexions- und Brechungsphänomene etc. grafisch darzustellen und zu erklären:

Das Strahlenmodell: Es wird angenommen, dass Licht aus Lichtstrahlen besteht. Licht breitet sich stets geradlinig aus. Sich kreuzende Lichtstrahlen beeinflussen einander nicht. Ein Lichtstrahl stellt eine Idealisierung dar und wird dementsprechend als unendlich dünn angesehen. Lichtwege sind umkehrbar.“ (Berge et al., 2009, S. 6, Herv. im Original)

Betrachten wir nun diese Postulate aus Sicht der Lernenden. Die Lehrperson sagt: „Es wird angenommen, dass Licht aus Lichtstrahlen besteht“ (Berge et al., 2009, S. 6). Den Lernenden bleibt nichts anderes übrig, als sich Lichtstrahlen als Lichtbestandteile vorzustellen. Diese Vorstellung wollte die Lehrperson doch aber *nicht* hervorrufen! Zum Schluss sagt die Lehrperson: „Lichtwege sind umkehrbar“ (Berge et al., 2009, S. 6). Die Lernenden könnten dies so verstehen: Die Wege der strahlförmigen Lichtbestandteile sind umkehrbar. Aus moderner wissenschaftlicher Sicht sind Strahlen aber keine Lichtbestandteile, die sich auf bestimmten Wegen bewegen, sondern sie *sind* die Wege. Wenn die Lehrperson den didaktischen Empfehlungen von Berge et al. (2009) folgt, werden Fehlvorstellungen und Missverständnisse zum Strahlenmodell also nicht vermieden, sondern wahrscheinlich verstärkt.

Immerhin hat die Lehrperson bei der Anwendung und Bewertung des postulierten Lichtstrahlmodells erneut Gelegenheit, das Modellverständnis der Lernenden zu fördern:

„Nach dem Postulieren des Lichtstrahlmodells sollte dieses dann bei der Untersuchung optischer Phänomene angewendet werden. Wichtig ist hier, konsequent zwischen der Erfahrungswelt und der Modellwelt zu unterscheiden [...] und so ein Lernen über Modelle (bzw. das Lichtstrahlmodell) zu unterstützen.“ (Berge et al., 2009, S. 6)

Aber auch diese Gelegenheit wird verspielt, wenn die Lehrperson dem abschließenden Rat von Berge et al. (2009) folgt, die ausgezeichneten Strahlen bei Linsen zusammen mit Lichtbündeln darzustellen. Schließlich wurden doch Lichtbündel bei der Einführung des Strahlenmodells bewusst vermieden, damit Phänomen und Modell nicht vermengt werden!

In der Tat haben umfangreiche Unterrichtsproben mit eigens geschulten Lehrkräften in den Klassen 7 bis 9 ergeben, dass ein derartiger Unterricht über das Lichtstrahlmodell kaum wirksam ist: „Nur einige wenige scheinen am Ende des Schuljahres über eine domänenspezifische Modellkompetenz zu verfügen“ (Leisner, 2005, S. 244).

1.2.2 Die Modellmethode am Prisma und Gitter

Schon bei Leisner (2005, S. 105) ist die axiomatische Festlegung des Strahlenmodells zu finden. Unabhängig davon schlägt sie traditionsgemäß vor, das Lichtstrahlmodell anhand von Lichtbündeln einzuführen. Dann zeigt sie anhand der Ansicht durch ein

Prisma und der Interferenzmuster hinter einem Gitter, wie man einen Unterricht über Lichtmodelle gestalten kann:

„1. Beobachten eines Phänomens (vertraut werden); Frage formulieren

Warum kann man, wenn man durch ein Prisma schaut, Farbsäume an Kanten von Gegenständen sehen (Dispersion des Lichts)? Warum entstehen, wenn Licht auf ein Gitter fällt, hinter dem Gitter helle und dunkle Räume (Interferenzerscheinungen des Lichts)?

2. Erkennen, dass die direkte Untersuchung des Originals zu keiner Erklärung des Phänomens führt

Es gibt aus der Beobachtung heraus keine Erklärung für diese Phänomene. Wir wissen nicht, was Licht ist.

3. Modellentwicklung bzw. Modellauswahl

Strahlenmodell zur Erklärung auswählen (1. Versuch der Erklärung); [...] Wellenmodell des Lichts anwenden

4. Beantworten der Frage/Lösen des Problems (Modellanwendung)

Strahlenmodell: [...]

Dispersion: Der Lichtstrahl ist ‚weiß‘, durchsichtig‘. Wie daraus Farbe entstehen kann, ist nicht erklärbar.

Interferenz: Lichtstrahlen beeinflussen sich nicht, wenn sie sich schneiden. Helle und dunkle Stellen können nicht erklärt werden. [...]

Wellenmodell des Lichtes: Licht verhält sich wie eine transversale Welle. [...]

Dispersion: [...] Da die Stärke der Brechung von der Wellenlänge abhängig ist, ‚sortieren sich die Wellenlängen‘ [...] und die ‚Überlagerung der einzelnen Wellenlängen‘ wird aufgehoben – die Farben werden sichtbar.

Interferenz: Wenn Licht eine Welle ist, dann können sich Lichtwellen, wie Wasserwellen auch, verstärken oder abschwächen [...].

5. Zweckmäßigkeit und Erklärungswert des Modells prüfen – Reflexion der Modellnutzung/Modellmethode

Strahlenmodell: Das Strahlenmodell kann diese beiden Phänomene nicht erklären. Es ist dafür unzulänglich. Ein anderes Modell muss ausgewählt, entworfen werden. [...]

Wellenmodell: Beide Phänomene können widerspruchsfrei erklärt werden. Das Wellenmodell ist zweckmäßig zur Erklärung der Dispersion und Interferenz.“ (Leisner, 2005, S. 109-110, Herv. im Original)

Zwar erscheint diese Modellmethode allgemein sinnvoll, aber die inhaltliche Umsetzung ist bei jedem Schritt kritikwürdig. Im ersten Schritt kommen die Phänomene zu kurz, wie man an den Fragen merkt: Wenn der Gegenstand am Prisma ist, kann man nämlich keine Farbsäume sehen; wenn Licht ohne Schattengrenzen auf ein Gitter fällt, entstehen dahinter keine hellen und dunklen Räume (außer in den Randbereichen). Im zweiten Schritt wird nicht einmal *versucht*, die Einzelercheinung abzuwandeln, zu vervielfältigen und auf die Versuchsbedingungen zu beziehen. Im dritten Schritt werden das Strahlen- und Wellenmodell als bekannt vorausgesetzt, statt an den Phänomenen selbst erarbeitet zu werden. Im vierten Schritt werden einem Lichtstrahl makroskopische Eigenschaften wie Farbe und Durchsichtigkeit zugeschrieben, als handle es sich um ein tatsächliches Objekt; zudem wird der Strahl als erklärendes Modell aufgefasst, obwohl er ein beschreibendes Modell ist. Im fünften Schritt wird dementsprechend nicht anerkannt, dass man die Erscheinungszusammenhänge am Prisma und Gitter mit dem Strahlenmodell sehr gut erfassen kann. Insgesamt betrachtet erscheint die Anwendung

der Modellmethode auf Lichtstrahlen—auch im Zusammenhang mit Lichtwellen—verbesserungsbedürftig.

1.2.3 Fazit zu modellorientierten Unterrichtsgängen

Bei modellorientierten Unterrichtsgängen zu Linsen, Prismen und Gittern wird das Strahlenmodell schrittweise entwickelt, angewandt und bewertet. Um zwischen Modellwelt und Erfahrungswelt klar zu trennen, wird das Strahlenmodell axiomatisch eingeführt. Ein Zusammenhang zwischen optischen Bildern und Strahlen wird jedoch kaum hergestellt, da die Bilder lediglich den Anlass für die Modellbildung liefern.

Zudem können die axiomatischen Formulierungen das Missverständnis verstärken, dass Strahlen Lichtbestandteile seien. Das Strahlenmodell wird durch Lichtbündel veranschaulicht und kann somit als Phänomen missverstanden werden. Das Strahlenmodell wird klar vom Wellenmodell abgegrenzt und somit in seiner Tragweite beschnitten.

Die Modellmethode erscheint in der allgemeinen Schrittfolge didaktisch sinnvoll; in der bisherigen Anwendung jedoch wurden lernförderliche Maßnahmen durch lernhinderliche Nebenwirkungen unwirksam gemacht.

1.3 Phänomenbasierte Unterrichtsgänge

1.3.1 Einführung des Strahlenmodells

Wie werden Lichtstrahlen in phänomenbasiertem Unterricht (Westphal, 2014) angesprochen? Gar nicht.

Stattdessen redet man sichtbezogen von „Blickrichtungen [...], welche auf ein Ziel gerichtet sind“ (Maier, 1986, S. 166; vgl. Müller & Schön, 2011); von „Visierlinien [...] als vom Auge ausgehende[n] Richtungen“ (Mackensen & Ohlendorf, 1998, S. 45; vgl. Mackensen, 2005; Quick, 2015); von „Sichtwegen“ (Westphal, 2014) oder „Sehwegen“ zum gesehenen Bild (Quick, 2015). Lichtbezogen spricht man von „Lichtwegen“ (Erb, 1994; Erb, 1999; Müller & Schön, 2011; Quick, 2015; Westphal, 2014), von „Schattenlinien“ (Julius, 1984) und von „Tastwegen“ (Quick, 2015). Sicht- und lichtbezogen redet man von „optischen Wegen“ (Maier, 1986; Sommer, 2005). Diese Begriffe sind geometrisch gleichwertig mit dem Strahlenmodell; durch die *andere Sprechweise* sollen aber Fehlvorstellungen vermieden werden:

„Der Begriff des Lichtstrahls kann durch den des Lichtwegs ersetzt werden, ohne daß sich aus fachlicher Sicht Vor- oder Nachteile ergeben, da lediglich ein anderes Wort für die gleiche Modellvorstellung benutzt wird. Für den Begriff ‚Lichtweg‘ spricht allerdings, daß er selbst schon auf den wesentlichen Sachverhalt, nämlich die Lichtausbreitung hinweist [statt auf Lichtbestandteile, Anm. d. Verf.].“ (Erb, 1999, S. 23)

Zudem wird die Strahlengeometrie handlungsorientiert am ursprünglichen Phänomen erarbeitet. Beispielsweise stellt man sichtnehmende (Mackensen & Ohlendorf, 1998; Sommer 2005) oder schattengebende (Erb, 1994; Julius, 1984; Sommer, 2005) Gegenstände auf, um anhand von Verbindungslinien oder Schattengrenzen die Sichtwege oder Lichtwege zu ermitteln. Durch diese *durchdachten Handlungen* wird ein direkter Bezug zwischen optischen Bildern und geometrischen Strahlen hergestellt:

„Und nun verlieren die Konzepte der Strahlenoptik zunehmend den Charakter der [realitätsfernen, Anm. d. Verf.] Vorstellung. Immer mehr werden sie dafür genommen, was sie auch immer waren, nämlich mathematisch gefasste Beziehungen im Raum.“ (Maier, 1986, S. 166)

Beim unmittelbaren Beobachten einerseits und nötigen Hinzudenken andererseits werden die Grenzen zwischen dem optischen Phänomen und dem Strahlenmodell erfahrbar. Es ist dadurch weniger wahrscheinlich, dass Phänomen und Modell miteinander vermischt werden.

1.3.2 Phänomenbasierte Unterrichtsgänge zu Linsen

Phänomenologie des Lichts an der Linse

Julius (1984) durchblickt und durchleuchtet konvexe sowie konkave Linsen und beobachtet die Ansichtsvergrößerung und –verkleinerung (Abbildung 6) sowie die Verformung von Licht- und Schattenbündeln. Die Brennweite definiert er als Bildweite der Himmelskörper. Die Linsenformel leitet er analog zur Formel für gekrümmte Spiegel her. Mit einer Linse bildet er eine kleine Lichtquelle auf einem Schirm ab; dann stellt er einen schmalen Schattenwerfer in den Lichtkegel. Mit Bezug auf das Schattenbündel formuliert er die herkömmliche Konstruktionsmethode um:

„1. Eine Schattenlinie durch 0 verläuft ungebrochen. 2. Eine Schattenlinie parallel zur Hauptachse wird durch den jenseits liegenden Brennpunkt gebrochen. 3. Eine Schattenlinie durch einen Brennpunkt wird so gebrochen, daß sie parallel der Hauptachse weiter verläuft.“ (Julius, 1984, S. 131)

Die Linse in der Bildoptik

In Maiers Optik der Bilder (1986) geht man ähnlich wie Julius (1984) vom Blick durch die Linse aus (Abbildung 6) und beschreibt die Verwandlung der Ansicht bei veränderter Gegenstandsweite (Abbildung 7). Dann geht man zum projizierten Bild über (Abbildung 8).



Abb. 6: Bildoptische Wirkung einer Konvex- beziehungsweise Konkavlinse. (a) Je weiter außerhalb ein Detail von der Mitte einer Konvexlinse liegt, desto mehr sieht man es nach außen verschoben. (b) Je weiter außerhalb ein Detail von der Mitte einer Konkavlinse liegt, umso mehr sieht man es nach innen verschoben.

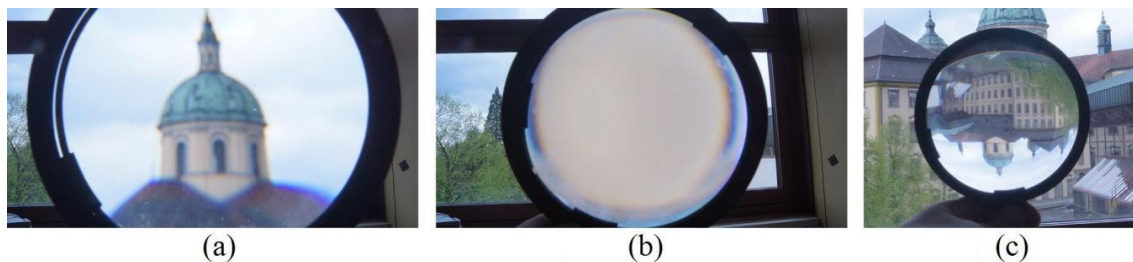


Abb. 7: Bildoptische Wirkung einer Konvexlinse auf einen Fensterausblick. (a) Mit der Linse nah am Auge sieht man den Klosterturm vergrößert. (b) Bringt man die Linse in einen bestimmten Abstand vor das Auge, verschwimmt ein Detail des Klosterturms über die gesamte Linsenfläche. (c) Entfernt man die Linse weiter vom Auge, sieht man den Klosterturm verkleinert und umgekehrt.



Abb. 8: Scharfes Abbild auf dem Gesicht. Während sich auf dem Gesicht des Beobachters ein scharfes, umgekehrtes Abbild des Klosterturms abzeichnet (vor allem auf der Wange), sieht er selbst ein Detail des Klosterturms über die gesamte Fläche der Konvexlinse verschwommen.

Die Bildweite für die Sonne definiert man als Brennweite. Die Regeln für die Bildkonstruktion gewinnt man anhand von *Blickrichtungen* zu einem unendlich fernen Gegenstandspunkt und dessen linsenfüllender Ansicht, zusammen mit dem Abbildungsverhältnis von der Lochkamera (Abbildung 9). Die Konstruktionsgeometrie kann man mathematisch in die Linsengleichung überführen.

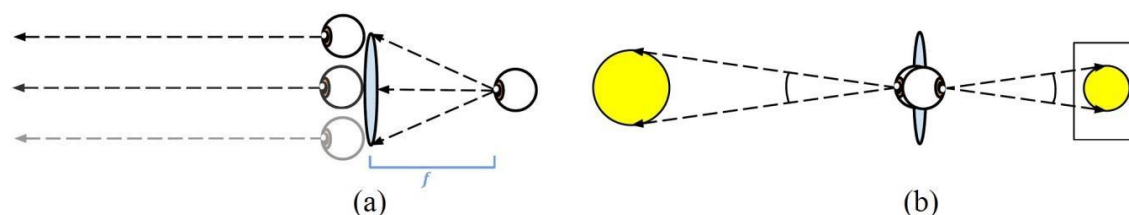


Abb. 9: Bildoptische Hinführung zur herkömmlichen Strahlenkonstruktion an der Linse. (a) Blickrichtungen zu einem Detail eines fernen Gegenstandes verlaufen parallel zueinander. Von der Brennebene aus ist das ferne Detail in allen Richtungen über die Linse verteilt zu sehen. (b) Von der Linsenmitte aus betrachtet hat ein Gegenstand die gleiche Winkelgröße wie dessen Abbild.

Zudem kann man anhand von mediumsspezifisch gewichteten Strecken—den so genannten *optischen Wegen*—die Linsenform erklären:

„Und nun sollte dem [Fermatschen, Anm. d. Verf.] Prinzip entsprechend die Linse so geformt sein, daß alle *optischen Wege* zwischen der fernen Lichtquelle und deren reellem Bild gleich sind.“ (Maier, 1986, S. 214, Herv. im Original)

Die Linse in der Modellfreien Optik

Während Maier (1986) die ansichtsvergrößernde Konvexlinse anhand von *radialen* Ansichtsverschiebungen erklärt (Abbildung 6), gehen Mackensen & Ohlendorf (1998) und Mackensen (2005) von den *seitlichen* Ansichtsverschiebungen am Doppelprisma aus (Abbildung 10).

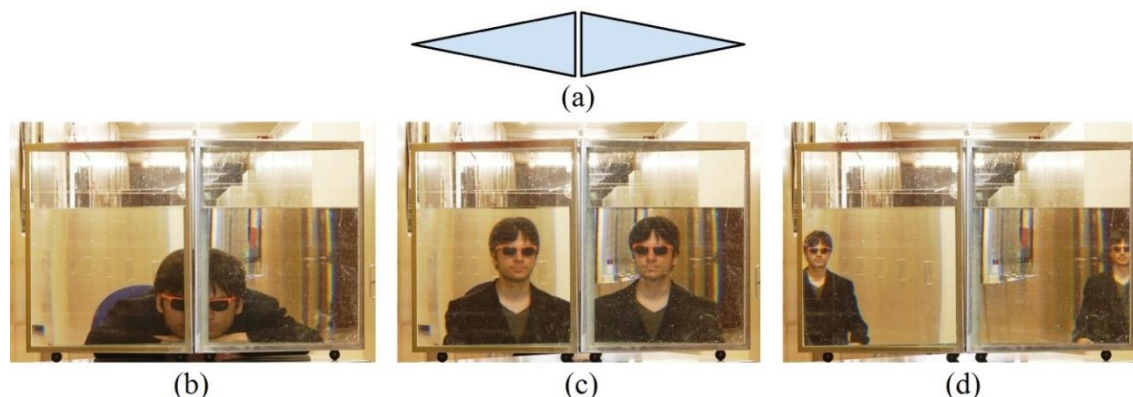


Abb. 10: Das Doppelprisma als Vorstufe zur Vergrößerungslinse. (a) Grundriss des Doppelprismas. (b)-(d) Blick durch das Doppelprisma auf eine sich entfernende Person. Je weiter sich die angeblickte Person von (b) über (c) nach (d) vom Doppelprisma entfernt, desto weiter sieht man sie nach außen verschoben. Würde man zwischen die beiden Prismen weitere Prismen mit abnehmendem Keilwinkel stellen, könnte man die betrachtete Person verbreitert sehen. So gelangt man gedanklich von ansichtsverschiebenden Prismen zur ansichtsvergrößernden Linse.

In ihrer Modellfreien Optik verzichtet man auf Strahlen. Stattdessen bespricht man *Visierlinien* vom Bildpunkt durch die Linsenmitte zum Gegenstandspunkt. Statt einer Konstruktionsmethode verwendet man die Linsengleichung (Mackensen & Ohlendorf, 1998). Im Sinne Maiers (1986) deutet man die Bildweite als Betrachterweite um, die Gegenstandsweite hingegen als Verschwimmweite, da man vom Bildpunkt aus den

angeblickten Gegenstandspunkt komplett verschwommen sieht (Mackensen & Ohlen-
dorf, 1998).

„Wir beschreiben die Brennweite [...] nicht als Abstand zu einem Punkt [...], wo sich die ‚Strahlen sammeln‘, sondern als Minimum der Gegenstands- bzw. der Betrachterweite beim Verschwimmen, d.h. aus Bewegungen von Betrachtungs- und Abbildungsphänomenen, nicht aus ‚Lichtbewegungen‘.“ (Mackensen, 2005, S. 140)

Die Linse im Lichtwegkonzept

Erb (1994) hingegen betrachtet Lichtbewegungen als Tatsache. Im Gegensatz zu Mackensen & Ohlen-
dorf (1998) leitet er die Linsenform nicht aus der prismatischen Verschiebung einer *Ansicht* her, sondern aus der prismatischen Verschiebung eines *Lochkamerabildes* (Abbildung 11).

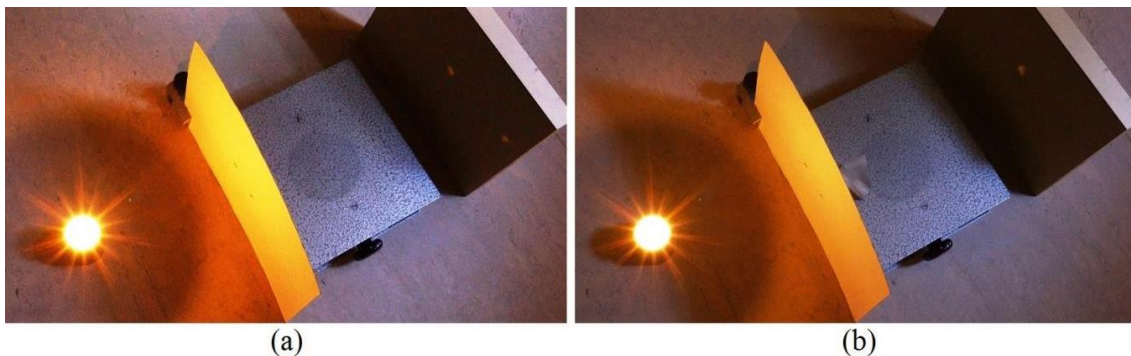


Abb. 11: Von der Lochkamera über Prismen zur Linse. (a) Eine Kerze wird durch eine Blende mit zwei Löchern zweimal auf dem Schirm abgebildet. (b) Setzt man ein geeignetes Prisma hinter eines der beiden Löcher, kann man das eine Kerzenbild auf das andere legen. Zusätzliche Löcher mit zusätzlichen Prismen lassen sich gedanklich zu einer Linse zusammensetzen, die alle Lichtwege von der Kerze in einem Kerzenbild zusammenführt.

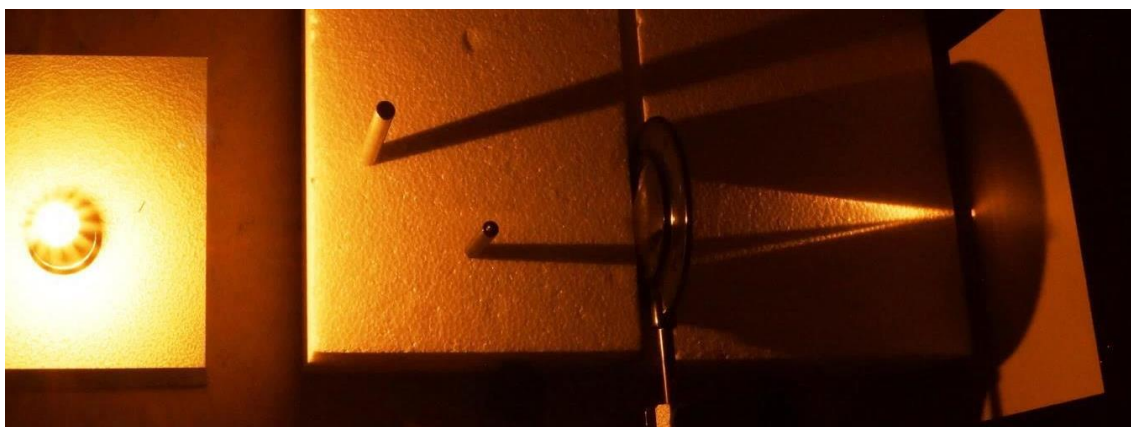


Abb. 12: Linsenabbildung im Lichtwegkonzept. Eine Kerze wird durch eine Linse auf einem Schirm scharf abgebildet. Mithilfe der Schlagschatten von kleinen Zylindern kann man die Lichtwege vor und hinter der Linse verfolgen; das Kerzenbild befindet sich dort, wo die Lichtwege aufeinander treffen.

Als abzubildender Gegenstand dient eine Kerze; die *Lichtwege* von der Kerze zum Kerzenbild kann man entlang der Schlagschatten von schmalen Zylindern verfolgen

(Abbildung 12). Um die Linsenform für bestmöglichen Bildkontrast zu berechnen, fordert man zeitlich gleich lange Lichtwege (Erb, 1994).

Die Linsenabbildung im Konzept optischer Wege

Geht man umgekehrt von einer gegebenen Linsenform aus, dann erweisen sich alle mediumsspezifisch gewichteten Strecken zwischen Gegenstands- und Bildpunkt als längenmäßig gleich (Sommer, 2005; vgl. Maier, 1986). Hierbei muss man keine Lichtausbreitung annehmen. Stattdessen beruft man sich auf die rein räumlichen Beziehungen im Versuchsaufbau.

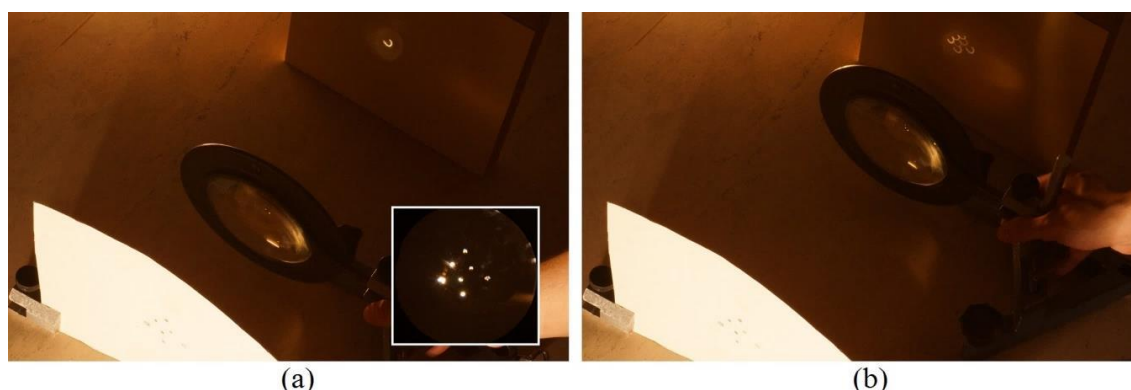


Abb. 13: Die Linsenwirkung im Konzept optischer Wege. (a) Je mehr Löcher man in die Pappe vor der Linse sticht, desto heller wird das Linsenabbild der davor befindlichen Glühwendel. Vom Schirm aus ist nämlich immer mehr Helles zu sehen (siehe Bildeinsatz). (b) Schiebt man die Linse zum Schirm, trennt sich das helle Abbild auf in mehrere schwache Abbilder. Im Umkehrschluss führt eine Linse mehrere optische Wege zusammen.

Zuerst vollzieht man die optischen Wege im Versuch nach. Hierfür bildet man mit der Linse eine Glühwendel ab und stellt vor die Linse eine Löcherblende (Abbildung 13). Vom Abbild der Glühwendel aus schaut man entlang verschiedener *Blickrichtungen* zu den hellen Linsenpunkten und von dort zur Glühwendel; von jeder Lochblende aus verfolgt man *Schattengrenzen* zu den beleuchteten Linsenpunkten und von dort zum Abbild der Glühwendel. Im Anschluss an die zeichnerische Darstellung der optischen Wege kann man die gewöhnliche Bildkonstruktion sowie die bekannte Linsengleichung anwenden (Sommer, 2005).

1.3.3 Ein phänomenbasierter Unterrichtsgang zu Prismen

Ein RGB-Zugang zu prismatischen Farben

Wenn man mit einem Beamer ein Schwarzweißmuster durch ein Prisma projiziert, erhält man je nach Mustergeometrie andere Farbverläufe (Theilmann & Grusche, 2013). Innerhalb des Farbverlaufs kann man mit Farbfiltern verschiedenfarbige Versionen des ursprünglichen Schwarzweißmusters freilegen (Abbildung 14(a)). Die prismatischen Farben entstehen also durch eine Überlagerung von verschiedenfarbigen Einzelbildern.

Diese gegenseitig versetzten Einzelbilder findet man in einer Zeichnung Newtons wieder, und zwar zwischen den *Randstrahlen* entsprechender Farbe. Zur besseren Übersicht stapelt man die Einzelbilder der Wellenlänge nach in einem Dispersionsdiagramm (Abbildung 14(b)). Aus der Wellenlängenzusammensetzung kann man mittels Dreifarbenmischung die prismatischen Farben vorhersagen (Theilmann & Grusche, 2013). Auf dieselbe Weise kann man auch die Spektren von komplementärfarbigem oder beliebigfarbigem Mustern verstehen (Grusche & Theilmann, 2015).

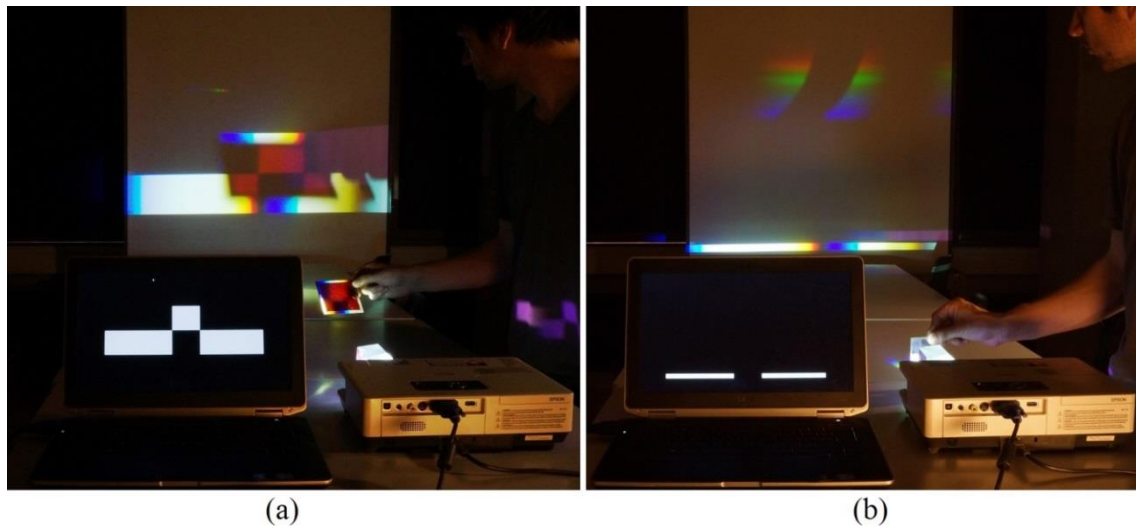


Abb. 14: Monochromatische Einzelbilder in prismatischen Kantenspektren. (a) Mit einem Farbfilter am Prisma vor dem Beamer kann man in Kantenspektren eine einfarbige Version des ursprünglichen Schwarzweißmusters offenbaren. (b) Mit einem Beugungsgitter vor dem Prisma kann man die verschiedenfarbigen Einzelbilder eines schmalen Kantenspektrums der Wellenlänge nach stapeln und erhält so ein vom Licht gezeichnetes Dispersionsdiagramm.

1.3.4 Phänomenbasierte Unterrichtsgänge zu Gittern

Das Gitter in der Bildoptik

Maier (1986) verweist auf den Lichtschein, den man durch den feinmaschigen Stoff eines Regenschirms sehen kann, wenn man auf eine ferne Lichtquelle blickt (Abbildung 15(a)). Durch Farbfilter sieht man, dass der Lichtschein aus mehreren Bildern der Lichtquelle besteht (Abbildung 15(b)). Wenn man den Stoff dehnt, wird der Schein gestaucht—und umgekehrt (Maier, 1986; vgl. Sommer, 2005).

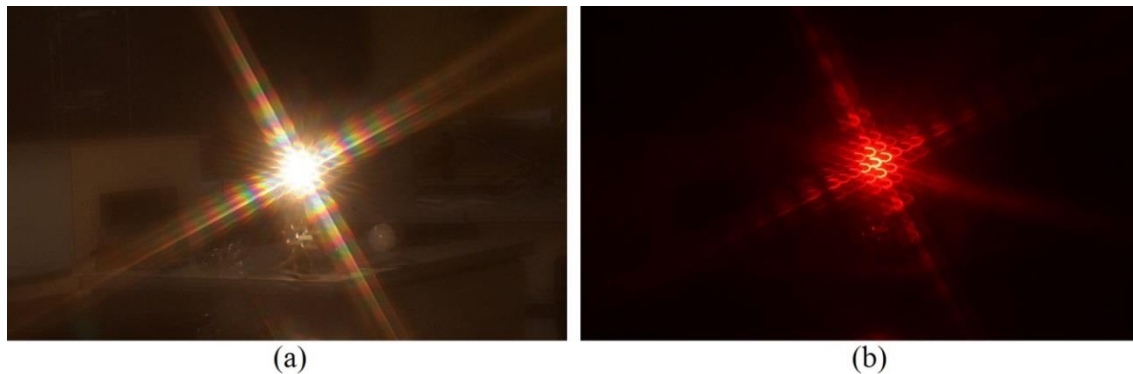


Abb. 15: Blick durch feinmaschigen Stoff. (a) Durch feines Gewebe sieht man eine weiße Lampe von einem bunten Kreuz umgeben. (b) Durch einen Farbfilter am Gewebe sieht man, dass das Kreuz aus vervielfachten Lampenansichten besteht.

Gitterbeugung im Konzept optischer Wege

Nach dem Blick durch alltagsnahe Gitterstrukturen geht man zum Blick durch ein professionelles Strichgitter über (Sommer, 2005), siehe Abbildung 16(a). Um das Phänomen abgelöst betrachten zu können, setzt man anstelle des Auges eine Linse und einen Schirm (Abbildung 16(b)).

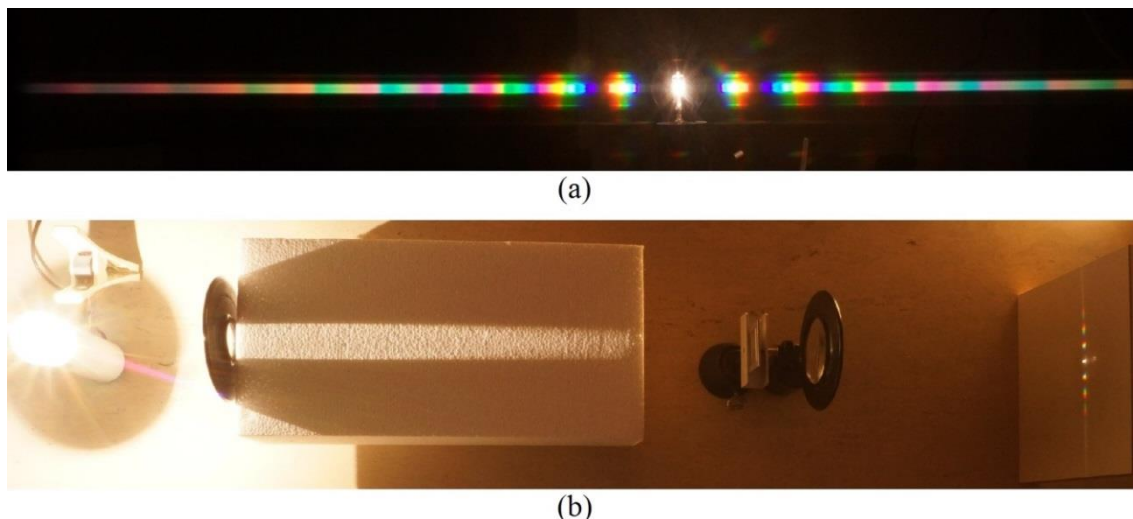


Abb. 16: Beugungsspektren im Konzept optischer Wege. (a) Eine ferne Glühlampe erscheint beim Blick durch ein Beugungsgitter bunt vervielfacht. (b) Das Auge hinter dem Beugungsgitter kann man mit einer Konvexlinse und einem Schirm modellieren. Die Glühlampe rückt man durch eine weitere Konvexlinse optisch ins Unendliche, sodass die optischen Wege zwischen den Linsen parallel zueinander verlaufen. An den Gitteröffnungen knicken die optischen Wege ab und werden durch die Linse zur jeweiligen Beugungsordnung zusammengeführt.

Damit die optischen Wege vor der Linse parallel zueinander verlaufen, nimmt man eine weitere Linse und setzt sie im Abstand ihrer Brennweite vor die Lichtquelle. Mit Grundwissen zu den optischen Wegen an Linsen kann man bei bekannter Gitterkonstante die optischen Wege zwischen Gitter und Schirm geometrisch auswerten. Demnach unterscheiden sich optische Wege von benachbarten Gitteröffnungen zu einer gegebenen Beugungsordnung um ein Vielfaches einer so genannten Basislänge (Sommer,

2005). (Die Basislänge gleicht der Lichtwellenlänge, aber die Erklärung anhand von vorgestellten Wellen soll hier vermieden werden zu Gunsten einer Beschreibung der vorhandenen Aufbaugeometrie und einer besseren Anschlussfähigkeit an die Quantenphysik (Sommer, 2005, S. 170).)

Allerdings „setzt die hier dargestellte Behandlung der Beugung einen gewissen souveränen Umgang mit der Linse voraus“ (Sommer, 2005, S. 95).

Das Gitter im Lichtwegkonzept

Statt an einem *gegebenen* Gitter die Erscheinungsbedingungen für das Beugungsbild erst zu erarbeiten (Sommer, 2005), geht man im Lichtwegkonzept (Erb, 1994) umgekehrt vor: Zuerst erzeugt man ein Linsenbild einer Kerze. Dann macht man sich Folgendes klar: „Auch für andere Stellen auf dem Schirm gibt es Lichtwege von der Kerze durch die Linse“ (Erb, 1994, S. 128). Am Ende dieser Lichtwege löscht sich das Licht jedoch selbst aus, „der Schirm bleibt deshalb dort dunkel“ (Erb, 1994, S. 128). Also überlegt man, wie man die Linse abdecken muss, um die Auslöschung an einem gewählten Schirmpunkt zu vermeiden. Gemäß dem bekannten Interferenz-Prinzip muss man jene Lichtwege verstellen, die sich um ein ungerades Vielfaches der Hälfte einer gewissen Basislänge λ unterscheiden. Um diese Bedingung zu erfüllen, deckt man die Linse mit einem feinen Gitter ab (Abbildung 17). Auf diese Weise entstehen neben dem ursprünglichen Kerzenbild weitere Kerzenbilder.

„Stellt man Interferenzmaxima so vor, so wird deutlich, daß es sich hierbei um Abbildungen handelt und das Auftreten von Linien beim Linienspektrum nicht charakteristisch für die Interferenz, sondern für die verwendete Lichtquelle ist.“ (Erb, 1994, S. 128)



Abb. 17: Beugung im Lichtwegkonzept. Neben den Lichtwegen zum ursprünglichen Kerzenabbild erhält man Lichtwege zu benachbarten Kerzenabbildern, indem man an die abbildende Linse ein Gitter stellt.

Das Gitterraum-Konzept

Während man im Lichtwegkonzept (Erb, 1994) und im Konzept optischer Wege (Sommer, 2005) die Beleuchtungswege zu den *reellen* Beugungsbildern vermisst, untersucht man im Gitterraum-Konzept (Müller & Schön, 2011) die Beobachtungswege zu den *virtuellen* Beugungsbildern.

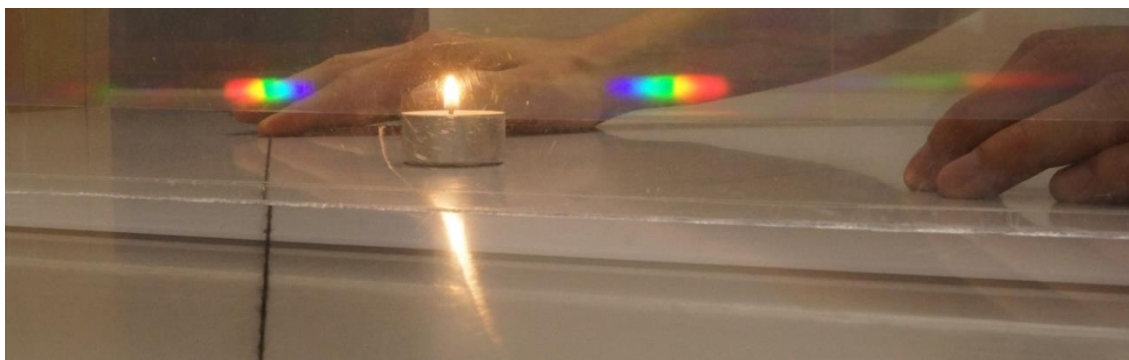


Abb. 18: Virtuelle Beugungsspektren im Gitterraum-Konzept. Von einem gegebenen Betracht-erstandort diesseits des Gitters spannt man einen Faden entlang der Sichtverbindung zu einem ausgewählten Beugungsspektrum der Kerze jenseits des Gitters.

Von verschiedenen Betrachterstandorten aus spannt man jeweils einen Faden zum virtuellen Beugungsbild (Abbildung 18). Zeichnet man die Fadenverläufe auf dem Tisch nach, erhält man anhand der *Blickrichtungen* eine Einhüllende der gebeugten *Lichtwege*. Größenmäßig erscheint das Beugungsbild in derselben Entfernung vom Durchblickpunkt wie die Kerze selbst (Müller & Schön, 2011).

1.3.5 Fazit zu phänomenbasierten Unterrichtsgängen

Bei phänomenbasiertem Optikunterricht wird die Strahlengeometrie im Umgang mit den optischen Phänomenen entwickelt, ohne auf schmale Lichtbündel und das Wort „Lichtstrahlen“ zurückzugreifen. Stattdessen werden Bildpunkte meist anhand von Visierlinien und Schattenlinien mit den abgebildeten Gegenstandspunkten in einen geometrischen Zusammenhang gebracht. Diese geometrische Auffassung des Strahlenmodells und der unmittelbare Bezug zu den optischen Bildern erscheinen pädagogisch wertvoll, weil die Lernenden optische Zusammenhänge lebensnah und modellkompetent erschließen können.

Bei phänomenbasierten Unterrichtsgängen zu *Linsen* wird insbesondere untersucht, wie die ursprüngliche Ansicht verformt wird (Julius, 1984; Maier, 1986); wie ein Licht- oder Schattenbündel verformt wird (Erb, 1994; Julius, 1984); wie die Linse geformt sein muss, damit eine Ansichtsvergrößerung (Julius, 1984; Mackensen, 2005; Mackensen & Ohlendorf, 1998; Maier, 1986) oder scharfe Bildprojektion (Erb, 1994) möglich wird; und wie man die Brennweite anhand von Ansichten (Mackensen, 2005) oder Bildern (Julius, 1984; Mackensen & Ohlendorf, 1998; Maier, 1986) definieren kann. Zudem wird untersucht, wie die Orte von *Gegenstandspunkt* und *scharfem Bildpunkt* zusam-

menhängen (Mackensen & Ohlendorf, 1998), und wie man die Linsenabbildung anhand von Visierlinien in Richtung eines *Gegenstandspunkts* (Maier, 1986) oder anhand von Schattenlinien aus Richtung einer *Punktlichtquelle* (Erb, 1994; Julius, 1984) konstruieren kann. Bei dieser *punktweisen* Betrachtung von optischen Zusammenhängen bleibt eine grundlegende Frage offen, die insbesondere aus der *ganzheitlichen* Sicht der Lernenden bedeutsam erscheint:

- Wie kann man die scharfe und unscharfe Linsenabbildung anhand von *ganzen Ansichten* und *ganzen Bildern* erkunden und konstruieren? (Manuskripte 3-5)

Beim phänomenbasierten Unterrichtsgang zu *Prismen* (Grusche & Theilmann, 2015; Theilmann & Grusche, 2013) wird hauptsächlich gefragt, wie man die prismatischen Farben vorhersagen kann. Schulisch relevante Inhalte, die vielmehr mit der Geometrie des prismatischen Bildes zusammenhängen, sind didaktisch noch nicht genügend aufbereitet:

- Wie kann man die *Ansicht* durch ein Dispersionsprisma geometrisch beschreiben? (Manuskript 8)
- Wie kann man *Newtons entscheidenden Prismenversuch* anhand von ganzen Bildern deuten? (Manuskripte 9 und 13)
- Wie kann man *moderne Anwendungen* von Dispersion an Prismen und Gittern nachvollziehen? (Manuskripte 10 und 12)

Bei phänomenbasierten Unterrichtsgängen zu *Gittern* wird vor allem überlegt, wie die Abdeckung einer Linse geformt sein muss, damit monochromatisch betrachtet scharfe Nebenbilder erscheinen (Erb, 1994); welche Bedingungen für die Beleuchtungswege zum reellen Beugungsbild im *Spektrograf* gelten (Sommer, 2005); und welche Bedingungen für die Beobachtungswege zum virtuellen Beugungsbild gelten (Müller & Schön, 2011). Daran schließen wir zwei Fragen an:

- Wie kann man die Funktionsweise eines einfachen *Spektroskops* anhand von ganzen Bildern erkunden? (Manuskripte 8 und 14)
- Wie kann man die Gitterformel herleiten, und zwar auch *ohne* den sonst nötigen „souveränen Umgang mit der Linse“ (Sommer, 2005, S. 95)? (Manuskript 10)

Im Großen und Ganzen sind die phänomenbasierten Unterrichtsgänge eng an die Sicht von Georg Maier (1986) angelehnt, weniger an die Sicht der Lernenden. Bei der Anwendung und Weiterentwicklung von phänomenbasiertem Optikunterricht ist also stets zu hinterfragen:

- Wie kann der Unterrichtsgang an die *Vorstellungen der Lernenden* angepasst werden? (Manuskripte 1-2 und 6-7)

Insbesondere ist es problematisch, von vornherein *eine* Richtung bezüglich der Strahlengeometrie festzulegen. Wenn ständig nur von Visierlinien oder Blickrichtungen oder

Sehwegen oder Sichtwegen vom Auge her geredet wird—wie beispielsweise bei Mackensen & Ohlendorf (1998)—, dann wird die psycho-physiologisch passende, aber physikalisch fragwürdige Vorstellung von Sehstrahlen gefördert. Wenn hingegen nur von Lichtwegen oder optischen Wegen zum Auge hin geredet wird, dann wird verschwiegen, dass man einfachheitshalber die Wege vom Auge aus konstruieren kann, und dass stets das Netzhautbild auf den Gegenstand zurückprojiziert wird. Angesichts dessen erscheint es sinnvoller, die Strahlen zunächst als Verbindungslinien ohne bevorzugte Richtung zu behandeln, wie beispielsweise bei Sommer (2005).

1.4 Fazit zu bekannten Unterrichtsgängen

Bei *schulbuchgemäßen* Unterrichtsgängen zu Linsen, Prismen und Gittern werden die modellhaften Strahlengänge meist durch phänomenhafte Lichtbündel veranschaulicht. Gleichzeitig müssen die Lernenden sich den ganzen Gegenstand und das ganze Bild hinzudenken. Dadurch wird es den Lernenden erschwert, den Zusammenhang zwischen Bild und Strahlen zu verstehen und die Phänomenwelt von der Modellwelt zu unterscheiden. Zudem wird der Zusammenhang zwischen dem Strahlenmodell und dem Wellenmodell am Gitter nicht ausreichend geklärt.

Bei *modellorientierten* Unterrichtsgängen wird das Strahlenmodell in Form von Axiomen vermittelt. Durch die ungeschickte Formulierung kann jedoch die Fehlvorstellung verstärkt werden, dass Strahlen Lichtbestandteile seien. Zudem wird das Strahlenmodell so stark vom Wellenmodell abgegrenzt, dass der Zusammenhang zwischen beiden Modellen unklar bleibt. Phänomene werden von der Lehrperson vor allem dazu genutzt, bei den Lernenden eine Erkenntniskrise auszulösen und somit zur Modellierung zu motivieren.

Bei *phänomenbasierten* Unterrichtsgängen hingegen werden die Phänomene von der Lehrperson genutzt, um die Lernenden aus ihrer Erfahrungswelt abzuholen (Westphal, 2014). Statt eine Erkenntniskrise auszulösen, sollen die Phänomene zur Erkenntnisgewinnung verhelfen. Hierbei werden jedoch oft nur einzelne Gegenstands- und Bildpunkte betrachtet, was nicht der ganzheitlichen Sicht der Lernenden entspricht. Das Strahlenmodell und das Wellenmodell werden weitestgehend gemieden. Diese Modelle sollten jedoch ausgiebig behandelt werden, damit die Lernenden das Wesen der Naturwissenschaften—die international diskutierte *Nature of Science*—auch in der Optik kennenlernen können (Leisner, 2005).

Insgesamt ist also ein Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie wünschenswert, der gemäß der Sicht der Lernenden von ganzen Bildern ausgeht und zu einem fachlich angemessenen Strahlenmodell führt. Darüber hinaus sollte ein Übergang zum Wellenmodell ermöglicht werden.

2 Forschungsrahmen und Forschungsfragen

2.1 Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion

Damit die Lernenden von ihrer eigenen Sicht zur Sicht der Forschenden übergehen können, muss die Lehrperson fachliche Inhalte für die Lernenden verständlich aufbereiten. Für diese Aufbereitung hat sich das Modell der Didaktischen Rekonstruktion (Kattmann, Duit, Gropengießer, & Komorek, 1997) als nützlich erwiesen, da es alle entscheidenden didaktischen Gesichtspunkte miteinander verbindet.

Im Modell der Didaktischen Rekonstruktion (Kattmann et al., 1997) sind drei Aufgaben vorgesehen, die miteinander wechselwirken: Fachliche Klärung, Erfassung der Lernerperspektive und didaktische Strukturierung (Abbildung 19).



Abb. 19: Teilaufgaben im Modell der Didaktischen Rekonstruktion. Schema in Anlehnung an Kattmann et al. (1997, S. 4), ergänzt durch die Beschreibung der Wechselwirkungen laut Kattmann et al. (1997, S. 12-13).

Fachliche Klärung

Die wissenschaftliche Sicht stellt den Zielpunkt des Unterrichts dar. Deshalb müssen die wesentlichen fachwissenschaftlichen Vorstellungen herausgearbeitet werden. „Es gilt [...], die zu einem Thema beitragenden fachlichen Theorien mit fachdidaktischen Methoden zu untersuchen und zu strukturieren, sie also fachlich zu klären“ (Kattmann et al., 1997, S. 10). Hierfür werden historische sowie aktuelle fachwissenschaftliche Quellen qualitativ analysiert. Die fachwissenschaftlichen Kernideen bilden die Grundlage für einen fachlich angemessenen Unterricht (Kattmann et al., 1997, S. 10-11).

Im Rahmen der fachlichen Klärung bedeutet *Rekonstruktion* also, in Anlehnung an Kattmann et al. (1997, S. 11):

- *Herausarbeitung* der fachwissenschaftlichen Kernideen, und zwar durch
- *Zurückverfolgung* der geschichtlichen Entwicklung von Ideen und Bezeichnungen,
- *Wiederherstellung* der Ursprünge von fachwissenschaftlichen Vorstellungen sowie
- *Nachvollziehen* von wissenschaftlichen Gedankengängen und Arbeitsweisen.

Erfassung der Lernerperspektive

Die Sicht der Lernenden bildet den Ausgangspunkt des Lernens. Deshalb müssen typische Vorstellungen der Lernenden erhoben werden. „Unter ‚Vorstellungen‘ fassen wir kognitive Konstrukte verschiedener Komplexitätsebenen, also Begriffe, Konzepte, Denkfiguren und Theorien, zusammen“ (Kattmann et al., 1997, S. 11). Die qualitativ erfassten Vorstellungen der Lernenden bilden die Grundlage für eine schülergemäße Unterrichtsgestaltung.

In diesem Zusammenhang bedeutet *Rekonstruktion* also vor allem

- *Nachvollziehen* der Vorstellungen (und mitunter Einstellungen) der Lernenden.

Didaktische Strukturierung

Lehren und Lernen sollen so gestaltet werden, dass sie von der Sicht der Lernenden ausgehen und zur Sicht der Forschenden führen. Dementsprechend müssen die Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen fachwissenschaftlichen Vorstellungen und den Vorstellungen der Lernenden herausgearbeitet werden. Auf dieser Grundlage können Grundsätze, Leitlinien und Lernbausteine für den Unterricht entwickelt werden (Kattmann et al., 1997, S. 12-13). „Die didaktische Strukturierung ist eine Planungsaufgabe und kann somit nicht gefunden werden – sie ist vielmehr zu erfinden.“ (Kattmann et al., 1997, S. 13).

Bezogen auf die didaktische Strukturierung bedeutet *Rekonstruktion* also, in Anlehnung an Kattmann et al. (1997, S. 12-13):

- *Umgliederung* der fachwissenschaftlichen Sachstruktur für den Unterricht, und zwar durch
- *Neuauffassung* eines gegebenen Themengebietes,
- *Neuverknüpfung* elementarer wissenschaftlicher Ideen,
- *Herstellung* von Sinnbezügen für die Lernenden, gegebenenfalls
- *Nachbildung* von historischen Experimenten; demzufolge
- *Umgestaltung* von herkömmlichem Unterricht oder gar
- *Erfindung* eines neuen Unterrichtsansatzes.

2.2 Forschungsfragen

Unser Ziel ist es, einen Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie zu entwickeln, der von den beobachtbaren Bildern ausgeht und—zwecks Modellkompetenz—zu den hinzugedachten Strahlen und Wellen hinführt. Gemäß dem Modell der Didaktischen Rekonstruktion können wir nun entsprechende Forschungsfragen formulieren.

Übergeordnete Fragestellung

Wie können Linsenabbildung und Spektroskopie didaktisch rekonstruiert werden, damit ein Übergang von der holistischen Denkfigur der Lernenden zur analytischen Denkfigur der Forschenden ermöglicht wird?

Teilfragen

- Welche Vorstellungen (Begriffe, Konzepte und Denkfiguren) nutzen Forschende, um Bilder und Strahlen bei der Linsenabbildung und Spektroskopie aufeinander zu beziehen?
- Welche Vorstellungen (Begriffe, Konzepte und Denkfiguren) nutzen Schülerinnen und Schüler sowie Studierende, um Bilder und Strahlen bei der Linsenabbildung und Spektroskopie aufeinander zu beziehen?
- Wie können Linsenabbildung und Spektroskopie im Sinne von phänomenbasiertem und modellorientiertem Unterricht didaktisch strukturiert werden?

Diese Teilfragen werden in den Manuskripten 1-14 wiederum in Unterfragen aufgeteilt, wie schon im Abschnitt 1.3.5 angedeutet wurde.

3 Methoden

3.1 Fachliche Klärung

Bei der fachlichen Klärung (Kapitel 4) wurden wesentliche wissenschaftliche Quellen *zusammengefasst, expliziert und strukturiert* (Gropengießer, 2007, S. 38-39).

Bei der *Zusammenfassung* wurden leitfragenrelevante Stellen des Originaltexts paraphrasiert und zentrale Sätze wörtlich übernommen. (Insbesondere wurden jene Textabschnitte ausgewählt, die für die didaktische Strukturierung unmittelbar bedeutsam waren.) Zudem wurden Widersprüche und Unklarheiten angemerkt (Gropengießer, 2007, S. 38).

Für die *Explikation* wurde der Originaltext mit sich selbst, anderen Originaltexten, oder Sekundärliteratur abgeglichen; Grenzen der Theorie wurden aufgezeigt, verschiedene Deutungsmöglichkeiten geprüft, offene Forschungsfragen formuliert und Begriffe sowie Termini erklärt (Gropengießer, 2007, S. 38).

Für die *Strukturierung* wurden Begriffe, Konzepte sowie Denkfiguren herausgearbeitet (eventuell mithilfe wissenschaftshistorischer Sekundärliteratur). Je nach Status wurden die Vorstellungen mit folgenden Symbolen markiert:

- Vertretene Vorstellung
- ? Zweifelbehaftete Vorstellung
- Δ ~~Abgelehnte Vorstellung~~

Dadurch wurde ein Vergleich mit den Vorstellungen der Lernenden ermöglicht und die didaktische Strukturierung vorangetrieben (Gropengießer, 2007, S. 38-39).

3.2 Erfassung der Lernerperspektive

In bisherigen Studien zu Vorstellungen von Lernenden zur Linsenabbildung und Spektroskopie wurden meist Strahlenzeichnungen behandelt, aber selten Erscheinungszusammenhänge. Bei einem bildbasierten Zugang bilden aber gerade die Erscheinungszusammenhänge eine wichtige Verständnisgrundlage für die Strahlengeometrie. Deshalb waren eigene Erhebungen notwendig.

In bisherigen Erhebungen zum Thema Linsenabbildung wurde vorrangig untersucht, wie Lernende Strahlenkonstruktionen nutzen, um die Entstehung des scharfen Bildes vorherzusagen, siehe Einleitungen in den Manuskripten 1-2. Beim bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung werden jedoch nicht nur scharfe, sondern auch unscharfe Bilder ausgiebig behandelt. Deshalb waren eigene Erhebungen zur unscharfen Linsenabbildung nötig (Manuskripte 1-2).

In bisherigen Erhebungen zum Thema Spektroskopie wurde gewöhnlich gefragt, wie Lernende die Dispersion von feinen Lichtbündeln oder schmalen Spaltbildern verstehen, siehe Einleitungen in den Manuskripten 6-7. Beim bildbasierten Zugang zur Spektroskopie werden aber zunächst breite Bilder und ganze Ansichten dispersiert. Deshalb waren eigene Erhebungen zur prismatischen Projektion und Inspektion erforderlich (Manuskripte 6-7).

Bei der Erfassung der Lernerperspektive lautet die Hauptfrage, welche Vorstellungen die Lernenden bei einem gegebenen Thema nutzen. Da es sich um eine qualitative Fragestellung handelt, werden für die Erhebung und Auswertung qualitative Methoden verwendet.

Als qualitative Erhebungsinstrumente werden „je nach Forschungsstand [...] problemzentrierte offene Interviews oder Fragebögen genutzt“ (Kattmann et al., 1997, S. 12). Werden die problemzentrierten Interviews mit Unterrichtserprobungen verwoben, spricht man von Vermittlungsexperimenten (Teaching Experiments). Sie eignen sich für die Abstimmung der didaktischen Strukturierung auf die Lernerperspektive (Komorek & Duit, 2004).

Um nicht nur vorunterrichtliche Vorstellungen, sondern auch deren Wandel bei einem bildbasierten Zugang zu erfassen, wurden also Vermittlungsexperimente—sowohl mit Siebtklässlern als auch mit Physik-Lehramtsstudierenden des dritten bis neunten Semesters—durchgeführt und digital gefilmt (Manuskripte 1-2 und 6-7), vgl. Anhang D. Zusätzlich wurden Fragebögen (Anhang C) eingesetzt, um schon vor den Vermittlungsexperimenten mit den Siebtklässlern einen Überblick über vorunterrichtliche Vorstellungen zu gewinnen (Manuskripte 1 und 6).

Für die Auswertung hat Gropengießer (2005) die Qualitative Inhaltsanalyse von Mayring (2010) auf die Didaktische Rekonstruktion zugeschnitten.

Mit dieser didaktischen Version der Qualitativen Inhaltsanalyse wurden die Videoaufnahmen der Vermittlungsexperimente *verschriftlicht, überarbeitet, zusammengefasst, expliziert* und *einzel*n sowie *verallgemeinert strukturiert* (Gropengießer, 2005, S. 176-184).

Verschriftlichung bedeutete, relevante Aussagen auszuwählen, Gesprochenes zu verschriftlichen, sowie Rezeptionssignale und Pausen, auffällige Betonungen und nichtsprachliche Besonderheiten zu vermerken (Gropengießer, 2005, S. 176-178).

Bei der *Überarbeitung* ging es darum, bedeutungstragende Abschnitte gemäß Fragestellung auszuwählen (mit Transkript-Zeilenummern von Anfang und Ende), inhaltliche Wiederholungen und Füllwörter auszulassen, Fragen des Interviewers als Aussagen des Interviewten darzustellen und die Aussagen grammatisch zu glätten (Gropengießer, 2005, S. 178-180).

Bei der *Zusammenfassung* kam es darauf an, überarbeitete Aussagen gemäß Fragestellung thematisch zu ordnen, zusammengehörige Aussagen in einem betitelten Absatz zusammenzustellen (mit Transkript-Zeilennummern von Anfang und Ende), widersprüchliche Aussagen zu übernehmen, bedeutungsgleiche Aussagen nur einmal aufzunehmen und zusammengehörige Aussagen eines Absatzes sinnvoll umzuordnen (Gropengießer, 2005, S. 180-181).

Bei der *Explikation* wurde angestrebt, Merkmale des Verständnisses zu erschließen, inhaltlich zentrale Bezeichnungen, Analogien und Metaphern herauszuarbeiten, die Herkunft der Vorstellungen (Alltag, Schule, Medien) anzugeben, sowie Brüche, Probleme und Interessen zusammenzustellen (Gropengießer, 2005, S. 181-182).

Bei der *Einzelstrukturierung* (Gropengießer, 2005, S. 182) wurden vertretene, verworfene und vorgebrachte Begriffe, Konzepte und Denkfiguren der einzelnen Lernenden beschrieben und benannt (eventuell mithilfe fachwissenschaftlicher Quellen).

Bei der *verallgemeinerten Strukturierung* (Gropengießer, 2005, S. 182-184) wurden Vorstellungen von mehreren Lernenden auf Gemeinsamkeiten hin untersucht und zu jeweils einer Kategorie verallgemeinert.

3.3 Didaktische Strukturierung

Als Grundlage für die didaktische Strukturierung im Sinne eines bildbasierten Zugangs (Manuskripte 3-5 und 8-10) wurden die Vorstellungen der Forschenden mit den Vorstellungen der Lernenden wechselseitig verglichen. Mithilfe von methodischen Elementen von phänomenbasiertem sowie modellorientiertem Unterricht wurden Grundsätze, Leitlinien und Lernangebote für einen schülergemäßen und fachlich angemessenen Unterricht mit einem bildbasierten Zugang gestaltet.

3.3.1 Phänomenbasierter Unterricht

Ein bildbasierter Zugang soll von den beobachtbaren Bildern, also von den Phänomenen ausgehen. Deshalb wurden die ersten Unterrichtsschritte so gestaltet, dass die Lernenden die phänomenologische Methode anwenden können. Diese bewährte Methode hat Müller (2017) als Vierschritt aufgefasst:

- „i) Die verschiedenen Erscheinungsweisen des fraglichen Naturphänomens im offenen Kontext einer Lebensform (eines Musters des Lebens) genau beschreiben,
- ii) die Naturerscheinungen vermannigfaltigen (zu Naturspielen vereinfachen, experimentell steigern, Lücken zwischen Verwandten überbrücken etc.), um ihre Verwandtschaftsbeziehungen zu erkunden,
- iii) die Gesamtheit der untersuchten Erscheinungsweisen übersichtlich darstellen, also so, dass ihre Zusammenhänge deutlich werden und damit ein Verständnis der grundsätzlichen Erscheinungsbedingungen des fraglichen Naturphänomens [...] erlangt werden kann, und

- iv) evtl. von der lebensförmlichen Verwurzelung begründet abstrahieren und eine formale Darstellung ausgewählter Zusammenhänge anstreben.“ (Müller, 2017, S. 267-268)

Vereinfacht ausgedrückt: Im ersten Schritt werden Erscheinungen aus der Alltagswelt beschrieben, im zweiten werden Erscheinungen in Versuchen vervielfacht, im dritten werden die Erscheinungsweisen zusammenhängend dargestellt und im vierten werden bestimmte Zusammenhänge in wissenschaftlicher Form dargestellt.

Bei der Gestaltung des bildbasierten Zugangs wurde auf die fünf Merkmale phänomenbasierten Unterrichts geachtet, nämlich Subjektivität, Mediation, Affektivität, Exploration sowie Modellfreiheit oder Modellkompetenz (Westphal, 2014):

Subjektivität

Optik erscheint oft als *quasi-mechanische Lehre* der „Brechung“, „Beugung“ und so weiter. Dem Ursprung nach ist Optik jedoch die Lehre vom Sehen. Der Sehsinn soll im phänomenbasierten Optikunterricht also nicht als täuschungsanfällig abgewertet werden, sondern für die Erkenntnisgewinnung genutzt werden (Westphal, 2014, S. 11-13).

Dies gelingt insbesondere dadurch, dass die Lernenden Teil des optischen Versuchsaufbaus werden. Gegebenenfalls ergänzen sie diese *eingebundenen Versuche* durch abgelöste und gleichen ihre subjektiven Beobachtungen mit objektiven Untersuchungen ab (Westphal, 2014, S. 11-13).

Indem sich die Lernenden mit ihren eigenen Sinnen auf das optische Phänomen einlassen, können sie Zusammenhänge im Raum statt nur in der Seitenansicht erschließen, *Erkenntnisse eigenständig gewinnen* und ihr physikalisches Gedankengebäude auf der festen Grundlage eigener Erfahrungen errichten (Westphal, 2014, S. 11-13).

Mediation

Allzu oft begegnen Lernende im Physikunterricht einer *alltagsfernen Denkwelt* und theoriegeladenen Versuchsaufbauten. Phänomenbasierter Unterricht hingegen soll *zwischen der Alltagswelt der Lernenden und der Physikwelt der Forschenden vermitteln* (Westphal, 2014, S. 14-16).

Dementsprechend soll die Lehrperson die *Alltagserfahrungen und –vorstellungen der Lernenden berücksichtigen* und alltags- oder naturnahe Versuchsanordnungen verwenden. Als Brücke zwischen der alltäglichen und der physikalischen Sicht können die Lernenden ihre eigenen Beobachtungen nutzen (Westphal, 2014, S. 14-16).

Ausgehend von *lebensweltlichen Phänomenen* können die Lernenden physikalische Erkenntnisse gewinnen, die sie umgekehrt auch im Alltag anwenden können (Westphal, 2014, S. 14-16).

Affektivität

Herkömmlicher Physikunterricht vernachlässigt oft die *gefühlsbezogene Komponente* und wird daher von vielen Lernenden als denklastig und langweilig eingestuft. Durch phänomenbasierten Unterricht soll Physik zu einem spannenden, *gefühlsbetonten Erlebnis* werden (Westphal, 2014, S. 16-18).

Große, schlichte und zugleich *eindrucksvolle Vorführungen von Phänomenen* können dazu beitragen. Die Lehrperson hebt das Hauptphänomen durch die Versuchsgestaltung hervor, macht ein Alltagsphänomen durch Verfremdung zu etwas Besonderem, lässt die Lernenden erfahren, wie das Phänomen entsteht und sich entwickelt, bezieht die Lernenden in den Versuch ein, und steckt mit ihrer eigenen Begeisterung die anderen an. Sie soll aber nicht nur Anlässe zum Staunen geben, sondern gegebenenfalls auch emotionale Einwände entgegennehmen (Westphal, 2014, S. 16-18).

Durch affektiven Physikunterricht sollen die Lernenden nicht nur motiviert werden, sondern auch einen ganzheitlichen Zugang zu den Phänomenen erhalten und darüber hinaus in ihrer *Sozialkompetenz* geschult werden (Westphal, 2014, S. 16-18).

Exploration

Theoriegeleitetes Experimentieren setzt ein Theoriewissen voraus, das von Novizen nicht erwartet werden kann. Im phänomenbasierten Unterricht geht es deshalb zunächst darum, *die Phänomene zu erkunden und zu ordnen*. Solch ein explorativ-induktives Vorgehen hat sich auch in der Fachwissenschaft als fruchtbar erwiesen, ergänzend zu einem theoriegeleiteten Experimentieren (Westphal, 2014, S. 21-22).

Die Lehrperson bietet scheinbar unterschiedliche Versuche an, in denen die Lernenden gemeinsame Prinzipien finden können. Für erkundendes Experimentieren sind Schülerversuche dem Wesen nach besser geeignet als Lehrerversuche. Die Lernenden sollen zunächst ihre *Beobachtungen beschreiben, ohne sie zu erklären*. Anstelle von Kausalaussagen mit dem Schlüsselwort ‚weil‘ verwenden sie also Konditionalaussagen in Form von Wenn-dann-Sätzen oder Je-desto-Sätzen. So können sie einen *Zusammenhang zwischen dem Phänomen und seinen Erscheinungsbedingungen herstellen* (Westphal, 2014, S. 21-22).

Anhand der empirisch gewonnenen Regeln kann man von Einzelfällen auf den allgemeinen Fall schließen. Indem man den Versuchsaufbau auf überlegte Weise abwandelt, kann man notwendige von unwesentlichen Beobachtungsbedingungen trennen, messbare Größen und mathematisch beschreibbare Zusammenhänge finden, und den Phänomenkreis als Ganzes verstehen (Westphal, 2014, S. 21-22).

Modellfreiheit oder Modellkompetenz

Im phänomenbasierten Unterricht geht es zunächst nicht darum, hinter den Phänomenen verborgene Mechanismen zu suchen, sondern die Phänomene an sich kennenzulernen. Man kann sogar Optik *frei von Modellen des Lichts* betreiben. Bei Bedarf kann man jedoch *anhand der Phänomene ein Modell entwickeln* (Westphal, 2014, S. 18-21).

Das entwickelte Modell soll die Phänomene aber nicht anhand von unbeobachtbaren Mechanismen erklären, sondern im Zusammenhang mit den tatsächlichen Versuchsbedingungen beschreiben. Beispielsweise kann man von Lichtwegen reden, ohne über das Wesen des Lichts zu spekulieren. Ebenso kann man sagen, dass Licht sich bei der Ausbreitung so ähnlich wie eine Welle *verhält*, solange man bedenkt, dass Licht keine Welle *ist*. Hierbei verzichtet man weitestgehend darauf, Experimente nur zur Hypothesenüberprüfung zu nutzen (Westphal, 2014, S. 18-21).

Auf diese Weise kann man *das ontologische Missverständnis vermeiden*, dass Licht aus Strahlen, Teilchen oder Wellen bestehe. Stattdessen lernt man, Modelle zweckgemäß zu nutzen, zu bewerten und je nach Phänomenbereich zu wechseln. Nichtsdestotrotz soll ein Modell so gestaltet werden, dass es möglichst lange tragfähig ist (Westphal, 2014, S. 18-21).

3.3.2 Modellorientierter Unterricht

Der bildbasierte Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie soll von den beobachtbaren Bildern zu den gedachten Strahlen führen, also zu einem Modell. Deshalb wurden die abschließenden Schritte des bildbasierten Zugangs im Sinne von modellorientiertem Unterricht gestaltet. Im Folgenden wird zusammengetragen, was in der Naturwissenschaftsdidaktik unter Modellen, Modellkompetenz sowie modellorientiertem Unterricht verstanden wird.

Modelle

Menschen versuchen stets, ihren Sinneswahrnehmungen eine Bedeutung zu verleihen. Immer wenn sie das wahrgenommene Objekt deuten, gestalten sie ein gedankliches Gegenstück (Mikelskis-Seifert, Thiele, & Wünscher, 2005, S. 32-33). Dieses gedankliche Konstrukt wird mentales Modell genannt. Es ist dem Original in einer bedeutsamen Hinsicht ähnlich (Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 35), aber wesentlich einfacher (Develaki, 2016, S. 300). Das Original kann ein Gegenstand, ein System oder ein Ablauf sein. Erst durch die Vereinfachung im mentalen Modell gelingt es Menschen, Sachverhalte zu verstehen und Entscheidungen zu treffen (Develaki, 2016, S. 301-302).

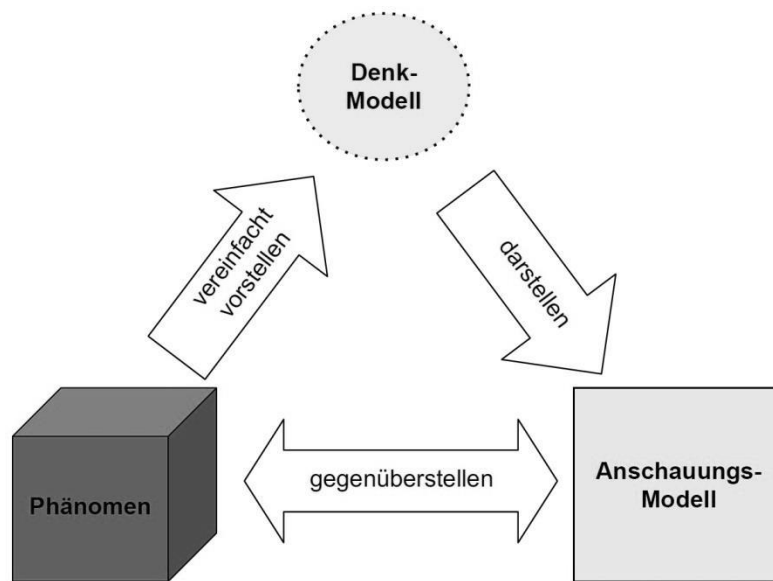


Abb. 20: Handlungszusammenhang zwischen Phänomen und Modell. Umgeordnetes, vereinfachtes und ergänztes Schema nach Heitzmann (2010, S. 89), vgl. Mikelskis-Seifert et al. (2005, S. 33 und S. 35).

Ein mentales Modell kann in Form eines konstruierten Modells veräußert werden (Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 33); entweder gegenständlich, bildhaft oder abstrakt, beispielsweise theoretisch-mathematisch (Develaki, 2016, S. 300). Mit anderen Worten: Ein Denkmodell kann in ein Anschauungsmodell übersetzt werden (Heitzmann, 2010, S. 89). Im Unterricht dient ein Anschauungsmodell dazu, das zugehörige Denkmodell zu vermitteln. Beispielsweise kann das Denkmodell des Lichtstrahls anhand des Anschauungsmodells eines feinen Lichtbündels, eines Bleistiftstrichs oder einer Geradengleichung dargestellt werden.

In den Naturwissenschaften dienen Modelle dazu, auf die Welt des unsichtbar Kleinen und die Welt des unüberschaubar Großen zugreifen zu können (Develaki, 2016, S. 305, Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 31). Forschende nutzen Modelle, um Phänomene darzustellen, zu deuten und vorherzusagen (Develaki, 2016, S. 306). Dies geschieht meist vor dem Hintergrund einer Theorie (Develaki, 2016, S. 300). Nichtsdestotrotz kann ein Modell unabhängig von einer Theorie sein (Develaki, 2016, S. 301). Ein Lichtstrahl entspricht im Rahmen der elektromagnetischen Theorie des Lichts der Wellenausbreitungsrichtung; aber er kann auch unabhängig davon zur geometrischen Beschreibung optischer Zusammenhänge genutzt werden.

Der Hauptzweck eines Modells besteht in der Vereinfachung. Beispielsweise dient der Lichtstrahl dazu, die Lichtausbreitung vereinfacht zu beschreiben (Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 34).

Ein zweites wichtiges Ziel ist die Veranschaulichung. Entweder werden bestimmte Merkmale eines Gegenstandes, z.B. dessen Aussehen oder Funktion (Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 34) veranschaulicht, oder es werden Strukturen veranschaulicht, die

abstrakt oder zu komplex zur direkten Beobachtung sind (Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 34). Das Strahlenmodell dient beispielsweise der Veranschaulichung der komplexen Abbildungsvorgänge an Linsen, Prismen und Gittern.

Ein drittes Ziel besteht in der Erklärung und Vorhersage von Phänomenen (Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 34). Mit dem Strahlenmodell kann man beispielsweise vorhersagen, wo das scharfe Linsenbild entsteht, welche Farben durch ein Prisma zu sehen sind, oder wo laut Gitterformel Interferenzmaxima zu finden sind.

Mit einem Modell stellt man nur ausgewählte Eigenschaften der realen Gegenstände, Systeme oder Abläufe dar (Develaki, 2016, S. 305). Manche Eigenschaften des Originals fehlen im Modell—und umgekehrt (Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 35). Beispielsweise hat ein Strahl im Gegensatz zu einem feinen Lichtbündel einen unendlich kleinen Durchmesser; zudem ist ein Lichtbündel genau betrachtet niemals geradlinig begrenzt, da das Licht an der bündelbegrenzenden Blende gebeugt wird.

Ein Modell wird je nach Ziel, Genauigkeitsbedarf und Theorierahmen gebildet; für ein und dasselbe Phänomen kann es daher mehrere Modelle geben (Develaki, 2016, S. 305). Das einfachste Modell wird jedoch bevorzugt (Develaki, 2016, S. 306). Für die Lin senabbildung zum Beispiel kann man neben dem Strahlenmodell auch das Wellenmodell verwenden, aber solange Beugungseffekte vernachlässigbar sind, bevorzugt man meist das Strahlenmodell. Die Akzeptanz, Verbesserung oder Ablehnung von Modellen und die Wahl zwischen Modellen hängen von ihrer Zweckmäßigkeit ab (Develaki, 2016, S. 306). Ein gutes Modell stellt nur wesentliche Eigenschaften des Originals dar, erfüllt die bezweckte Funktion auf einfache Weise und ist dabei möglichst exakt und fruchtbar (Heitzmann, 2010, S. 92).

Modellkompetenz

Vielen Lernenden fällt es schwer, den Unterschied zwischen Modell und Modelliertem zu erkennen: Sie vermischen Denkweisen aus der alltäglichen Erlebniswelt und der wissenschaftlichen Modellwelt, trennen kaum zwischen unterschiedlichen Denkmodellen, und unterscheiden nicht zwischen erlaubten und unerlaubten Visualisierungen oder Sprechweisen (Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 32).

Daher gehört Modellkompetenz zu den übergeordneten Zielen des Physikunterrichts. Modellkompetenz umfasst das Modellverständnis und die Modellanwendung (Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 36). Die Lernenden sollen nicht nur den speziellen Inhalt eines Modells kennen, sondern auch ein allgemeines Modellverständnis erlangen und dieses selbständig anwenden (Leisner-Bodenthin, 2006, S. 93). Zum allgemeinen Modellverständnis gehört laut Leisner-Bodenthin (2006, S. 94) das Wissen, dass Modelle

- menschengemacht sind, um etwas zu erklären, vorherzusagen oder zu veranschaulichen,
- sich auf etwas beziehen, was nicht unmittelbar beobachtbar ist,
- weder richtig noch falsch sind, sondern mehr oder weniger zweckmäßig,
- hypothetisch und vorläufig sind, und
- von der wissenschaftlichen Gemeinschaft entweder angenommen oder abgelehnt werden (Leisner-Bodenthin, 2006, S. 94).

Bei der möglichst eigenständigen Entwicklung und Anwendung von Modellen sollen die Lernenden zwischen realen und modellierten Phänomenen unterscheiden und sowohl das Modell als auch den Umgang damit kritisch hinterfragen (Mikelskis-Seifert et al., 2005, S. 35-36).

Neben dem deklarativen und prozeduralen Wissen über Modelle gehört zur Modellkompetenz auch ein Verständnis von wissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen (Develaki, 2016, S. 302). Vermutlich fördert Modellkompetenz das Physiklernen; empirische Belege dafür stehen jedoch noch aus (Leisner-Bodenthin, 2006, S. 95).

Die Modellmethode im Unterricht

Vor allem in Klassenstufe 10 lernen die Schülerinnen und Schüler verschiedene Modelle des Lichts kennen (Leisner-Bodenthin, 2006, S. 97). Angesichts dieser Vielzahl von Lichtmodellen ist es nötig und möglich, die Modellkompetenz der Lernenden zu schulen.

Im modellorientierten Unterricht kommt es darauf an, Modelle und Modellierung an sich zu thematisieren. Die Lehrperson muss zunächst herausarbeiten, dass direkte Beobachtung und Modell auf unterschiedlichen Realitätsebenen liegen (Leisner-Bodenthin, 2006, S. 98). Zudem muss die Lehrperson den pragmatischen Nutzen eines Modells hervorheben. Er besteht darin, Vorgänge vorhersagbar zu machen. Dementsprechend ist die Rolle des Modellkonstruktors beim Festlegen der Modelleigenschaften zu betonen. Die Lehrperson sollte nur notwendige Modelleigenschaften vermitteln und mit den Lernenden die Einfachheit und Anschaulichkeit des entwickelten Modells diskutieren (Leisner-Bodenthin, 2006, S. 98). Wenn möglich, soll die Lehrperson die Lernenden in die Modellbildung einbeziehen, um deren Wissen über Modelle und Modellierung zu fördern (Develaki, 2016, S. 302).

Die verallgemeinerte Modellmethode lässt sich als Vierschritt auffassen:

- „1. Beobachten eines Phänomens (vertraut werden) mit dem Ergebnis der Erkenntnis, dass die direkte Untersuchung des Originals zu keiner Erklärung des Phänomens führt;
2. Modellentwicklung beziehungsweise Modellauswahl;
3. Beantworten der Frage beziehungsweise Lösen des Problems (Modellanwendung);
4. Zweckmäßigkeit und Erklärungswert des Modells prüfen – Reflexion der Modellnutzung beziehungsweise der Modellmethode“ (Leisner-Bodenthin, 2006, S. 98)

Der erste und vierte Schritt der Modellmethode werden in gewöhnlichem Unterricht oft vernachlässigt (Leisner-Bodenthin, 2006, S. 98). In phänomenbasiertem Unterricht (Westphal, 2014) hingegen wird auf den ersten Schritt—die Phänomenbeobachtung—besonders viel Wert gelegt. Für den vierten Schritt—die Modellbewertung—können folgende Fragen leitend sein (Heitzmann, 2010, S. 93):

- Welche Merkmale stellt das Modell dar?
- Welche Entsprechungen zum Original fehlen?
- Wo weicht das Modell vom Original ab?
- Welche Fragestellung lässt sich mit dem Modell lösen?
- Wie ist das Aufwand-Nutzen-Verhältnis?
- Welche Modellanforderungen (Einfachheit, Zweckmäßigkeit, Fruchtbarkeit) sind erfüllt?

3.3.3 Entwurf einer phänomenbasierten Modellmethode

Damit die methodischen Elemente eines phänomenbasierten Unterrichts und eines modellorientierten Unterrichts gleichermaßen zum Tragen kommen, wurden die phänomenologische Methode (Müller, 2017) und die Modellmethode (Leisner-Bodenthin, 2006) zusammengeführt, siehe Tabelle 6.

Tab. 6: Zusammenführung der phänomenologischen Methode und der Modellmethode

| Phänomenologische Methode (Müller, 2017) | Modellmethode (Leisner-Bodenthin, 2006) | Phänomenbasierte Modellmethode |
|--|---|--|
| 1. Alltagsnahe Erscheinungen beschreiben | 1. Phänomen beobachten | 1. Alltagsnahe Erscheinungen beschreiben |
| 2. Erscheinungen in Versuchen vervielfachen | | 2. Erscheinungen in Versuchen vervielfachen |
| 3. Erscheinungsweisen übersichtlich darstellen | | 3. Erscheinungsweisen übersichtlich darstellen |
| 4. Ausgewählte Zusammenhänge formal darstellen | 2. Modell auswählen oder entwickeln | 4. Modell anhand ausgewählter Zusammenhänge entwickeln |
| | 3. Modell anwenden | 5. Modell anwenden |
| | 4. Modell bewerten | 6. Modell bewerten |

Hierfür wurde der erste Schritt der Modellmethode in die ersten drei Schritte der phänomenologischen Methode zerlegt; im Gegenzug wurde der vierte Schritt der phänomenologischen Methode in die letzten drei Schritte der Modellmethode zerlegt. Auf diese Weise ergänzen sich die phänomenologische Methode und die Modellmethode gegenseitig zu einer phänomenbasierten Modellmethode.

Diese phänomenbasierte Modellmethode wurde anschließend für die didaktische Strukturierung des bildbasierten Zugangs verwendet, damit er schrittweise von der Erfahrungswelt zur Modellwelt führt.

3.4 Vorgehen bei der Didaktischen Rekonstruktion

Fachliche Klärung, Erfassung der Lernerperspektive und didaktische Strukturierung werden nicht in einem einfachen Durchlauf, sondern in mehreren Schleifen abgearbeitet:

„Die drei Untersuchungsaufgaben innerhalb des Modells der Didaktischen Rekonstruktion [...] sind [...] jeweils von den Ergebnissen der anderen Untersuchungsaufgaben abhängig. Deshalb können weder alle drei Teilaufgaben gleichzeitig bearbeitet noch in eine lineare Abfolge dreier streng aufeinander folgender Einzelschritte übersetzt werden. Notwendig ist eine Vorgehensweise, die mit vorläufigen Untersuchungsergebnissen und wiederholten Perspektivwechseln arbeitet.“ (Kattmann et al., 1997, S. 14)

Die erfolgten Untersuchungsabläufe für die Didaktische Rekonstruktion der Linsenabbildung und Spektroskopie sind in den Abbildungen 21 und 22 vereinfacht dargestellt.

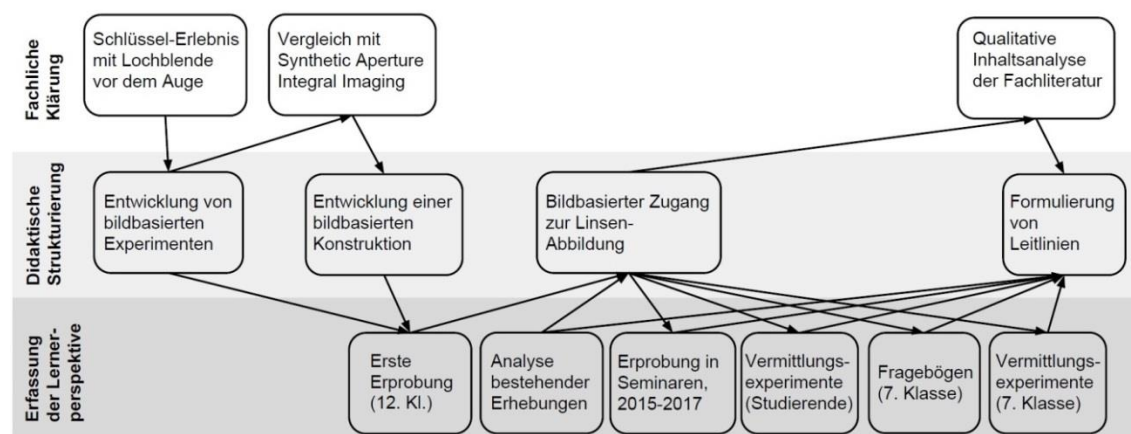


Abb. 21: Ablauf der Didaktischen Rekonstruktion der Linsenabbildung. Das Schema ist gestalterisch angelehnt an Kattmann et al. (1997, S. 13).

3 Methoden

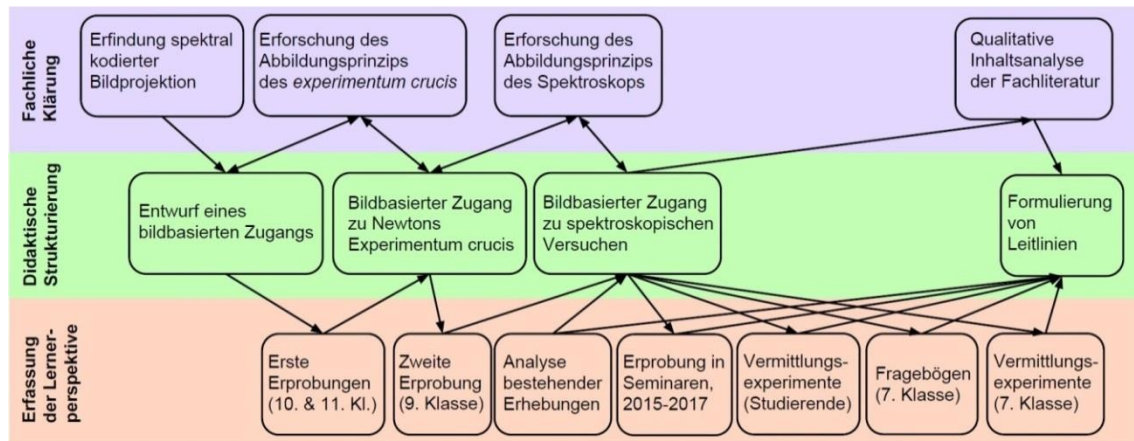


Abb. 22: Ablauf der Didaktischen Rekonstruktion der Spektroskopie. Das Schema ist gestalterisch angelehnt an Kattmann et al. (1997, S. 13).

4 Fachliche Klärung

Um wesentliche wissenschaftliche Vorstellungen zu Linsen, Prismen und Gittern herauszuarbeiten, werden wir jeweils ein historisches und ein aktuelles Dokument zusammenfassen und mithilfe weiterer Quellen interpretieren.

Die Linsenabbildung betrachten wir aus der traditionellen Sicht von Johannes Kepler und der modernen Sicht von Computergrafikern wie Vaibhav Vaish. Während Keplers punktweise Denkfigur in Schulbüchern wiederzufinden ist (Kapitel 1.1), entspricht die Sicht der Computergrafiker viel eher der ganzheitlichen Lernerperspektive.

Prismatische Bilder schauen wir uns aus der Sicht von Isaac Newton und Matthias Rang an. Newtons Erkenntnisse zur Lichtbrechung am Prisma gehören zum Kanon der Schulphysik (Kapitel 1.1), und Rangs phänomenologische Herangehensweise eignet sich für einen phänomenbasierten Unterricht.

Mit Gitterspektren beschäftigen wir uns aus der Sicht von Joseph Fraunhofer und José Lunazzi. Fraunhofer hat die Gesetze der Strahlablenkung am Gitter erarbeitet, und Lunazzis Experimente mit holografisch wirkenden Beugungsbildern kann man als Brücke zwischen der ganzheitlichen, alltagsbezogenen Sicht der Lernenden und der analytischen, theoriebezogenen Sicht Fraunhofers nutzen.

Aus moderner Sicht beruhen Linsenabbildung und Spektroskopie auf einer Überlagerung verschiedener Perspektiven. Deshalb werden wir perspektivische Bilder von Albrecht Dürers Standpunkt aus betrachten, zumal Dürer vielfältige optische Theorien—darunter auch antike, schülertypische Vorstellungen—zusammenführt.

4.1 Johannes Keplers Sicht auf die Linsenabbildung

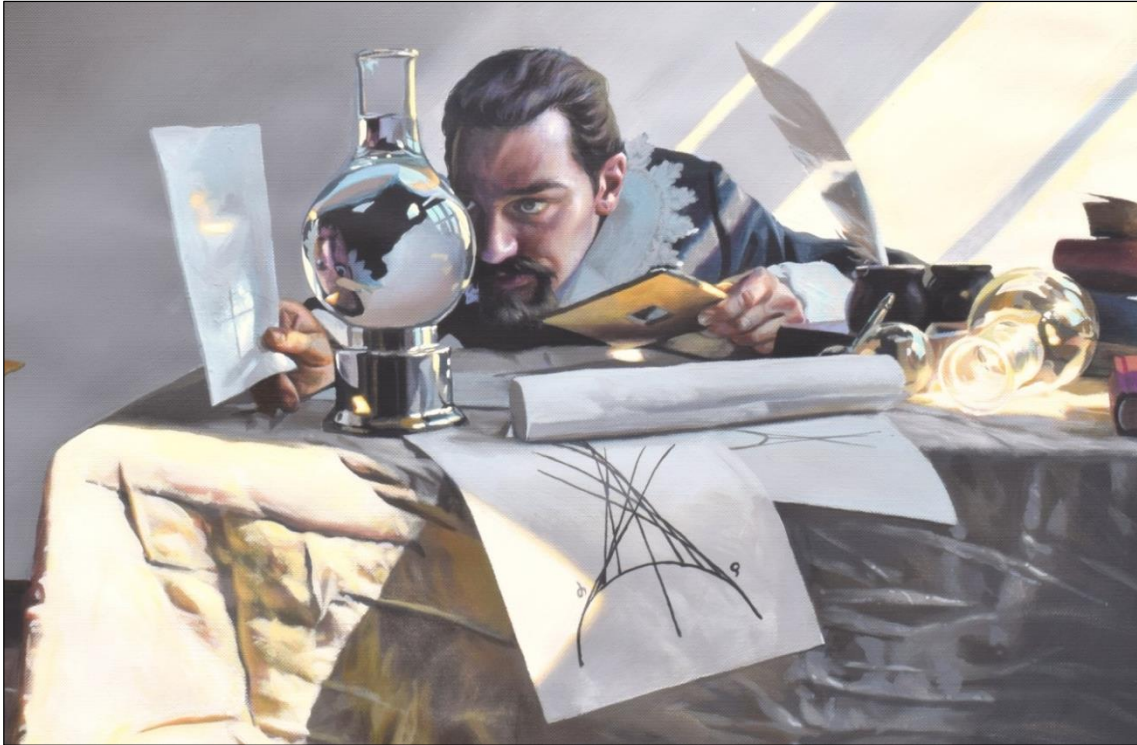


Abb. 23: Kepler erforscht *imago* (die Ansicht auf der Linse) und *pictura* (das Abbild auf dem Papier).

Johannes Kepler (1571-1630) gilt als der Erste, der den Sehvorgang physikalisch korrekt erklärt hat. Hierbei stützte er sich auf seine umfangreichen Untersuchungen zur Linsenabbildung (Abbildung 23). Seine Erkenntnisse zur Strahlablenkung an Linsen hat er auch auf den Bau von Fernrohren angewandt. Heutige Schulbuchdarstellungen der Linsenabbildung sind auf Keplers Schriften zurückzuführen.

Dokument

- Kepler (1904)

Quelle zur Interpretation

- Kepler (2000)

4.1.1 Zusammenfassung

Linsendefinition. „Eine Linse ist ein Glas oder Kristall von der Form einer kreisförmigen Scheibe, deren Durchmesser größer ist als die Dicke“ (Kepler, 1904, S. 15). Eine *Konvexlinse* ist auf der einen Seite konvex und auf der anderen plan oder konvex. Für eine *Konkavlinse* gilt Entsprechendes. Eine *gemischte Linse* ist auf der einen Seite konvex und auf der anderen konkav.

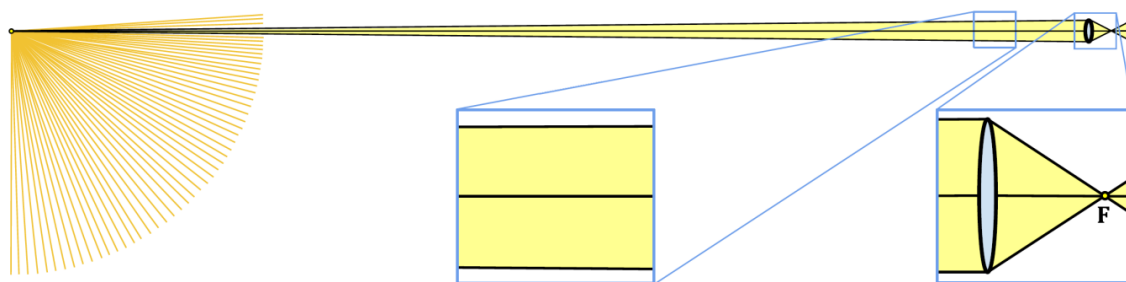


Abb. 24: Keplers Konzept *Quasi-parallele Strahlen* und der damit verbundene Begriff vom *Brennpunkt*.

Strahlengang an der Konvexlinse. Von einem leuchtenden Punkt ausgehende quasi-parallele Strahlen schneiden sich hinter einer konvexen Kristall- oder Glaslinse in einem Punkt (Abbildung 24). Dessen Abstand ist kleiner als der Krümmungsdurchmesser der abgewandten Linsenfläche und kleiner als der anderthalbfache Krümmungsdurchmesser der zugewandten Linsenfläche. Wenn die Krümmungen der konvexen Linse gleich sind, dann befindet sich der Schnittpunkt ungefähr im Krümmungsmittelpunkt.

Brennpunktdefinition. Je näher der leuchtende Punkt an der Konvexlinse ist, desto ferner liegt der Punkt, zu dem seine Strahlen gezwungen werden (Abbildung 25(a)).

„So wollen wir unter Brennpunkt schlechtweg ohne jeden Zusatz denjenigen Punkt verstehen, zu welchem gezwungen werden, und in welchem sich schneiden die Strahlen eines sehr fernen Punktes, also parallele Strahlen.“ (Kepler, 1904, S. 22)

Abbildende Wirkung. Mit einer konvexen Linse kann man Gegenstände abbilden, indem man die Linse in das Fenster einer dunklen Kammer setzt und ein Papier im Vereinigungspunkt der Strahlen aufstellt.

„Ein Punkt eines sichtbaren Gegenstandes wird auf dem Papier mit allen Strahlen, welche er gegen die Linse sendet, wieder ungefähr zu einem Punkte zusammengezogen. Die sichtbaren Gegenstände bestehen aber aus unendlich vielen Punkten. Es werden also unzählige solche Punkte auf dem Papier abgebildet, d.h. die gesamte Oberfläche des sichtbaren Gegenstandes.“ (Kepler, 1904, S. 22)

Es entsteht ein umgekehrtes Bild (Abbildung 25(b)).

„Denn die Linse ist die Basis, auf der beiderseits die beiden Strahlenkegel stehen, von denen der eine seinen Scheitel in einem Punkte des Gegenstandes, der andere in einem Punkte des Bildes auf dem Papier hat. [...] Solch ein Zweigespann wollen wir im folgenden ein Strahlenbündel nennen. Die Bündel aller Punkte laufen in der Linse wie in einer gemeinschaftlichen Basis der Kegel zusammen und fahren nach Durchsetzung der Linse wieder auseinander; dabei gelangen sie nach entgegengesetzten Richtungen.“ (Kepler, 1904, S. 22)

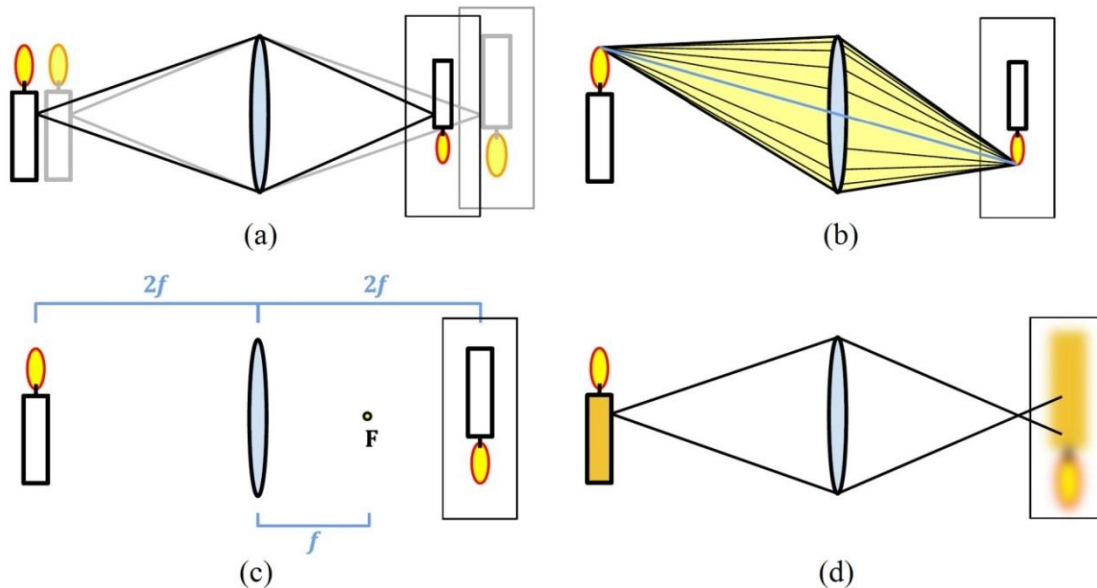


Abb. 25: Keplers Konzepte zur Projektion eines wirklichen Bildes mit einer Linse. (a) *Gegenstandsweitenabhängiger Schnittpunkt*. (b) *Beidseitige Strahlenkegel*. (c) *Symmetrische Abbildung*. (d) *Unscharfes Bild*.

Die Bildgröße verhält sich zur Bildweite ungefähr so wie die Gegenstandsgröße zur Gegenstandsweite.

„Denn die Achsen der Bündel (die Geraden, welche gezogen sind von einem Punkt des Gegenstandes zu dem entsprechenden des Bildes) schneiden sich alle gegenseitig nahezu in einem Punkt, welcher dicht an dem Zentrum der Linse liegt. Daher gehören zu gleichen Winkeln an der Spitze (Euclid I, 15) auch Grundlinien, die proportional beiden Schenkeln sind (Euclid VI, 4).“ (Kepler, 1904, S. 23)

Messung der Linsenkrümmung. Den Krümmungsradius einer beidseitig gleich stark gekrümmten Konvexlinse kann man folgendermaßen ermitteln:

„Man bringe das Papier in diejenige Entfernung, in der sich ferne Gegenstände am deutlichsten abbilden. Dann [...] wird das Papier sich im Brennpunkt befinden.“ (Kepler, 1904, S. 23)

Auf ähnliche Weise findet man den Krümmungsdurchmesser einer plankonvexen Linse, wenn die Strahlen senkrecht auf die plane Seite der Linse treffen.

Den Krümmungsdurchmesser einer beidseitig gleich stark gekrümmten Konvexlinse kann man auch mithilfe eines nahen Gegenstands ermitteln:

„Man bringe die Linse genau senkrecht in die Mitte zwischen Papier und Gegenstand und vermehre oder vermindere die Entfernung beider von der Linse immer in gleichem Maße, bis die Abbildung auf dem Papier am deutlichsten wird.“ (Kepler, 1904, S. 23)

In diesem Fall schneiden sich die Strahlen in gleichen Entfernungen vor und hinter der Linse (Abbildung 25(c)). Folglich verlaufen sie innerhalb der Linse parallel. Somit

gleichet der Abstand der beiden Schnittpunkte zur Linse jeweils einem Krümmungsdurchmesser.

Brennwirkung. Mit einer beidseitig gleich gekrümmten Konvexlinse kann man ein Feuer machen:

„Man halte die Linse senkrecht zu den Sonnenstrahlen und bringe Brennstoff in den Schnittpunkt. Derselbe wird einen Halbmesser der Konvexität entfernt sein, weil die Strahlen vom Mittelpunkt der Sonne parallel sind.“ (Kepler, 1904, S. 24)

Auch mit einer plankonvexen Linse kann man ein Feuer machen, und zwar im Abstand von etwa einem Krümmungsdurchmesser.

Optische Entfernungsmessung. Man kann eine Konvexlinse nutzen, um die Entfernung eines Gegenstandes zu messen: Wenn die Bildweite größer ist als der Krümmungsdurchmesser, dann ist die Gegenstandsweite kleiner als der Krümmungsdurchmesser. Wenn die Bildweite so groß ist wie der Krümmungsdurchmesser, dann ist die Gegenstandsweite ebenso groß (Abbildung 25(c)). Wenn die Bildweite kleiner als der Krümmungsdurchmesser ist, dann ist die Gegenstandsweite größer als dieser. Wenn die Bildweite dem Krümmungsradius entspricht, dann ist der Gegenstand in einer großen Entfernung, die mithilfe der Linsenabbildung nicht mehr genau bestimmbar ist.

Darüber hinaus kann man die Linse zur Entfernungsbestimmung nutzen, indem man das Abbildungsverhältnis auf einen Gegenstand bekannter Größe anwendet: Die Gegenstandsgröße verhält sich zur Gegenstandsweite wie die Bildgröße zur Bildweite.

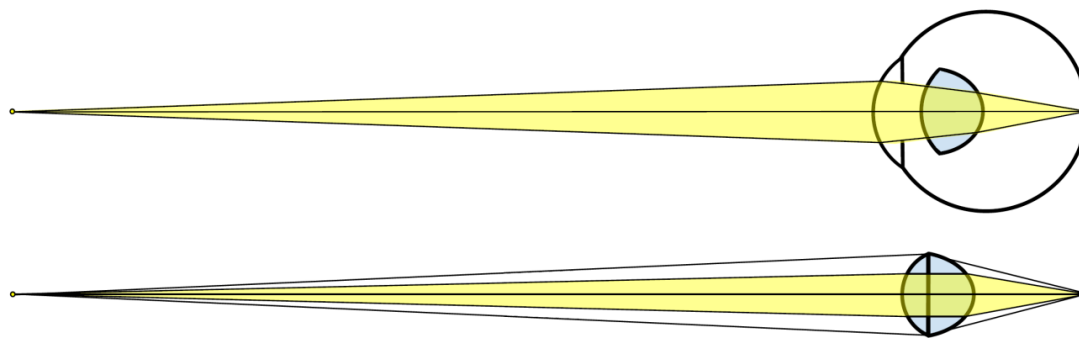


Abb. 26: Keplers Konzept *Linsenabbildung im Auge*.

Linsenabbildung im Auge. Das Auge ähnelt einer Lochkamera mit Linse (Abbildung 26):

„Die Kristallfeuchtigkeit des Auges stellt eine konvexe Linse von hyperbolischer Gestalt vor, während die mit geistigem Stoff angefüllte Netzhaut hinter der kristallinen Feuchtigkeit [gleichsam] an Stelle des Papiers steht. Auf ihr bildet sich das Sichtbare mit wirklicher Zeichnung ab.“ (Kepler, 1904, S. 28)

Die hyperbolische Form der Linse lässt die Lichtbündel so zusammenlaufen, dass ein vollkommen scharfes Bild entsteht.

„Die Netzhaut wird bemalt von den farbigen Strahlen der sichtbaren Welt. Diese Bemalung oder Illustrierung ist mit einer nicht bloß oberflächlichen Veränderung der Netzhaut verknüpft, [...] sondern mit einer qualitativen, in die Substanz und den Sehstoff eindringenden.“ (Kepler, 1904, S. 28)

Die Netzhaut kann scharfe Bilder von nahen und fernen Gegenständen nicht zugleich erhalten, vgl. Abbildung 25(d).

„Denn [...] es schneiden sich die von einem fernen Punkt ausgehenden Strahlen näher hinter der Linse als die von einem nahen. [...] Im Punkt der Vereinigung [entsteht] ein scharfes Bild [...], deshalb muß die Abbildung außerhalb des Schnittpunktes verschwommen und auch [...] das Sehen undeutlich sein.“ (Kepler, 1904, S. 31)

Deshalb muss sich die Augenlinse relativ zur Netzhaut bewegen können.

Scharfe Sicht ist unmöglich bei konvergent (beispielsweise aus einer Konvexlinse) einfallenden Strahlen, denn das Auge ist für Fern- beziehungsweise Nahsicht ausgelegt, und bei Fernsicht fallen die Strahlen fast parallel ein, bei Nahsicht hingegen divergent.

Strahlen durch eine Konvexlinse zum Auge. Durch eine Konvexlinse sieht man den Gegenstand aufrecht, wenn sich das Auge *vor dem Schnittpunkt* der Strahlen eines Gegenstandspunkts befindet (also näher an der Linse als der Strahlenschnittpunkt). In diesem Fall kommen nämlich die Strahlen beim Auge von derselben Seite an, auf der auch der Gegenstandspunkt liegt.

Je weiter das Auge von der Konvexlinse entfernt ist, desto verschwommener ist das aufrechte Bild eines fernen Gegenstandes, weil die Strahlen eines Gegenstandspunktes nach der Linsenbrechung umso konvergenter auf das Auge fallen.

Ein naher Gegenstand erscheint Alterssichtigen durch eine Konvexlinse scharf, denn ihre Augen sind an parallel ankommende Strahlen gewöhnt, und die Strahlen eines nahen Gegenstandspunktes kommen ungefähr parallel aus der Konvexlinse.

Wenn sich das Auge *im Brennpunkt* befindet (also im Schnittpunkt der Strahlen eines fernen Gegenstandes), sieht es nahe Gegenstände noch aufrecht. Das Auge befindet sich dann nämlich im Schnittpunkt der Strahlen von einem fernen Gegenstandspunkt und somit noch vor dem Schnittpunkt der Strahlen vom nahen Gegenstandspunkt. Somit kommen die Strahlen beim Auge von derselben Seite an, auf der auch der Gegenstandspunkt liegt.

Wenn sich das Auge *im Schnittpunkt* der Strahlen von einem Gegenstandspunkt befindet, dann erscheint der Gegenstandspunkt durch die Linse so undeutlich wie möglich, da die Strahlen am Auge so konvergent wie möglich sind (Abbildung 27(a)).

Wenn sich das Auge *hinter dem Schnittpunkt* der Strahlen von einem Gegenstandspunkt befindet, dann erscheint dieser Gegenstand durch die Linse umgekehrt. In diesem Fall

kommen nämlich die Strahlen beim Auge nicht von jener Seite an, auf der auch der Gegenstandspunkt liegt, sondern von der gegenüberliegenden (Abbildung 27(b)).

Gegenstände, die durch eine Konvexlinse umgekehrt erscheinen, wirken für Alterssichtige meist undeutlich. Ihre Augen sind nämlich auf parallele Strahlen eingestellt, aber die Strahlen jedes Gegenstandspunktes divergieren nach dem jeweiligen Kreuzungspunkt hinter der Linse merklich; es sei denn, der Pupillendurchmesser ist vergleichsweise klein. Dieselben Gegenstände wirken für Kurzsichtige hingegen scharf, da ihre Augen an divergente Strahlen gewöhnt sind.

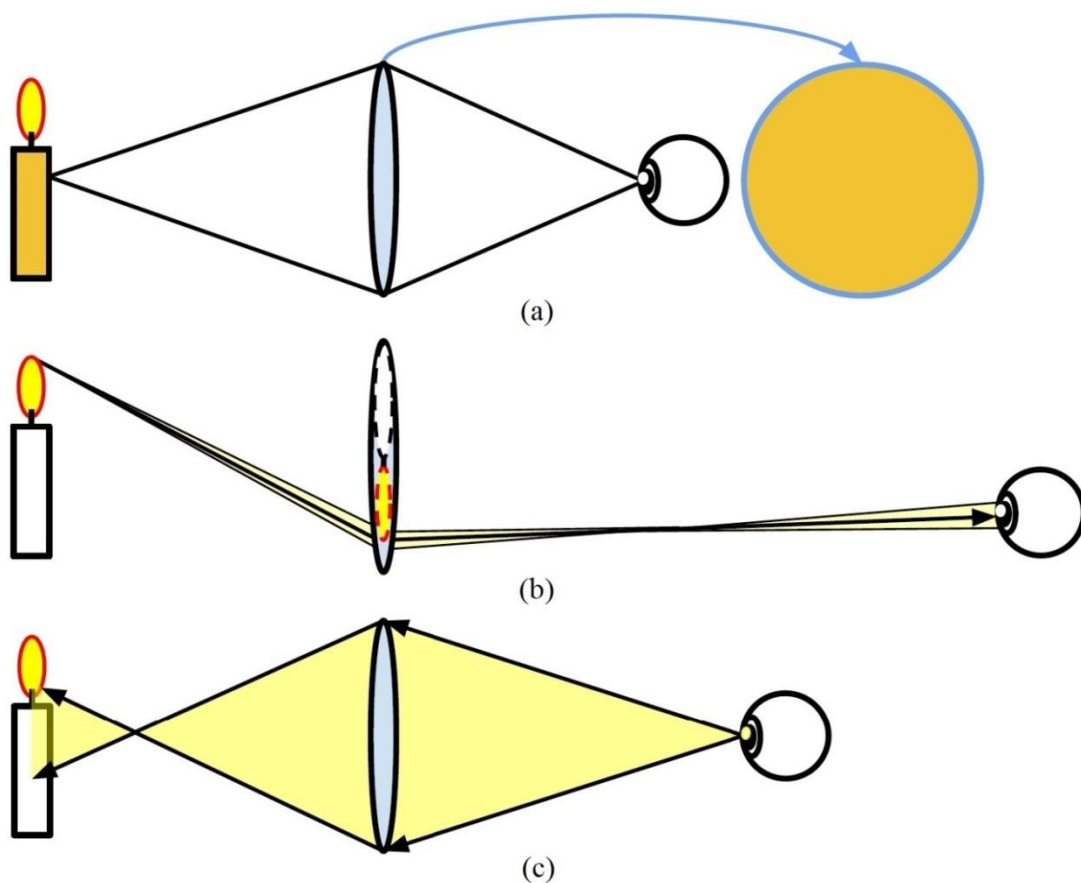


Abb. 27: Keplers Konzepte zur Betrachtung eines Gegenstandes durch eine Linse. (a) *Sicht vom Schnittpunkt.* (b) *Strahlen zum Auge.* (c) *Strahlen vom Auge.*

Strahlen vom Auge durch eine Konvexlinse. Der Einfachheit halber nimmt Kepler an, dass Licht vom Auge ausgeht (Abbildung 27(c)):

„Setzen wir das Auge für den strahlenden Punkt, was erlaubt ist [...]. Wenn das Auge der Linse so nahe ist, so divergieren diejenigen seiner Strahlen, die durch die Linse gehen, auch nach der Brechung in der Richtung auf den Gegenstand, und der Gegenstand erscheint aufrecht [...].“ (Kepler, 1904, S. 46)

Wenn das Auge von der Linse *zum Brennpunkt* hin abrückt, dann werden die Strahlen jenseits der Linse *parallel*. Wenn das Auge sich immer weiter *hinter den Brennpunkt* begibt, *schneiden sich* die Strahlen jenseits der Linse—zunächst hinter dem fernen Gegenstand, dann in einem seiner Punkte. „Und dann wird von dem ganzen Gegenstand nur ein einziger Punkt gesehen, und zwar so groß wie die Linse selbst, aber ganz verschwommen“ (Kepler, 1904, S. 47).

Wenn das Auge sich noch weiter entfernt, schneiden sich die Strahlen zwischen Linse und Gegenstand, treffen umgekehrt auf den Gegenstand und lassen ihn daher umgekehrt erscheinen (Abbildung 27(c)). Je weiter das Auge abrückt, desto größer wird der Winkel zwischen den sich schneidenden Strahlen, sodass der erfasste Gegenstandsbereich immer größer wird.

Wenn das Auge *sehr weit* von der Linse entfernt ist, dann treffen die Strahlen aus der Augenmitte ungefähr *parallel* auf die Linse und schneiden sich jenseits der Linse in einem bestimmten Punkt, dem Brennpunkt.

Nicht umgekehrt erscheinen stets jene Gegenstände, die näher sind als eben genannter Schnittpunkt. Daher können beim Blick durch die Linse manche Gegenstände umgekehrt und gleichzeitig andere aufrecht erscheinen.

Je weiter das Auge von der Linse entfernt ist, desto kleiner erscheint die Linse, aber umso größer ist auch der erfasste Gegenstandsbereich. Daher erscheinen die Gegenstände umso kleiner, je weiter das Auge von der Linse entfernt ist.

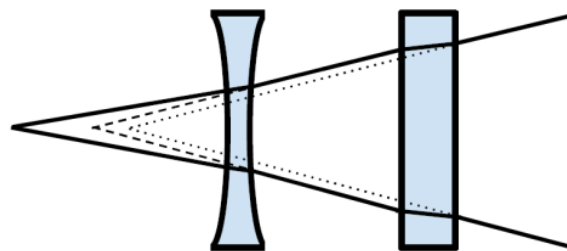


Abb. 28: Keplers Konzept *Gesteigerte Divergenz*.

Strahlengang an einer Konkavlinse. „Strahlen, die von einem beliebig gelegenen Punkt auf eine beiderseits konkave Linse fallen, divergieren nach der letzten Brechung noch stärker. Dies trifft auch für eine beiderseits plane Scheibe zu“ (Kepler, 1904, S. 54), siehe Abbildung 28.

4.1.2 Explikation

Keplers Strahlbegriff. Kepler verwendet das Wort „Strahl“ oft so, als handele es sich um quasimechanische Lichtanteile. Insbesondere sagt er, dass die farbigen Strahlen die Netzhaut bemalen (Kepler, 1904, S. 28). Hierbei bezieht er sich jedoch wahrscheinlich

auf Lichtbündel. In einem früheren Werk hält er nämlich fest, dass er unter einem Strahl nicht einen Bestandteil des Lichts, sondern nur die Bahn des Lichts versteht: „*A ray of light is no part of the light itself flowing forth. For, by Prop. 4, a ray is nothing but the motion itself of light*“ (Kepler, 2000, S. 21, Herv. im Original).

In Proposition 4 behauptet Kepler, dass sich Licht von einem leuchtenden Punkt so ausbreitet, dass es eine Kugelform annimmt (Kepler, 2000, S. 20-21). Diese kugelförmige Ausbreitung erfolgt gleichmäßig und somit entlang unendlich vieler gerader Linien, die „Strahlen“ genannt werden (Kepler, 2000, S. 20-21).

Strahlengang im Auge. Ausführlicher als in der *Dioptrik* hatte Kepler das Sehen schon in seinen *Paralipomena* erläutert.

Demnach beruht Sehen darauf, dass ein Bild auf der Netzhaut entsteht.

„I say that vision occurs when an image of the whole hemisphere of the world that is before the eye, and a little more, is set up at the white wall, tinged with red, of the concave surface of the retina.“ (Kepler, 2000, S. 180)

Das Bild auf der Netzhaut ist umgekehrt, aber seine Farben und Proportionen entsprechen denen der abgebildeten Gegenstände (Kepler, 2000, S. 181). Der Detailgrad des Bildes entspricht der Sehschärfe (Kepler, 2000, S. 182).

Das Netzhautbild geht aus Strahlenkegeln hervor:

„This picture consists of as many pairs of cones as there are points in the object seen, the pairs always being on the same base, the breadth of the crystalline humor, or making use of a small part of it.“ (Kepler, 2000, S. 182)

Der eine Kegel eines Kegelpaars hat seine Spitze am gesehenen Punkt, wird an der Hornhaut gebrochen und hat seine Basis auf der Linse; der andere hat dieselbe Basis, wird an der Rückseite der Linse gebrochen und hat seine Spitze am entsprechenden Bildpunkt auf der Netzhaut. In der Pupille treffen sich alle Kegel (Kepler, 2000, S. 182).

Ein sichtbarer Punkt direkt gegenüber vom Auge strahlt kugelförmig und bestrahlt somit die gesamte kugelförmige Hornhaut, die Regenbogenhaut und die Pupille (Kepler, 2000, S. 182). Da die Hornhaut und die darunter befindliche Flüssigkeit dichter sind als die umgebende Luft, werden die Strahlen zum Lot der kugelförmigen Hornhaut hin gebrochen (Kepler, 2000, S. 182). Dadurch werden die in der Luft divergierenden Strahlen hinter der Hornhaut zusammengeführt, sodass der beleuchtete Kreis auf der Linse kleiner ist als die Pupille (Kepler, 2000, S. 182). Bei geeigneter Entfernung des Objektpunktes treffen die eingefallenen Strahlen nahezu senkrecht auf die Linse und werden somit kaum an deren Vorderseite gebrochen, obwohl sie optisch dichter ist als die Wasserflüssigkeit (Kepler, 2000, S. 182). Die konvergierenden Strahlen werden an der hyperbolischen Rückseite der Linse weg vom Lot gebrochen und somit hin zur Symmetrieachse. All diese Strahlen von dem gegenüber liegenden Punkt kommen in genau einem Punkt zusammen, nämlich an der Mündung des Sehnervs (Kepler, 2000, S. 183).

Das Netzhautbild besteht aus unzähligen Bildpunkten:

„What we have so far set up as a visible object was a point [...]. And it was not really visible, but was an element, or rather a boundary, of a visible object. [...] Just as there are many points in the visible object, so there are, as it were, many elements of the vision of that object.“ (Kepler, 2000, S. 183)

Ein Punkt rechts vom genau gegenüberliegenden Punkt beleuchtet ebenso die Hornhaut. Der durch die Pupille verlaufende Kegel ist schief und beleuchtet einen leicht nach links versetzten Teil der Linse (Kepler, 2000, S. 183). Etwas Ähnliches passiert in einer Kammer. Hier übernimmt die Pupille die Rolle des Fensters, die Linse die Rolle des Schirms. Allerdings haben sich dort die Kegel noch nicht vollständig durchdrungen, sodass ein verschwommenes Bild auf der Linse entsteht (Kepler, 2000, S. 184). Der links auf die Linse treffende Kegel wird nach rechts gebrochen und verläuft schief durch die Linse, bis er an deren hyperbolischer Rückseite wiederum zum direkten Kegel hin gebrochen wird (Kepler, 2000, S. 184). Gerade Linien, die von den Objektpunkten durch die Mitte des Augapfels gezogen werden, verlaufen durch die entsprechenden Bildpunkte. Andernfalls würde die Welt je nach Blickrichtung verzerrt erscheinen (Kepler, 2000, S. 184). Da die schiefen Kegel nicht komplett gebündelt werden können, ist das Bild zum Rand hin verschwommen (Kepler, 2000, S. 185). Die Vorderseite der Linse ist kugelförmig, sodass jeder Kegel ungefähr dieselbe Fläche der Linse schneidet (Kepler, 2000, S. 187).

Im Dunkeln ist die Pupille dreimal so weit wie im Sonnenlicht, damit mehr Strahlen des schwachen Lichts gesammelt werden (Kepler, 2000, S. 187). Im Hellen ist die Pupille enger, damit mehr Licht draußen gelassen wird, sodass der Sehsinn nicht verletzt wird (Kepler, 2000, S. 187).

4.1.3 Strukturierung

Begriffe

- **Strahl als Lichtweg.** Ein Strahl ist eine geometrische Linie, die den geradlinigen Weg des Lichts innerhalb eines Mediums beschreibt.
- Δ ~~**Strahl als Lichtbestandteil.** Ein Strahl ist ein Bestandteil des sich ausbreitenden Lichts.~~
- **Brennpunkt.** Der Brennpunkt hinter einer Konvexlinse ist der Schnittpunkt jener Strahlen, die vor der Linse achsenparallel verlaufen.

Konzepte

- **Quasi-parallele Strahlen.** Strahlen von einem leuchtenden Punkt fallen ungefähr parallel in eine Linse ein, wenn der Linsendurchmesser sehr klein ist im Vergleich zur Entfernung des leuchtenden Punktes (Abbildung 24).

- **Gegenstandsweitenabhängiger Schnittpunkt.** Je weiter ein Gegenstandspunkt von einer Konvexlinse entfernt ist, desto näher hinter der Konvexlinse schneiden sich die von ihm ausgehenden Strahlen (Abbildung 25(a)).
- **Beidseitige Strahlenkegel.** Gegenstandspunkt und wirklicher Bildpunkt entsprechen den Scheiteln zweier Strahlenkegel, deren gemeinsame Basis von der Konvexlinse gebildet wird und deren gemeinsame Achse ungefähr durch die Linsenmitte verläuft (Abbildung 25(b)).
- **Symmetrische Abbildung.** Bild und Gegenstand befinden sich doppelt so weit von der Konvexlinse entfernt wie der Brennpunkt, wenn Bild und Gegenstand gleich weit von der Linse entfernt sind (Abbildung 25(c)).
- **Unscharfes Bild.** Hinter einer Konvexlinse entsteht ein unscharfes Bild, wenn sich der Schirm außerhalb vom Schnittpunkt der Strahlen eines Gegenstandspunktes befindet (Abbildung 25(d)).
- **Linsenabbildung im Auge.** Die Augenlinse und Netzhaut stehen stellvertretend für eine hyperbolische Linse und ein Papier, sodass ein Gegenstand abgebildet werden kann (Abbildung 26).
- **Sicht vom Schnittpunkt.** Wenn sich das Auge hinter einer Konvexlinse am Ort des Schnittpunktes der Strahlen eines Gegenstandspunktes befindet, sieht es diesen verschwommen (Abbildung 27(a)).
- **Strahlen zum Auge.** Beim Blick durch eine Linse erscheint ein Gegenstandspunkt in jener Richtung, aus der seine Strahlen nach Durchgang durch die Linse in das Auge einfallen (Abbildung 27(b)).
- **Strahlen vom Auge.** Beim Blick durch eine Linse erscheint jener Gegenstandsbereich, den die (zweckgemäß angenommenen) Strahlen aus der Pupillenmitte nach Durchgang durch die Linse erfassen (Abbildung 27(c)).
- **Gesteigerte Divergenz.** Hinter einer Konkavlinse oder einer beidseitig planen Scheibe divergieren die Strahlen von einem leuchtenden Punkt noch mehr als davor (Abbildung 28).

Denkfigur

- **Bildpunkt als Strahlenschnittpunkt.** Ein Bildpunkt entsteht dort, wo die von einem Gegenstandspunkt zur Linse divergierenden Strahlen konvergieren (Abbildung 25(b)).

4.2 Die Sicht von Computergrafikern auf die Linsenabbildung

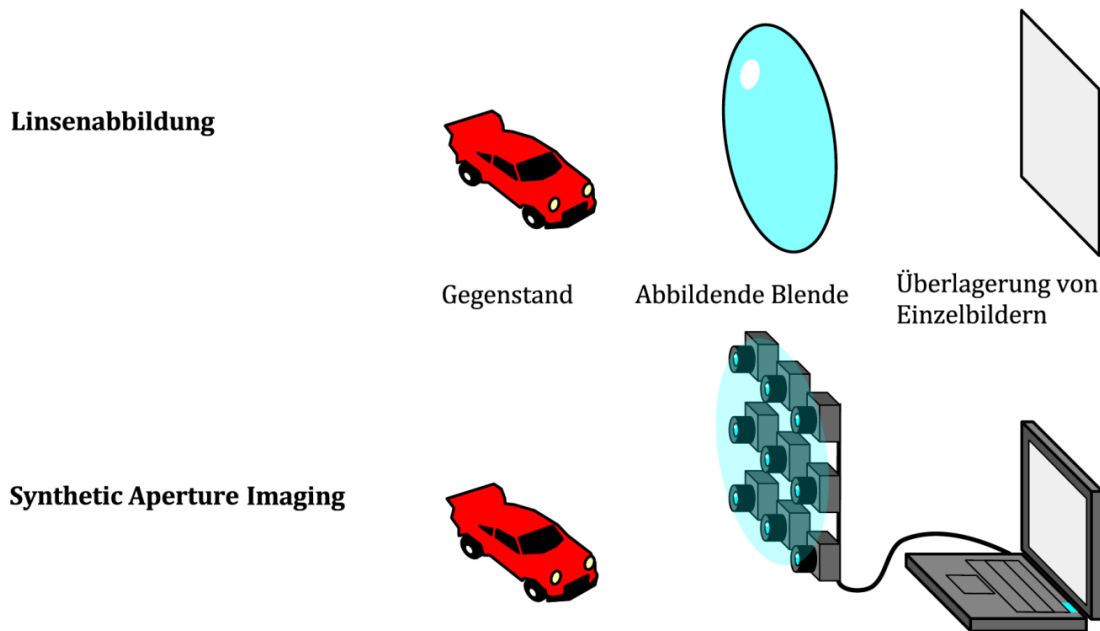


Abb. 29: Ähnlich wie bei der Linsenabbildung kann man mit Synthetic Aperture Imaging scharfe Einzelbilder von verschiedenen Beobachtungspunkten zu einem teils scharfen, teils unscharfen Gesamtbild überlagern.

Computergrafiker können anhand verschiedener Kameraaufnahmen die Wirkung einer großen Linse simulieren (Abbildung 29), um künstliche Unschärfe zu erzeugen oder den Bildkontrast zu verstärken. Hierzu überlagern sie die Einzelbilder zu einem digitalen Gesamtbild. Die Überlagerung der verschiedenen Perspektiven wird anhand der Strahlengeometrie berechnet. Über Anwendungen wie *Google Lens Blur* hat diese Technologie seit ungefähr 2014 auch Einzug in die Alltagswelt von Schülerinnen und Schülern gehalten.

Dokument

- Vaish (2007)

Quellen zur Interpretation

- Tavakoli, Javidi, & Watson (2008)
- Xiao, Javidi, Martinez-Corral, & Stern (2013)

4.2.1 Zusammenfassung

Eine riesige Linse simulieren. Als digitales Gegenstück zur Linsenabbildung haben Computergrafiker eine Technik namens Synthetic Aperture Imaging (SAI) entwickelt: „Synthetic Aperture Imaging is a technique that uses an array of cameras to simulate a giant virtual lens, enabling us to synthesize images which would be impossible to acquire with an ordinary camera lens“ (Vaish, 2007, S. 1). Anstelle einer Linse nutzt man als abbildende Blende entweder eine rasterartige Anordnung von *mehreren* Kameras (Abb. 29), eine rasterartige Anordnung von kleinen Spiegeln *vor* einer Kamera oder eine rasterartige Anordnung von kleinen Linsen *in* einer Kamera (Vaish, 2007, S. 2).

Durch die Abbildung mit der künstlich zusammengesetzten Blende kann man durch Hindernisse sehen, den Bildkontrast verbessern, die Bildschärfe pixelweise einstellen und die Tiefenwirkung im Bild durch den Unterschied zwischen scharfen und unscharfen Bereichen verstärken (Vaish, 2007, S. 1-4).

Analogie zur Linsenabbildung. Synthetic Aperture Imaging kann man analog zur Linsenabbildung in einer herkömmlichen Kamera verstehen. Eine Konvexlinse bildet jeweils eine bestimmte Gegenstandsebene auf dem Kamerasensor scharf ab. Punkte außerhalb dieser Ebene erscheinen unscharf (Vaish, 2007, S. 4).

Ein scharfer Bildpunkt entsteht nur, wenn die Strahlen von einem Gegenstandspunkt nach der Brechung an der Konvexlinse in einem Punkt auf dem Sensor zusammenlaufen. Laufen die Strahlen davor oder dahinter zusammen, ergeben ihre Schnittpunkte mit dem Sensor eine kreisförmige Fläche, einen so genannten Unschärfekreis. Dadurch entsteht ein unscharfes Bild. Je größer die Linse ist, desto größer ist der Unschärfekreis (Vaish, 2007, S. 4).

Ein Gesamtbild aus Einzelbildern. „We can use a camera array to simulate the defocus blur of a convex lens“ (Vaish, 2007, S. 4). Um auf eine Gegenstandsebene scharf zu stellen, projiziert man die unterschiedlichen Einzelbilder von den Kameras zurück auf diese Ebene und berechnet den Mittelwert (Abbildung 30). Anstelle einer echten Rückprojektion wird jedes Einzelbild anhand von Homografien rechnerisch verzerrt. Im Gesamtbild erscheinen nur jene Gegenstände scharf, die nah bei der gewählten Gegenstandsebene liegen. Alle anderen Gegenstände erscheinen unscharf, weil sie durch Parallaxe verschmiert werden (Vaish, 2007, S. 4), siehe Abbildung 31.

Da die künstliche Blende wesentlich größer als eine herkömmliche Linse sein kann, ist eine größere Unschärfe möglich. Wenn die Blende wesentlich breiter ist als ein Hindernis vor der abzubildenden Gegenstandsebene, dann wird das Hindernis im Gesamtbild dermaßen unscharf dargestellt, dass es durchsichtig erscheint (Vaish, 2007, S. 4).

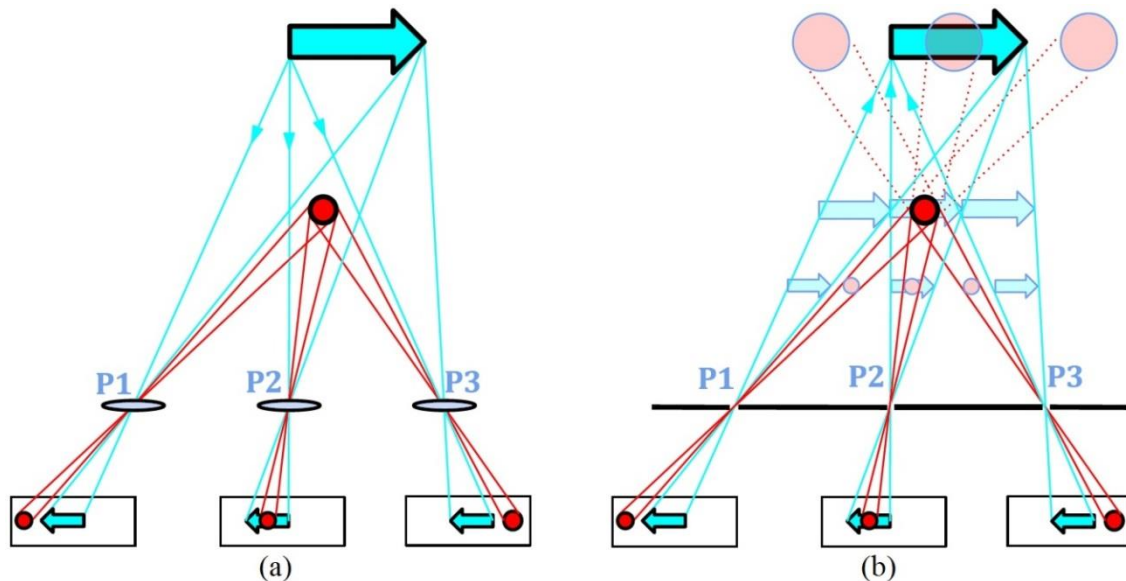


Abb. 30: Konzepte zum Strahlengang bei Synthetic Aperture Imaging. (a) *Einzelbilder-Aufnahme*. (b) *Einzelbilder-Projektion*.

Unterschiede zur Linsenabbildung. In vier wesentlichen Merkmalen unterscheidet sich Synthetic Aperture Imaging von herkömmlicher Linsenabbildung (Vaish, 2007, S. 7): Erstens entsteht das Bild hinter einer Linse durch einen Beleuchtungsvorgang, am Computer jedoch durch einen Berechnungsvorgang. Zweitens kann eine Linse nur ebene Oberflächen scharf darstellen, während man mit SAI ein scharfes Bild einer beliebig geformten Oberfläche berechnen kann. Drittens tragen hinter der Linse alle Strahlen zum Bild bei, während man bei SAI ungewollte Strahlen ignorieren kann. Viertens beruht die Linsenabbildung auf einer kontinuierlichen Menge von unendlich vielen Strahlen, wohingegen das simulierte Bild bei SAI mit einer diskreten Menge von endlich vielen Strahlen berechnet wird (Vaish, 2007, S. 7).

Einfachster Berechnungsfall. Die Berechnung des Gesamtbildes ist am einfachsten, wenn die Kamera-Anordnung parallel zur scharf abzubildenden Gegenstandsebene („focal plane“) und zur Bezugsebene für die Rückprojektion („reference plane“) ist. In diesem Fall vereinfachen sich die Homologien zu Translationen. Die Schärfe kann in diesem Fall dadurch variiert werden, dass man die Einzelbilder einfach gegeneinander verschiebt (Vaish, 2007, S. 22-25). In anderen Fällen müssen die Einzelbilder zusätzlich vergrößert, verkleinert, verzerrt oder anderweitig verformt werden (Vaish, 2007, S. 25).

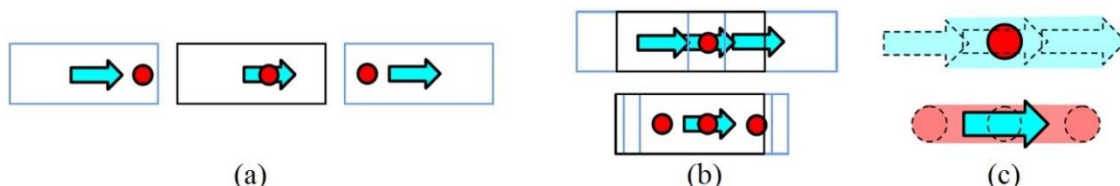


Abb. 31: Konzepte zu perspektivisch verschiedenen Einzelbildern bei Synthetic Aperture Imaging. (a) *Parallaxische Verschiebung*. (b) *Teilweise Deckung*. (c) *Versatzbedingte Unschärfe*. Dargestellt sind hier nur Einzelbilder von einer Kamerazeile, in der Praxis verwendet man die Einzelbilder von mehreren Kamerazeilen.

4.2.2 Explikation

Aufnahme von Einzelbildern. Bei Synthetic Aperture Imaging wird jede Kamera als Linse vor einem Schirm modelliert. Die Linse wiederum wird zu einer Lochblende am Ort der Linsenmitte vereinfacht. Die Aufnahme eines Einzelbildes entspricht dann einer Lochkameraprojektion: Ein Strahl verbindet jeweils einen Gegenstandspunkt durch die Lochblende mit dem entsprechenden Punkt im Einzelbild, siehe Abbildung 30(a), vgl. Fig. 1 in Tavakoli, Javidi, & Watson (2008). Die Einzelbilder von den verschiedenen Kameras liegen bei der Aufnahme ebenso wie die Kameras nebeneinander.

Rückprojektion von Einzelbildern. Für die rechnerische Rückprojektion werden die Kameras als Projektoren umgedeutet, die Strahlengeometrie bleibt dabei dieselbe wie bei der Aufnahme der Einzelbilder, siehe Abbildung 30(b), vgl. Abbildung 30(a). Ein Strahl verbindet somit jeweils einen Punkt des Einzelbildes durch die Lochblende mit dem entsprechenden Punkt im zurückgeworfenen Einzelbild in der gewählten Ebene, siehe Fig. 12 in Xiao, Javidi, Martinez-Corral, & Stern (2013).

Wenn die Einzelbilder von den verschiedenen Kameras auf jene Ebene zurückprojiziert werden, in der sich der Gegenstand zum Zeitpunkt der Aufnahme befand, dann decken sich dort die Einzelbilder und ergeben somit ein scharfes Gesamtbild des Gegenstandes (Abbildung 30(b)). Die Einzelbilder von Gegenständen davor oder dahinter sind dann in dieser Ebene gegeneinander versetzt, siehe Abbildung 31(b). Im Gesamtbild erscheinen sie unscharf (Tavakoli, Javidi, & Watson, 2008, S. 4427-4428), siehe Abbildung 31(c).

Die Einzelbilder von den verschiedenen Kameras werden bei der Berechnung des Gesamtbildes also gemäß der Strahlengeometrie aufeinandergelegt. Der Versatz zwischen den Bildern entscheidet darüber, welche Gegenstandsebene scharf dargestellt wird, vgl. Fig. 2 bei Tavakoli, Javidi, & Watson (2008).

4.2.3 Strukturierung

Begriffe

- **Strahl als Verbindungslinie.** Ein Strahl ist eine gerade Linie, mit der man einen Gegenstandspunkt durch die Linsenmitte hindurch mit dem Bildpunkt verbinden kann.
- **Fokalebene als Schärfebene.** Die Fokalebene bei Synthetic Aperture Imaging ist die scharf abzubildende Gegenstandsebene.

Konzepte

- **Einzelbilder-Aufnahme.** Mehrere Einzelbilder werden aufgenommen, und zwar entlang der Strahlen vom Gegenstand zu unterschiedlichen Beobachtungspunkten (Abbildung 30(a)).

- **Einzelbilder-Projektion.** Die aufgenommenen Einzelbilder werden aufeinander geworfen, und zwar entlang der Strahlen von den unterschiedlichen Beobachtungspunkten zum scharfen Bild einer ausgewählten Gegenstandsebene (Abbildung 30(b)).
- **Parallaktische Verschiebung.** Beim Wechsel zwischen unterschiedlichen Beobachtungspunkten scheinen sich Hintergrund und Vordergrund gegeneinander zu verschieben (Abbildung 31(a)).
- **Teilweise Deckung.** Einzelbilder von unterschiedlichen Beobachtungspunkten kann man auf Grund der parallaktischen Verschiebung nur teilweise in Deckung bringen (Abbildung 31(b)).
- **Versatzbedingte Unschärfe.** Jener Gegenstand, dessen Einzelbilder nicht deckungsgleich aufeinander fallen, wird im Gesamtbild verschwommen dargestellt (Abbildung 31(c)).

Denkfigur

- **Überlagerte Perspektiven.** Synthetic Aperture Imaging beruht auf einer Überlagerung von Einzelbildern unterschiedlicher Perspektive, ähnlich wie die Linsenabbildung (Abbildung 29).

4.3 Isaac Newtons Sicht auf prismatische Versuche



Abb. 32: Mit einem Prisma an einer Lochblende erzeugt Newton ein regenbogenfarbiges, längliches Bild der Sonne.

Isaac Newton (1643-1727) hat mit seinen Prismenversuchen die Eigenschaften des Lichts erforscht. Mit seinem *experimentum crucis* hat er den Begriff der unterschiedlich brechbaren Strahlen eingeführt (Abbildungen 32 und 35). Seine Erkenntnisse bilden den Ausgangspunkt für die moderne Spektroskopie und den Schwerpunkt von klassischem Unterricht über Prismen.

Dokumente

- Newton (1979)
- Shapiro (2010)

Quellen zur Interpretation

- Holtsmark (1970)
- Holtsmark (1971)
- Shapiro (1975)
- Nussbaumer (2008)
- Gerstberger (2008)
- Grusche & Theilmann (2015)
- Müller (2015)
- Rang (2015)

4.3.1 Zusammenfassung

Anhand von prismatischen Versuchen möchte Newton zeigen, dass verschiedenfarbige Lichter unterschiedlich stark gebrochen werden: „*Lights which differ in Colour, differ also in Degrees of Refrangibility*“ (Newton, 1979, S. 20).

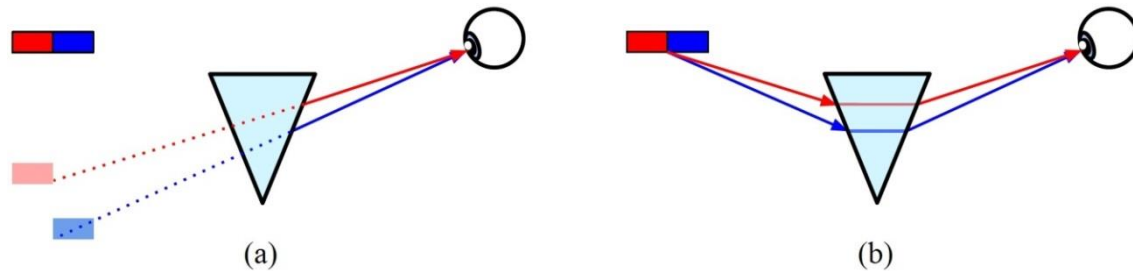


Abb. 33: Konzepte Newtons zum Strahlengang bei prismatischer Betrachtung. (a) *Scheinbarer Gegenstandsort.* (b) *Unterschiedliche Sichtverbindungen.*

Betrachtung von roten und blauen Flächen durch ein Prisma. Newton nimmt ein rechteckiges schwarzes Papier und bemalt eine Hälfte mit roter Farbe, die andere Hälfte mit blauer Farbe. Er betrachtet das Papier durch ein Glasprisma mit einem brechenden Winkel von etwa 60 Grad (Newton, 1979, S. 20).

Er hält das Prisma parallel zum Papier und achtet auf gleichmäßige Beleuchtung durch ein Fenster. Die Wand unter dem Fenster ist mit schwarzem Tuch verhangen, sodass von dort kein störendes Licht reflektiert werden kann.

Beim Blick durch das Prisma erscheint die blaue Hälfte des Papiers stärker versetzt als die rote Hälfte, siehe Abbildung 33(a):

„If the refracting Angle of the Prism be turned upwards, so that the Paper may seem to be lifted upwards by the Refraction, its blew half will be lifted higher by the Refraction than its red half. But if the refracting Angle of the Prism be turned downward, so that the Paper may seem to be carried lower by the Refraction, its blue half will be carried something lower thereby than its red half.“ (Newton, 1976, S. 21)

Folglich erleidet das Licht von der blauen Hälfte eine stärkere Brechung als das Licht von der roten Hälfte, siehe Abbildung 33(b). Blaues Licht ist also stärker brechbar (Newton, 1976, S. 21).

Projektion eines Sonnenbildes durch ein Prisma. In den Fensterladen eines verdunkelten Zimmers macht Newton ein rundes Loch mit einem Durchmesser von etwa einem Drittel Zoll. An das Loch setzt er ein Glasprisma, „whereby the beam of the Sun's Light, which came in at that Hole, might be refracted upwards toward the opposite Wall of the Chamber, and there form a colour'd Image of the Sun“ (Newton, 1976, S. 26).

Die Prismenachse verläuft senkrecht zu den einfallenden Strahlen. Wenn Newton das Prisma um diese Achse dreht, sieht er das gebrochene Licht, also das gefärbte Sonnen-

bild, auf der Wand auf- und absteigen. Wenn das Bild seinen Umkehrpunkt erreicht hat, befestigt Newton das Prisma. So sind die Lichtbrechungen beim Ein- und Austritt gleich. Diese ausgezeichnete Prismenstellung verwendet Newton bei den meisten Prismenversuchen (Newton, 1976, S. 28).

Das gebrochene Licht lässt er senkrecht auf ein weißes Papier an der gegenüberliegenden Wand fallen. Das Sonnenbild auf dem Papier ist nicht oval, sondern länglich; begrenzt von geradlinigen Seiten und zwei halbkreisförmigen Enden (Newton, 1976, S. 28). Die Breite des Bildes beträgt etwa $2 \frac{1}{8}$ Zoll bei einem Abstand von 18,5 Fuß vom Prisma. Die Bildbreite, vermindert um den Lochdurchmesser, spannt vom Prisma aus denselben Winkel auf wie der Sonnendurchmesser (Newton, 1976, S. 29). Die Länge des Bildes beträgt jedoch etwa $10 \frac{1}{4}$ Zoll bei einem brechenden Winkel von 64° (Newton, 1976, S. 29).

Keinen wesentlichen Einfluss auf die Länge des Spektrums haben Glasadern im Prisma, schwaches Licht von den Wolken, unregelmäßige Streuung am Prisma, der Lochdurchmesser, die unterschiedlich langen Lichtwege im Prisma und die Prismenneigung gegen den Horizont. Auch mit einem Wasserprisma ist die Brechung ungefähr gleich stark (Newton, 1976, S. 30-31).

Die Strahlen verlaufen geradlinig vom Prisma bis zum Bild und haben somit beim Prismenaustritt denselben Winkel untereinander wie beim Bild (Newton, 1976, S. 31). Gemäß den bekannten Optikgesetzen dürfte dieser Winkel jedoch nicht so groß sein. Newton zeigt dies anhand einer Querschnittszeichnung des Prismas mit den Randstrahlen von der Sonne durch das Loch und Prisma zum Bild (Newton, 1976, S. 31). Bei der ausgezeichneten Prismenstellung ist die Brechung beim Ein- und Austritt gleich stark. Also gleicht die Brechung des oben eintretenden Randstrahls der Brechung des unten austretenden Randstrahls, und die Brechung des unten eintretenden Randstrahls gleicht der Brechung des oben austretenden Randstrahls, siehe Abbildung 34(a). Folglich ist die Summe der beiden Brechungen des unteren Randstrahls genauso groß wie die Summe der beiden Brechungen des oberen Randstrahls (Newton, 1976, S. 32). Demnach ist der Winkel zwischen den Randstrahlen vor der Brechung genauso groß wie danach, nämlich $0,5^\circ$ gemäß dem Sonnendurchmesser. Folglich müsste das Bild genauso lang wie breit und somit rund sein, siehe Abbildung 34(a).

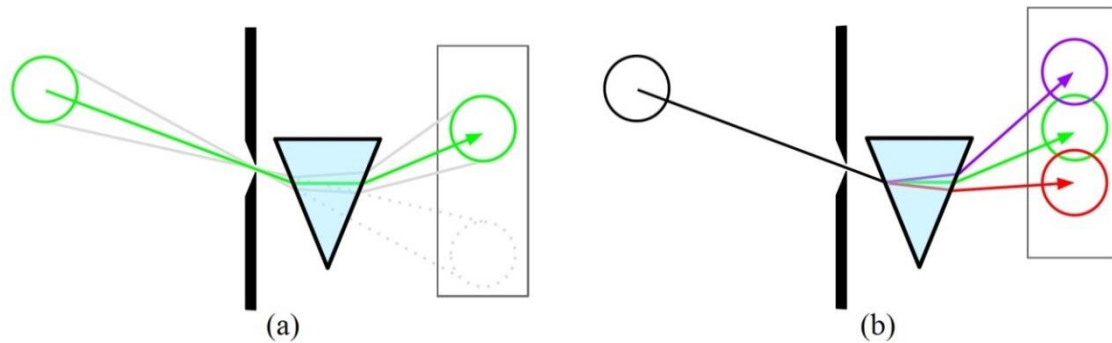


Abb. 34: Konzepte Newtons zum Strahlengang bei prismatischer Projektion. (a) *Ausgezeichnete Prismenposition.* (b) *Unterschiedliche Auftreffpunkte.*

Das beobachtete Bild ist jedoch nicht rund, sondern ungefähr fünfmal so lang wie breit. Deshalb müssen die Strahlen zum oberen Bildende stärker brechbar sein als die Strahlen zum unteren Bildende (Newton, 1976, S. 32), vgl. Abbildung 34(b).

Das Bild oder Spektrum ist rot an seinem am schwächsten gebrochenen Ende und violett an seinem am stärksten gebrochenen Ende, dazwischen gelb, grün und blau (Newton, 1976, S. 32-33). „Which agrees with the first Proposition, that Lights which differ in Colour, do also differ in Refrangibility“ (Newton, 1976, S. 33).

„The Rays which are equally refrangible do fall upon a Circle answering to the Sun’s Disque“ (Newton, 1976, S. 38). Die am stärksten brechbaren Strahlen von der gesamten Sonnenscheibe würden einen Kreis am Ort des oberen Spektren-Endes auf die Wand malen, die am schwächsten brechbaren Strahlen würden einen Kreis am Ort des unteren Spektren-Endes malen, und die dazwischenliegenden Strahlensorten würden jeweils einen dazwischenliegenden Kreis malen, wenn jeweils eine Strahlensorte von der Sonne käme und die anderen aufgehalten würden (Newton, 1976, S. 38-39), siehe Abbildung 34(b).

Zusammengenommen malen die Strahlen unendlich viele Kreise, die gemäß der unterschiedlichen Brechbarkeit in einer durchgängigen Reihe angeordnet sind und somit das längliche Spektrum bilden (Newton, 1976, S. 39).



Abb. 35: Newtons entscheidender Prismenversuch. Einzelne Bereiche des regenbogenfarbigen Spektrums werden durch ein Loch und ein zweites Prisma gelassen.

Newtons entscheidender Prismenversuch. Newton macht jeweils ein rundes Loch von 1/3 Zoll Durchmesser in zwei dünne Bretter. Zudem macht er in seinen Fensterladen ein viel größeres Loch, „to let into my darkned Chamber a large Beam of the Sun's Light“ (Newton, 1976, S. 45).

Hinter das Fensterladenloch setzt er ein Prisma, um das Lichtbündel zur gegenüberliegenden Wand zu brechen. Hinter dem Prisma befestigt er eines der beiden Bretter, „in such manner that the middle of the refracted Light might pass through the hole made in it, and the rest be intercepted by the Board“ (Newton, 1976, S. 45).

Etwa 12 Fuß hinter dem ersten Brett befestigt er das zweite Brett, um wiederum die Mitte des gebrochenen Lichtes durch ein zweites Loch zu lassen. Das restliche Licht malt ein Sonnenspektrum auf das Brett (Newton, 1976, S. 45), siehe Abbildung 32. Hinter diesem zweiten Brett befestigt er ein zweites Prisma, um das durchgelassene Licht nochmals zu brechen (Newton, 1976, S. 45), siehe Abbildung 35.

Newton dreht das erste Prisma vor und zurück, um das Spektrum auf- und absteigen zu lassen. So können die einzelnen Spektrenbereiche nacheinander durch das zweite Loch und das zweite Prisma fallen (Newton, 1976, S. 45). Newton achtet darauf, an welchen unterschiedlichen Wandstellen das Licht nach der zweiten Brechung ankommt (Newton, 1976, S. 45).

„And by the difference of the places I found that the Light which [...] did go to the blue end of the Image, was again more refracted in the second Prism than the Light which went to the red end of that Image.“ (Newton, 1976, S. 45-46)

Die gleichbleibende Position der beiden Löcher in den Brettern sorgt dafür, dass der Einfallswinkel für die Strahlen am zweiten Prisma gleichbleibt. Trotzdem werden manche Strahlen am zweiten Prisma mehr als andere gebrochen, genauso wie am ersten Prisma. *Manche Strahlen sind also stärker brechbar als andere* (Newton, 1976, S. 48).

Betrachtung schmaler Spektralbereiche durch ein Prisma. Newton macht zwei Löcher in seinen Fensterladen und setzt jeweils ein Prisma dahinter, um zwei Spektren auf die gegenüberliegende Wand zu werfen (Newton, 1976, S. 48). Vor die Wand setzt Newton einen schmalen Papierstreifen. Auf die eine Papierhälfte fällt rotes Licht vom einen Spektrum, auf die andere Papierhälfte fällt violettes Licht vom anderen Spektrum. Die Wand hinter dem Papier wird mit schwarzem Tuch abgedeckt, „that no Light might be reflected from it to disturb the Experiment“ (Newton, 1976, S. 48).

Newton betrachtet den Papierstreifen durch ein parallel gehaltenes Prisma. Die violette Hälfte erscheint dann von der roten Hälfte getrennt auf Grund stärkerer Brechung, siehe Abbildung 33. Wenn man zu nah am Papierstreifen ist, oder wenn der Papierstreifen zu breit ist, erscheinen die verschiedenfarbigen Hälften nicht vollständig voneinander getrennt (Newton, 1976, S. 49), siehe Abbildung 36(a).

Anstelle des Papierstreifens nutzt Newton auch einen Faden. Dieser erscheint ebenso aufgeteilt, und zwar „into two Parallel Threds“ (Newton, 1976, S. 49). Sind beide Hälften mit rotem Licht beleuchtet, erscheinen sie beim Blick durch das Beobachterprisma in einer Linie. Wird die eine Hälfte durch Drehung des entsprechenden Prismas nacheinander mit Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett beleuchtet, scheint sie durch das Beobachterprisma betrachtet immer mehr von der anderen Hälfte abzurücken (Newton, 1976, S. 49-50). „Which plainly shews, that the Lights of several Colours are more and more refrangible one than another, in this Order of their Colours, red, orange, yellow, green, blue, indigo, deep violet“ (Newton, 1976, S. 50).

Betrachtung eines Spektrums durch ein Prisma. Mit einem Prisma am Fensterladenloch erzeuge man in der dunklen Kammer ein Sonnenspektrum und betrachte es durch ein parallel gehaltenes Beobachterprisma. Wenn die brechenden Winkel beider Prismen nach unten gerichtet sind, erscheint die prismatische Ansicht tiefer als das projizierte Spektrum. Wenn man nah an das projizierte Spektrum herantritt, erscheint die prismatische Ansicht lang und bunt wie das projizierte Spektrum. Wenn man weiter weg geht, zieht sich die prismatische Ansicht zusammen und wird vollkommen rund und weiß. Wenn man noch weiter weg geht, gehen wieder Farben hervor, aber diesmal in umgekehrter Reihenfolge (Newton, 1976, S. 142).

Weiß erscheint die prismatische Ansicht, wenn die Strahlen vom projizierten Spektrum derart unterschiedlich am Beobachterprisma gebrochen werden, dass sie scheinbar vom

selben Punkt der Ansicht kommen und somit zum selben Punkt auf der Netzhaut gelangen (Newton, 1976, S. 142-144).

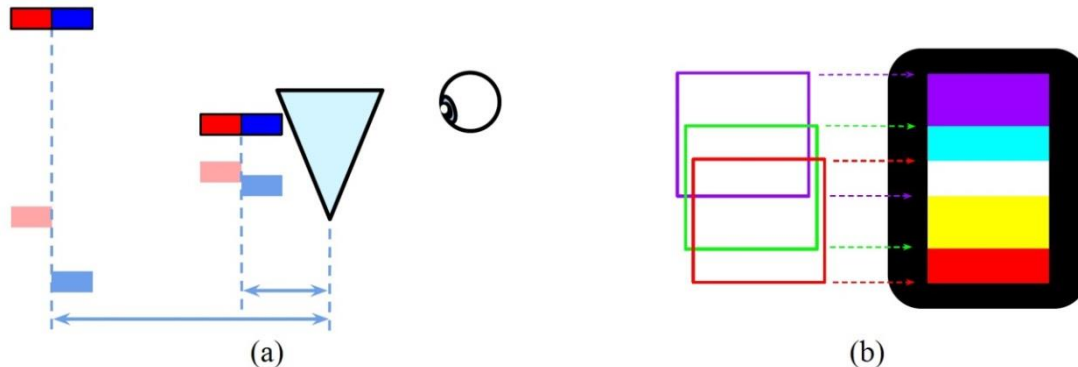


Abb. 36: Konzepte Newtons zu prismatischen Bildern. (a) *Gegenstandsweitenabhängige Verückung*. (b) *Überlagerte Einzelbilder*.

Vorhersage prismatischer Farbfolgen. Sonnenlicht komme durch ein breites Loch durch ein Prisma in eine dunkle Kammer und falle auf ein weißes Papier. Man nehme an, dass die am stärksten brechbaren, tiefvioletten Strahlen im oberen Bereich des Schirms auftreffen, während die am wenigsten brechbaren, roten Strahlen auf den unteren Schirmabschnitt fallen. Die dazwischenliegenden Strahlensorten fallen dann auf verschiedene Zwischenräume (Newton, 1976, S. 161). Der gegenseitige Versatz der Auftreffbereiche ist durch die unterschiedliche Brechbarkeit der verschiedenen Strahlensorten begründet (Newton, 1976, S. 162).

Wenn das Papier nah genug am Prisma ist, wird der mittlere Schirmbereich durch alle Strahlensorten beleuchtet werden und somit weiß erscheinen (Newton, 1976, S. 162). Die äußeren Bereiche werden jedoch nicht von allen Strahlensorten beleuchtet werden und somit in der jeweiligen Mischfarbe erscheinen (Newton, 1976, S. 163-164), siehe Abbildung 36(b).

Wenn das Papier weit genug vom Prisma entfernt ist, werden Strahlen stärkster und schwächster Brechbarkeit in der Mitte fehlen, sodass die restlichen Strahlensorten sich zu Grün mischen. Gelb und Blau werden aus weniger Strahlensorten zusammengesetzt sein und daher farbkraftiger erscheinen (Newton, 1976, S. 164).

Betrachtung eines Gegenstandes durch ein Prisma. Beim Blick durch ein Prisma weichen die violetten Strahlen stärker von der geraden Verbindungslinie zwischen Auge und Gegenstand ab als die roten Strahlen (Shapiro, 2010, S. 551), siehe Abbildung 33(b).

Die violetten Strahlen zielen so auf das Auge, dass sie von einer anderen Stelle zu kommen scheinen als die roten Strahlen, vgl. Abbildung 33(a). „The others flow from the intermediate places according to their degree of refrangibility“ (Shapiro, 2010, S. 551). Der Gegenstand würde an jeweils einer dieser unterschiedlichen Stellen zu sehen

sein, wenn man ihn anhand jeweils einer der unterschiedlichen Strahlensorten sehen könnte.

Wenn der Gegenstand gleichzeitig *zwei* Strahlensorten aussenden würde, würde man ein Doppelbild sehen. Wenn der Gegenstand gleichzeitig *alle* Strahlensorten aussenden würde, „(as natural bodies usually do), then it would possess innumerable images of gradually differing colors disposed in continuous order“ (Shapiro, 2010, S. 551). Die verschiedenfarbigen Bilder würden sich teilweise überlagern und somit eine verschwommene Farbfolge erzeugen.

Auf diese Weise müssen alle Farbsorten erzeugt werden, wenn die scheinbare Größe eines weißen Gegenstandes in schwarzer Umgebung klein ist, wie bei der Sonne, dem Mond, einem Stern, oder einem hinterleuchteten Loch im Fensterladen. Bei der prismatischen Betrachtung eines breiteren Gegenstandes überlagern sich jedoch die gegenseitig versetzten Bilder teilweise und mischen sich farblich, siehe Abbildung 36(b). Sie ergeben in der Mitte Weiß, wenn der Gegenstand weiß ist (Shapiro, 2010, S. 551). Wenn manche Bereiche des Gegenstandes heller sind als andere, müssen unterschiedliche Farben erzeugt werden (Shapiro, 2010, S. 553).

4.3.2 Explikation

Newtons Strahlbegriff. Newton versteht unter Lichtstrahlen die kleinsten Anteile des Lichtes:

„BY the Rays of Light I understand its least Parts, and those as well Successive in the same Lines, as Contemporary in several Lines. For it is manifest that Light consists of Parts, both Successive and Contemporary; because in the same place you may stop that which comes one moment, and let pass that which comes presently after; and in the same time you may stop it in any one place, and let it pass in any other. For that part of Light which is stopp'd cannot be the same with that which is let pass. The least Light or part of Light, which may be stopp'd alone without the rest of the Light, or propagated alone, or do or suffer any thing alone, which the rest of the Light doth not or suffers not, I call a Ray of Light.“ (Newton, 1976, S. 1-2, Herv. im Original)

In dieser Definition von physikalischen Lichtstrahlen bricht Newton mit der Tradition der euklidischen Optik, in der Strahlen lediglich geometrische Linien sind. Diese Linien geben Sichtverbindungen beziehungsweise Beleuchtungsbeziehungen an, die jeweils in beiden Richtungen möglich sind (Holtsmark, 1970). Mit den Linien kann man räumlich aufeinanderfolgende Bildgrenzen miteinander verbinden (Holtsmark, 1971).

Newtons Strahlen hingegen sind Lichtanteile, die sich entlang solcher Linien bewegen. Die Lichtanteile stellte sich Newton vermutlich im mechanistischen Sinne als kleine Teilchen endlicher Größe vor (Shapiro, 1975, S. 209). Getreu seiner Definition könnte man Strahlen aber auch im rein optischen Sinne als einzelne, voneinander unabhängige Abschnitte eines Lichtbündels ansehen; diese allgemeinere Lesart wäre auch für Welendeutungen offen (Shapiro, 1975, S. 196).

Die Linien in *Newtons* Strahlenzeichnungen wären also entweder als Wege von aufeinanderfolgenden Lichtteilchen oder als schmales Bündel von nebeneinander verlaufenden Wellenzügen aufzufassen (Shapiro, 1975, S. 207). Man könnte sie als *Strahlwege*, *Lichtstrahlwege*, *Lichtwege* oder ähnliches bezeichnen.

Seinen Begriff von physikalischen Strahlen unterschiedlicher Brechbarkeit führt Newton ausgehend vom regenbogenfarbigen Spektrum ein, um damit die Erzeugung von anderen prismatischen Phänomenen zu erklären. Zugespitzt formuliert:

„Newton thought that he explained the existence of a spectrum by means of a physical model of the light, whereas he in fact used the image of the spectrum to explain one possible model of the light.“ (Holtsmark, 1970, S. 1235)

Der Unterschied zwischen Euklids geometrischem und Newtons physikalischem Strahlbegriff wird besonders deutlich, wenn man die Rollen von Licht und Finsternis in Newtons Experimenten vertauscht, wie es Holtsmark (1970, 1971), Rang (2015) und Müller (2015) getan haben. Entlang derselben geometrischen Linien sind dann die Komplementärfarben zu den ursprünglichen Farben zu sehen. Anstelle von unterschiedlich brechbaren Lichtstrahlen könnte man dann von unterschiedlich brechbaren *Finsternisstrahlen* reden (Müller, 2015). Noch unbestimmter erscheint der physikalische Strahlbegriff, wenn man anstelle von schwarzweißen Bildern komplementärfarbige Bilder durch ein Prisma projiziert beziehungsweise betrachtet; hierbei entstehen unordentliche Spektren (Nussbaumer, 2008). Entlang derselben geometrischen Linien sind dann wiederum andere Farben und entweder Weiß oder Schwarz zu finden. Demnach könnte man von farbigem Halbdunkel reden, das aus bunten und schwarzen oder weißen *Halbdunkelstrahlen* besteht. Newtons Strahlenmodell ist in jedem Fall anwendbar; es kann sich jedoch als umständlich erweisen, solange man bei Strahlenzeichnungen bleibt und nicht auf übersichtlichere Darstellungsformen umsteigt, beispielsweise Dispersionsdiagramme (Grusche & Theilmann, 2015).

Nominalisierung in Newtons Sprache. Während Newton von einer persönlichen und konkreten Erzählung zu einer distanzierten und abstrakten Beschreibung übergeht, verwandelt er das Verb „brechen“ in das Adjektiv „brechbar“ und jenes wiederum in das Substantiv „Brechbarkeit“ (Gerstberger, 2008). Dadurch übersetzt er den Einfluss seiner experimentellen Handlungen in die Wirkung des brechenden Mediums und diese wiederum in ein Merkmal der gebrochenen Strahlen. Darüber hinaus ist die sprachliche Abstraktion eine Vorstufe zu mathematischer Abstraktion: Newtons strahlenbezogene Brechbarkeit entspricht heute dem mediumsbezogenen Brechungsindex, der als farbabhängige Zahl angegeben wird (Gerstberger, 2008). Da Sprache, Verstehen und Handeln aufeinander aufbauen, sollte die Physiklehrperson auf folgende Punkte achten:

„Enabling the learners to create an experience basis of their own activities, careful transition to technical language, teachings on the nature of science, semantic work through formalization processes, and communicative and argumentative competencies.“ (Gerstberger, 2008, S. 12)

4.3.3 Strukturierung

Begriffe

- **Strahl als Lichtbündelabschnitt.** Ein Strahl ist der kleinstmögliche Abschnitt eines Lichtbündels.
- ? **Strahl als Lichtteilchen.** Ein Strahl ist eines von vielen kleinen Teilchen, aus denen Licht besteht.

Konzepte

- **Scheinbarer Gegenstandsort.** Bei der Betrachtung eines Gegenstandspunkts durch ein Prisma erscheint er dort, wo die gebrochenen Strahlen herzukommen scheinen (Abbildung 33(a)).
- **Unterschiedliche Sichtverbindungen.** Bei der Betrachtung eines Gegenstandspunkts durch ein Prisma bewegen sich verschiedenfarbige Strahlen entlang unterschiedlicher Sichtverbindungen zum Auge (Abbildung 33(b)).
- **Ausgezeichnete Prismenstellung.** Wenn die Lichtbrechungen für Strahlen einer gegebenen Farbe beim Ein- und Austritt am Prisma gleich sind, bleibt das durchprojizierte Bild unverzerrt (Abbildung 34(a)).
- **Unterschiedliche Auftreffpunkte.** Bei der Projektion eines Bildpunktes durch ein Prisma treffen die verschiedenfarbigen Strahlen auf unterschiedliche Schirmpunkte (Abbildung 34(b)).
- **Gegenstandsweitenabhängige Verrückung.** Bei der Betrachtung eines Gegenstandes durch ein Prisma erscheinen seine verschiedenfarbigen Einzelbilder umso stärker versetzt, je weiter er vom Prisma entfernt ist (Abbildung 36(a)).
- **Überlagerte Einzelbilder.** Das prismatische Bild ist eine Überlagerung von verschiedenfarbigen Einzelbildern (Abbildung 36(b)).

Denkfiguren

- **Abweichungsbedingte Ansichtsverrückung.** Bei prismatischer Betrachtung erscheint ein Gegenstand je nach Farbe unterschiedlich stark verschoben, weil die Wege der sichtbarmachenden Strahlen je nach Farbe unterschiedlich stark von der sonst geradlinigen Sichtverbindung abweichen.
- **Ablenkungsbedingte Bildverrückung.** Bei prismatischer Projektion wird ein Bild je nach Farbe unterschiedlich stark verschoben, weil die bildmalenden Strahlen je nach Farbe unterschiedlich stark aus ihrer ursprünglichen Wegrichtung abgelenkt werden.

4.4 Matthias Rangs Sicht auf prismatische Spektren

Matthias Rang (geboren 1973) hat prismatische Spektren phänomenologisch erschlossen und dabei Symmetrien aufgedeckt, die gewöhnlicherweise verborgen bleiben. Sein systematischer Wechsel zwischen eingebundener und abgelöster Sicht birgt großes didaktisches Potenzial.

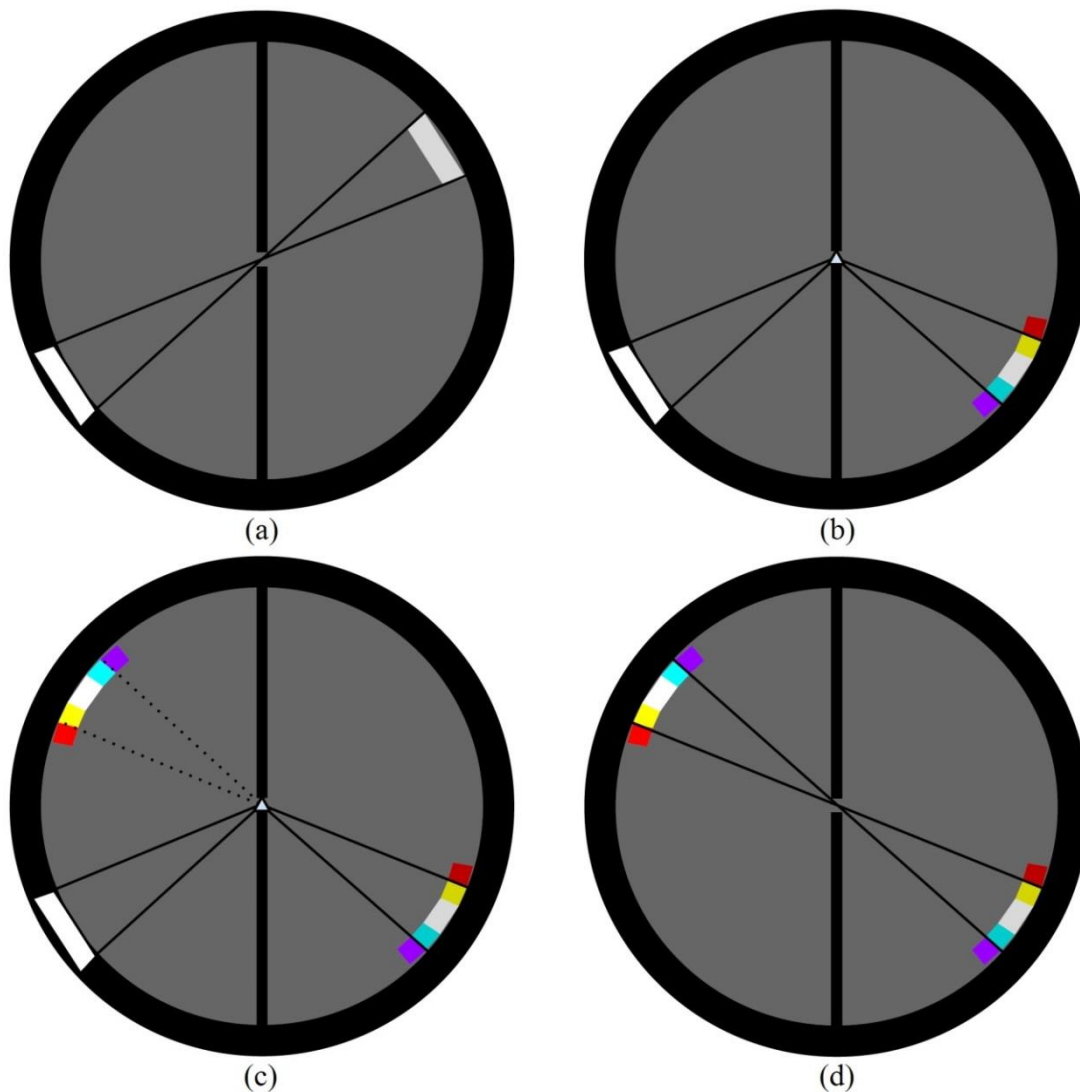


Abb. 37: Konzepte Rangs zur Abbildung durch ein Prisma. (a)-(b) *Farbige Bildverschiebung*. (c) *Farbige Ansichtsverschiebung*. (c)-(d) *Abbildende Prismenapertur*. Vereinfachte Darstellung in Anlehnung an Rang (2015, S. 97 und S. 106).

Dokument

- Rang (2015)

Quellen zur Interpretation

- Quick, Grebe-Ellis, & Passon (2015)
- Quick (2015)
- Rang (2009)
- Shapiro (2010)

4.4.1 Zusammenfassung

Kontrastbedingung. Wenn sich ein Prisma zwischen einem hellen und einem dunklen Halbraum befindet, erscheinen noch keine spektralen Farben. Für die Erscheinung von prismatischen Farben sind Räume notwendig, die Kontraste oder optische Bilder aufweisen (Rang, 2015, S. 96-97). „Ein einfach zu realisierendes Beispiel erhält man, wenn man [...] annimmt, dass die helle Hemisphäre [gegenüber einer dunklen Hemisphäre] bis auf ein helles Wandsegment selbst überall dunkel sei [...]“ (Rang, 2015, S. 97).

Ohne Prisma kann in diesem kugelförmigen Raum eine Schattenabbildung stattfinden: Eine Lochblende in der Mitte der dunklen Hohlkugel wird von dem hellen Wandsegment derart beleuchtet, dass auf der gegenüberliegenden Wand ein unscharfes Schattenbild dieser Lochblende beziehungsweise ein Lochkamerabild des leuchtenden Wandsegments entsteht (Rang, 2015, S. 97-98), siehe Abbildung 37(a).

Wirkungen eines Prismas. Mit einem Prisma in der Öffnung der Lochblende wird die Schattenabbildung verändert (Abbildung 37(b)):

„Wird nun das Prisma in die Öffnung [...] eingefügt, so verschwindet das Schattenbild [...], stattdessen erscheint an anderer Stelle [...] ein Bild, das in seiner Form dem verschwundenen Schattenbild sehr ähnlich ist. Es unterscheidet sich im Wesentlichen durch zwei Merkmale [...]: es ist verschoben [und] Bildkonturen senkrecht zur Verschiebungsrichtung zeigen farbige Übergänge, die zu einer Verbreiterung des Bildes führen.“ (Rang, 2015, S. 98)

Das Prisma verwandelt also den Abbildungsvorgang für das Schattenbild in einen Abbildungsvorgang für das verschobene und bunt verwischte Bild (Rang, 2015, S. 98). Dieses prismatische Bild auf der Wand lässt sich als Lochkamerabild deuten, was man durch das Prisma hindurch von der Lochblende aus sieht, nämlich eine verschobene und bunt verwischte Ansicht des weißen Wandsegments (Rang, 2015, S. 99), siehe Abbildungen 37(c)-(d).

„Das Prisma wirkt damit optisch in *zweifacher Weise*: Erstens transformiert es die Leuchtfläche [...] in eine modifizierte nur optisch durchs Prisma sichtbare Leuchtfläche [...]. Zweitens bildet es diese als optisch wirksame Leuchtfläche durch seinen beschränkten optischen Querschnitt, seine Apertur, exakt wie eine gleichdimensionierte Blende [...] ab [...]“ (Rang, 2015, S. 100)

Die beiden Wirkungen des Prismas lassen sich unabhängig voneinander variieren: Die transformierende Wirkung verschwindet, wenn der Keilwinkel des Prismas gegen Null

geht. Die abbildende Wirkung verschwindet, wenn der Querschnitt des Prismas gegen Unendlich geht (Rang, 2015, S. 100).

Abbildungsbedingung. Zusätzlich zur „Bildbedingung“ oder „Kontrastbedingung“ ist eine „Abbildungsbedingung“ zu erfüllen (Rang, 2015, S. 109). Sie kann „durch eine Reihe sehr einfacher und exemplarischer Experimente genauer beschrieben werden.“ (Rang, 2015, S. 110).

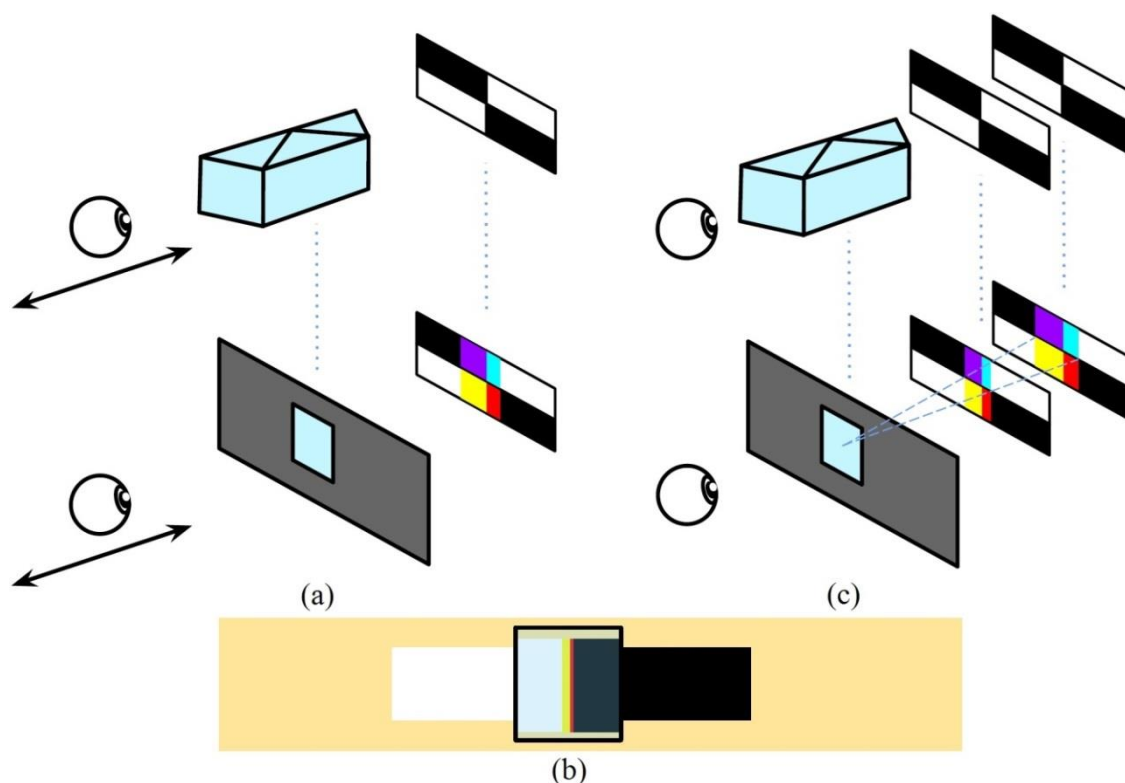


Abb. 38: Konzepte Rangs zur Ansicht durch ein Prisma. (a) *Betrachterabstandsunabhängige Spektrenbreite.* (b) *Hebungsbedingte Nähe.* (c) *Gegenstandsweitenproportionale Spektrenbreite.*

Ein vorbereitendes Experiment besteht darin, ein Kontrastbild durch ein Geradsichtprisma zu betrachten und dabei den Abstand zwischen Geradsichtprisma und Beobachter zu vergrößern, während der Abstand zwischen Geradsichtprisma und Kontrastbild gleich bleibt (Rang, 2015, S. 110-112), siehe Abbildung 38(a). Dabei beobachtet man, „dass sich die Spektrenbreiten perspektivisch so verkleinern wie die Kontrastvorlage selbst [...]“ (Rang, 2015, S. 111). Auch parallaktisch und schärfemäßig erscheint das Spektrum in derselben Entfernung vom Betrachter wie das Kontrastbild (Rang, 2015, S. 111-112). Folglich könnte man alle möglichen Ansichten durch das Geradsichtprisma dadurch nachahmen, dass man Farbübergänge auf das Kontrastbild malt und das Geradsichtprisma durch einen leeren Rahmen ersetzt (Rang, 2015, S. 112). Hierbei wird vernachlässigt, dass das Kontrastbild durch das Prisma hindurch hebungsbedingt etwas näher erscheint (Rang, 2015, S. 111-112), siehe Abbildung 38(b).

Das eigentliche Experiment besteht darin, wiederum ein Kontrastbild durch ein Geradsichtprisma zu betrachten, aber diesmal den Abstand zwischen Geradsichtprisma und Kontrastbild zu verändern, siehe Abbildung 38(c). Je größer der Abstand zwischen Kontrastbild und Geradsichtprisma, desto breiter werden die Farbsäume, bezogen auf die gesehene Winkelgröße des Kontrastbildes (Rang, 2015, S. 112-113).

Anstelle der Kontrastvorlage selbst kann man auch ihr reelles Linsenabbild verwenden. Dadurch kann man untersuchen, wie das Prisma auf ein Kontrastbild im Abstand Null wirkt:

„Das Kontrastbild wird durch die Leuchtfläche einer kleinen Niedervolthalogenlampe ausgetauscht und mit einer Kondensorlinse L_1 ins Unendliche abgebildet [...]. Eine weitere Linse L_2 bildet die Leuchtfläche aus dem Unendlichen in ihrer Brennebene ab. Haben beide Linsen die gleiche Brennweite, dann liegt eine 1:1 Abbildung vor. Das *Lampenbild* kann durch Verschieben der Linse L_2 verschoben und genau positioniert werden, ohne dabei seine Größe zu ändern. [...] Da das gesehene Lampenbild kein mechanischer Gegenstand ist, kann es in den Prismenglaskörper hineingeschoben werden [...]. Tatsächlich verschwinden [...] am Lampenbild [in der Prismenmitte] die farbigen Erscheinungen vollständig!“ (Rang, 2015, S. 113-115)

Verschiebt man dann das Kontrastbild optisch durch das Prisma hindurch in Richtung Betrachter, entstehen Farben in umgekehrter Folge, ähnlich wie bei einer 180° -Drehung des Prismas (Rang, 2015, S. 116). Ähnliche Beobachtungen macht man mit einem Beugungsgitter anstelle des Prismas (Rang, 2015, S. 115).

Um das eingebunden beobachtete Spektrum abgelöst betrachten zu können, setzt man anstelle des Beobachters ein technisches Auge in Form einer Linse (Abbildung 39). Auf einen Schirm hinter der Linse wird dann ein Bild projiziert, das der Ansicht vom Linsenort durch das Prisma entspricht (Rang, 2015, S. 116-117).

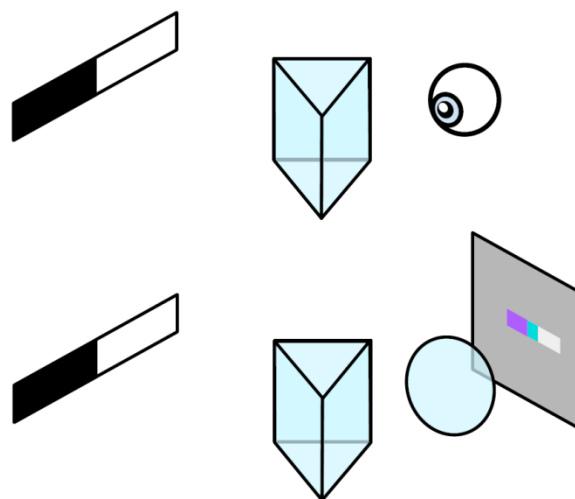


Abb. 39: Rangs Konzept *Objektivierte Ansicht*.

Da die Breite des Spektrums mit zunehmendem Abstand zwischen Kontrastbild und Prisma beziehungsweise Gitter zunimmt, lässt sich eine Abbildungsbedingung für die Entstehung von Spektren formulieren:

„Als Spektren erzeugendes Element ist ein Dispersionselement nur wirksam auf Bilder, die an seinem Ort unscharf abgebildet sind. Eingebunden formuliert: Als Spektren erzeugendes Element ist ein Dispersionselement nur wirksam auf Bilder, die von seinem Ort aus scharf gesehen werden können.“ (Rang, 2015, S. 119)

Zunehmender Abstand bedeutet, dass das Kontrastbild immer stärker mit einem seitlich bewegten Auge mitgeht. Daher kann man anstelle der Bildschärfe auch die Bildparallaxe als Kriterium verwenden: „Als Spektren erzeugendes Element ist ein Dispersionselement umso wirksamer auf ein Bild, je mehr dieses mit dem Beobachterort am Prisma parallaktisch mitgeht“ (Rang, 2015, S. 119).

Die größtmögliche Spektrenbreite entsteht also bei einem unendlich fernen Bild. Von verschiedenen Stellen der Prismenglasfläche aus betrachtet erscheint es stets in derselben Richtung. Diese parallelen Sichtverbindungen entsprechen einem parallelen Strahlengang (Rang, 2015, S. 119).

Geometrische Beschreibung. Für einen Beobachter in der Prismenmitte erscheint jedes Spektrum, unabhängig vom Kontrastbildabstand, in demselben Winkel ε . In demselben Winkel erscheint das Spektrum eines unendlich fernen Kontrastbildes, unabhängig vom Beobachtungsabstand. Dies ist der größtmögliche Winkel (Rang, 2015, S. 120).

Für mathematische Beschreibungen wird angenommen, dass das Prisma verhältnismäßig dünn ist. Von der Prismenmitte aus erscheinen alle Teile eines Spektrums auf einem Kreisbogen, auf den der Beobachter radial blickt, „unabhängig von den Kontrastabständen, -richtungen und Winkeln am Prisma“ (Rang, 2015, S. 120). Befindet sich der Beobachter in gewisser Entfernung vom Prisma, erscheint das Spektrum näherungsweise auf einer Konchoide. Man erhält diese Konchoide, indem man den Abstand zwischen Kontrastbild und Prisma als Abstand zwischen Prisma und Spektrum auf die jeweilige Blickrichtung überträgt, wobei man die Abstände jeweils auf den geometrischen Schnittpunkt von Beleuchtungsweg und Beobachtungsweg bezieht (Rang, 2015, S. 120).

Bei einem nicht-dünnen Prisma tritt zusätzlich eine farbspezifische optische Hebung auf, „einerseits auf Grund der unterschiedlich langen durchblickten Glaswege, andererseits aufgrund der Dispersionskurve der Glassorte“ (Rang, 2015, S. 121).

Mit und ohne optische Hebung verändern sich der Ort und die Form des Spektrums, wenn sich der Betrachterort verändert. Grob betrachtet wirkt es aber so, als befände sich das Spektrum stets auf demselben Kreisbogen um die durchblickte Prismenmitte (Rang, 2015, S. 121), siehe Abbildung 40(a).

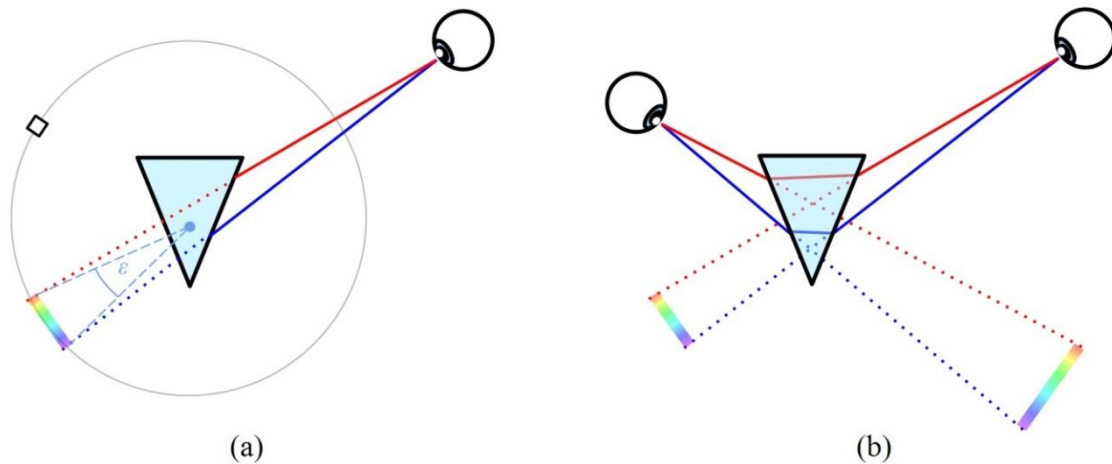


Abb. 40: Konzepte Rangs zum Strahlengang am Prisma. (a) *Subjektseitige Strahlen*. (b) *Objektseitige Strahlen*.

Symmetrische Ergänzung. Durch eine Vertauschung von Beobachter und Beobachtetem kann der Versuchsaufbau symmetrisch erweitert werden (Abbildung 40(b)):

„Ein Perspektivwechsel im beschriebenen Experiment ergibt sich, wenn der Beobachterort und der Kontrastbildort vertauscht werden, so dass beide in Bezug auf das Prisma die Seiten wechseln. Wenn sonst alles im Experiment unverändert bleibt, so entspricht dieser Vertauschung eine Umkehrung der Beleuchtungsrichtung. [...] Es liegt [...] durch diesen Perspektivwechsel kein völlig neues Experiment vor, sondern nur eine symmetrische Ergänzung des bisherigen Experiments.“ (Rang, 2015, S. 125)

Jener Winkel, in dem der Beobachter das Spektrum des Kontrastbildes sieht, wird bei dieser Vertauschung zu jenem Winkel, in dem das Kontrastbild das Prisma beleuchten muss, und umgekehrt (Rang, 2015, S. 126-127). „Vom Standpunkt der Geometrie ist die Lichtrichtung keine Beschreibungsgröße. Sie kann daher auch beliebig gewechselt werden, ohne jeden Einfluss auf die geometrischen Verhältnisse“ (Rang, 2015, S. 127).

Dispersionswinkel als Erhaltungsgröße. Aus einer Strahlenzeichnung schlussfolgert Rang anhand kongruenter Dreiecke: Die Summe von Spektrenwinkel und Beleuchtungswinkel gleicht dem Dispersionswinkel ε , unabhängig von den beidseitigen Abständen zum Prisma (Rang, 2015, S. 127-128), siehe Abbildung 40(a). Der Dispersionswinkel in dieser Spektrengleichung kann daher als Erhaltungsgröße aufgefasst werden, ähnlich wie die Brennweite in der Linsengleichung (Rang, 2015, S. 128-130). Die spektrale Abbildungsgleichung gilt streng jedoch nur für Abbildungswege durch den Mittelpunkt eines dünnen Dispersionselementes. Sie bezieht sich also auf jenes gedachte Spektrum, dessen Abschnitte nacheinander durch den Mittelpunkt beobachtbar sind, wenn man sich quer zur Blickrichtung bewegt (Rang, 2015, S. 130).

4.4.2 Explikation

Abbildungsbezogene Winkel und Abstände. Parallaxe, Perspektive und Fokussierung sind drei Hilfsmittel, mit denen man die beobachtbaren Ansichten beschreiben und daraus die Abbildungsverhältnisse gedanklich erfassen kann (Rang, 2015, S. 22). „Die Parallaxe beschreibt die Veränderung der Ansichten infolge der Beobachterbewegung“ (Rang, 2015, S. 22). Sehr ferne Gegenstände, etwa die Sonne, scheinen sich mit dem Beobachter mitzubewegen und erscheinen somit stets in derselben Richtung. Nahe Gegenstände bleiben hingegen zurück und erscheinen somit von jedem Beobachtungspunkt aus in einer anderen Richtung. Die Perspektive bezieht sich auf die scheinbare Größe des Gegenstands, die man als Winkel angibt (Rang, 2015, S. 23). Die Fokussierung ist jeweils nur für eine Entfernung möglich: Nahe und ferne Gegenstände kann man niemals gleichzeitig scharf sehen (Rang, 2015, S. 23).

Dispersionswinkel. Als Erhaltungsgröße kennzeichnet der Dispersionswinkel ε das Dispersionselement. Der Dispersionswinkel ist jedoch nur bei dünnen Prismen für unterschiedliche Prismenorientierungen gleich. „Für dicke Prismen ist ε eine Funktion der Prismenorientierung und kann daher bei asymmetrischem Gebrauch des Prismas für die beiden möglichen Beobachtungs- bzw. Lichtrichtungen geringfügig andere Werte annehmen“ (Rang, 2015, S. 128). Messen kann man den Dispersionswinkel beispielsweise in einem spektroskopischen Grundaufbau, „bei dem das Prisma zwischen einem Kollimator und einem Objektiv im parallelen Strahlengang steht“ (Rang, 2015, S. 124).

Technisches Auge. „Als ‚technisches Auge‘ wird das Ensemble eines *abbildenden Elementes* und einer Projektionsfläche bzw. Bildfläche (Auffangschirm oder Detektorfläche etc.) bezeichnet“ (Rang, 2015, S. 402). Es kann beispielsweise eine Lochkamera, eine Linse mit Schirm, eine Handykamera, oder ein Fotoapparat sein.

„Es macht für eine durch die Bildfläche eingeschränkte *Raumwinkelgeometrie* den *Sehraum* im Raumpunkt des *abbildenden Elementes* abgelöst beobachtbar“ (Rang, 2015, S. 402). Strahlenoptisch bedeutsame Winkel sind dann zwischen diesem Raumpunkt und jeweils zwei Bildpunkten auf der Bildfläche messbar beziehungsweise anhand des Abstandes zwischen zwei Bildpunkten berechenbar.

Freilich nimmt das abbildende Element mehr als nur einen Raumpunkt ein. Es bildet also streng genommen mehrere Sehräume gleichzeitig ab. Durch die Überlagerung kann ein Bild für die abgelöste Beobachtung entstehen, das sich schärfemäßig und farblich von der Ansicht in der eingebundenen Beobachtung unterscheidet, vgl. Rang (2015, S. 117-118).

Optische Hebung. „Objekte, die in optisch dichteren Medien wie Wasser gesehen werden, erscheinen lotrecht gegen die durchblickte Grenzfläche gehoben“ (Quick, Grebe-Ellis, & Passon, 2015, S. 26). Für den Blick durch eine planparallele Platte bedeutet dies, dass der Gegenstand näher und somit größer erscheint.

Ein Geradsichtprisma und ein dreiseitiges Prisma können wir uns ähnlich wie eine Anordnung von immer dicker werdenden planparallelen Platten vorstellen, sodass der Gegenstand je nach der Dicke des durchblickten Prismenbereichs unterschiedlich näher wirkt, vgl. Rang (2009, S. 45). Wenn das Prisma dünn ist, ist die Hebung vernachlässigbar, sodass das prismatische Bild so groß und weit entfernt wie der Gegenstand erscheint. Dies gilt aber nur *quer* zur Dispersionsrichtung.

Entlang der Dispersionsrichtung, oder besser gesagt in der Ebene der Dispersion, ergibt sich nämlich aus dem Hebungsgesetz—formal identisch mit dem Brechungsgesetz—ein Bildort, der von der Blickrichtung abhängt. Beim dreiseitigen Prisma wandert der Bildort entlang einer Kaustik, während man am Prisma vorbeiwandert (Quick, 2015, S. 276-279). Gemäß dieser Kaustik kann der Gegenstand schärfemäßig und parallaktisch je nach Blickrichtung durch das Prisma nicht nur näher, sondern auch weiter weg erscheinen. Bei minimaler Ablenkung, also symmetrischem Strahlengang, ist das Bild in derselben Entfernung wie der Gegenstand (Shapiro, 2010, S. 268-269). Rangs Annahme, dass das Spektrum im selben Abstand vom Prisma wie der Gegenstand erscheint und somit auf einer Konchoide liegt, gilt also in der Ebene der Dispersion nur um die minimale Ablenkung herum.

Insgesamt betrachtet kann man also im Allgemeinen keinen eindeutigen Ort des prismatischen Bildes angeben. Kurzum: Spektren sind meist *astigmatisch*.

Strahlen, Lichtwege, Sichtwege. Rang verwendet das Wort „Strahlen“ vergleichsweise selten. Im Zusammenhang mit „Lichtstrahlen“ erwähnt er die „mit Helligkeitswerten versehenen *optischen Wege*“ (Rang, 2015, S. 4), „Lichtwege“ (Rang, 2015, S. 24) und „Richtungshelligkeiten“ (Rang, 2015, S. 153). Er setzt das Wort „Lichtstrahlen“ oft in Anführungszeichen und distanziert sich somit von dem Begriff.

Stattdessen redet er lieber über „Abbildungswege“ (Rang, 2015, S. 135). „Die gezeichneten Linien können dabei alternativ als abgelöste Strahlen oder als eingebunden sichtbare Bildbegrenzungen verstanden werden“ (Rang, 2015, S. 135). „In den Sehräumen der Abbildung gibt es nur gerade Abbildungswege [...], was sich als sehr vorteilhaft erweist, wenn der Sehraum bekannt ist“ (Rang, 2015, S. 139). Die Abbildungswege für das virtuelle Bild werden jenseits des optischen Elementes gestrichelt dargestellt (Rang, 2015, S. 144); es sind „rückwärtige Verlängerungen der austretenden Abbildungswege“ (Rang, 2015, S. 145), vgl. die gepunkteten Linien in Abb. 37(c) und Abb. 40. Beim Blick durch ein Prisma verwendet er auch das Wort „Beleuchtungswege“ zwischen Gegenstand und Prisma und bringt sie in Zusammenhang mit „Beobachtungswegen“ zwischen Prisma und Auge (Rang, 2015, S. 120). Am Rande verweist er „auf die formalen [sic] Äquivalenz von Lichtstrahlen und Sichtwegen“ (Rang, 2015, S. 25).

4.4.3 Strukturierung

Begriff

- **Strahl als Sichtverbindung.** Ein Strahl gibt einen Weg an, entlang dessen die Sicht auf eine Kontrastgrenze möglich ist.

Konzepte

- **Farbige Bildverschiebung.** Ein Prisma verschiebt ein projiziertes Bild und verleiht seinen Kanten in Verschiebungsrichtung farbige Übergänge (Abbildungen 37(a)-(b)).
- **Farbige Ansichtsverschiebung.** Ein Prisma verschiebt eine Ansicht und verleiht ihren Kanten in Verschiebungsrichtung farbige Übergänge (Abbildung 37(c)).
- **Abbildende Prismenapertur.** Was man durch das Prisma hindurch sieht, wird von dort aus in die Gegenrichtung projiziert, wie von einer gleich dimensionierten Lochblende (Abbildungen 37(c)-(d)).
- **Betrachterabstandsunabhängige Spektrenbreite.** Die Ansicht durch ein Prisma kann man nachahmen, indem man einen entsprechend gefärbten Gegenstand am scheinbaren Ort aufstellt und das Prisma durch einen leeren Rahmen ersetzt (Abbildung 38(a)).
- **Hebungsbedingte Nähe.** Durch ein dickes Prisma betrachtet wirkt ein Gegenstand etwas näher (Abbildung 38(b)).
- **Gegenstandsweitenproportionale Spektrenbreite.** Die Breite eines Spektrums ist proportional zum Abstand zwischen Prisma und Gegenstand (Abbildung 38(c)).
- **Objektivierte Ansicht.** Um prismatische Ansichten objektiv zu studieren, kann man an Stelle des Auges ein abbildendes Element, beispielsweise eine Lochblende oder eine Linse, und einen Schirm setzen (Abbildung 39).
- **Subjektseitige Strahlen.** Die Strahlen zwischen Prisma und Auge verlaufen so, als kämen sie von einem Spektrum, das von der Prismenmitte aus den Dispersionswinkel aufspannt (Abbildung 40(a)).
- **Objektseitige Strahlen.** Die Strahlen zwischen Gegenstand und Prisma verlaufen so, wie die Sichtverbindungen vom Gegenstand zum Spektrum des Auges verlaufen (Abbildung 40(b)).

Denkfigur

- **Kontrastgrenzen-Verschiebung.** Ein Prisma verschiebt und verwischt eine Kontrastgrenze farbig in einem Maße, das proportional zum Abstand zwischen Prisma und Kontrastgrenze ist.

4.5 Joseph Fraunhofers Sicht auf Gitterspektren

Joseph Fraunhofer (1787-1826) war der Erste, der die Wirkung von Beugungsgittern systematisch untersucht hat. Er hat die Strahlablenkung am Gitter vermessen und mit einem Wellenmodell erklärt. Anhand dessen hat er die bekannte Gitterformel hergeleitet und verschiedenen Farben verschiedene Wellenlängen zugeordnet. Seine Forschungsergebnisse gehören zum Kanon der Schuloptik.

Dokument

- Fraunhofer (1823)

Quelle zur Interpretation

- Fraunhofer (1824)

4.5.1 Zusammenfassung

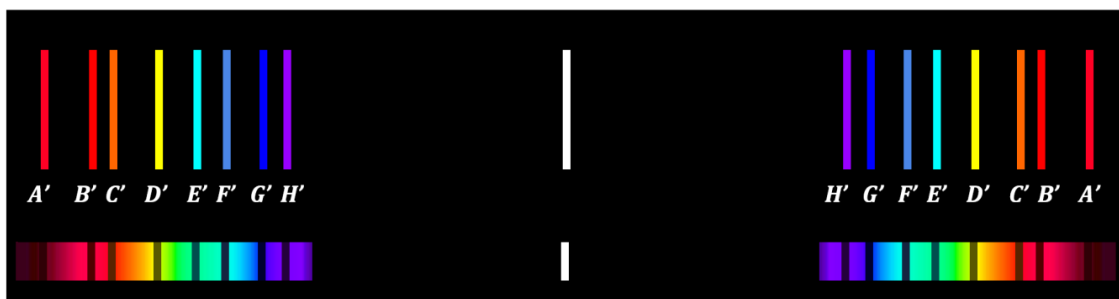


Abb. 41: Fraunhofers Konzept *Aufgereichte Spaltbilder*. Die beschrifteten Spaltbilder sind jene, die im Sonnenspektrum am lichtschwächsten sind, deshalb erscheinen sie dort als dunkle Linien.

Beugungsspektren. Mit einem feinen Gitter kann man Spektren erzeugen (Abbildung 41):

„Wird [...] Licht durch eine *grosse Anzahl schmaler Oeffnungen*, deren Entfernungen von einander *genau gleich* sind, gebeugt, so entstehen durch die gegenseitige Einwirkung der gebeugten Strahlen auf einander, wenn man sie mit einem Fernrohre beobachtet, Spectra [...], deren Licht [...] vollkommen homogen ist, und in denen man dieselben fixen Linien und Streifen gewahr wird, welche sich in einem durch ein Prisma erzeugten und mit einem Fernrohr betrachteten Spectrum zeigen. Dadurch sind diese [...] Spectra zur Auffindung des Gesetzes dieser Modification des Lichtes besonders geeignet, indem mittelst dieser Linien und Streifen sich das Gesetz aus den Beobachtungen in einem hohen Grade genau ableiten lässt.“ (Fraunhofer, 1823, S. 339, Herv. im Original)

Um die schmalen Öffnungen herzustellen, spannt Fraunhofer Drähte an einem Schraubengewinde fest, oder er ritzt in eine Goldschicht auf Glas. Durch einen schmalen Spalt lässt er ein parallel begrenztes Lichtbündel einfallen (Abbildungen 42(b)-(c)):

„Das Sonnenlicht muss bei diesen Versuchen in das verfinsterte Zimmer durch eine verticale Oeffnung im Fensterladen treten, deren scheinbare Breite sehr klein ist, und auf

das Objectiv eines am entgegengesetzten Ende des Zimmer aufgestellten Fernrohrs fallen, in der Richtung der Axe desselben.“ (Fraunhofer, 1823, S. 339-340)

Das Okular stellt man so ein, dass man den Spalt scharf sieht, vgl. Abbildung 42(a). Stellt der Betrachter das Gitter mit vertikal verlaufenden Linien vor das Objectiv,

„so sieht er die Oeffnung selbst unverändert wie ohne das Gitter; zugleich aber erscheinen ihm in einiger Entfernung von dieser Oeffnung um Fensterladen, in horizontaler Richtung, symmetrisch zu beiden Seiten derselben, sehr intensive Farben-Spectra, die sich wiederholen.“ (Fraunhofer, 1823, S. 340)

Die Breite und der Abstand von der Mitte sind beim zweiten Spektrum zweimal so groß wie beim ersten, beim dritten dreimal so groß wie beim ersten, und so weiter. Mit verschiedenen Buchstaben bezeichnet Fraunhofer „*farbige Strahlen* von verschiedener Art: *B* ist ein rother Strahl, welcher gegen das Ende des Spectrums liegt; [...] *H* violet“ (Fraunhofer, 1823, S. 340-341, Herv. im Original). An den so bezeichneten Stellen befinden sich in einem Spektrum, „welches aus vollkommen homogenen Strahlen besteht,“ (Fraunhofer, 1823, S. 341) besonders auffällige Linien.

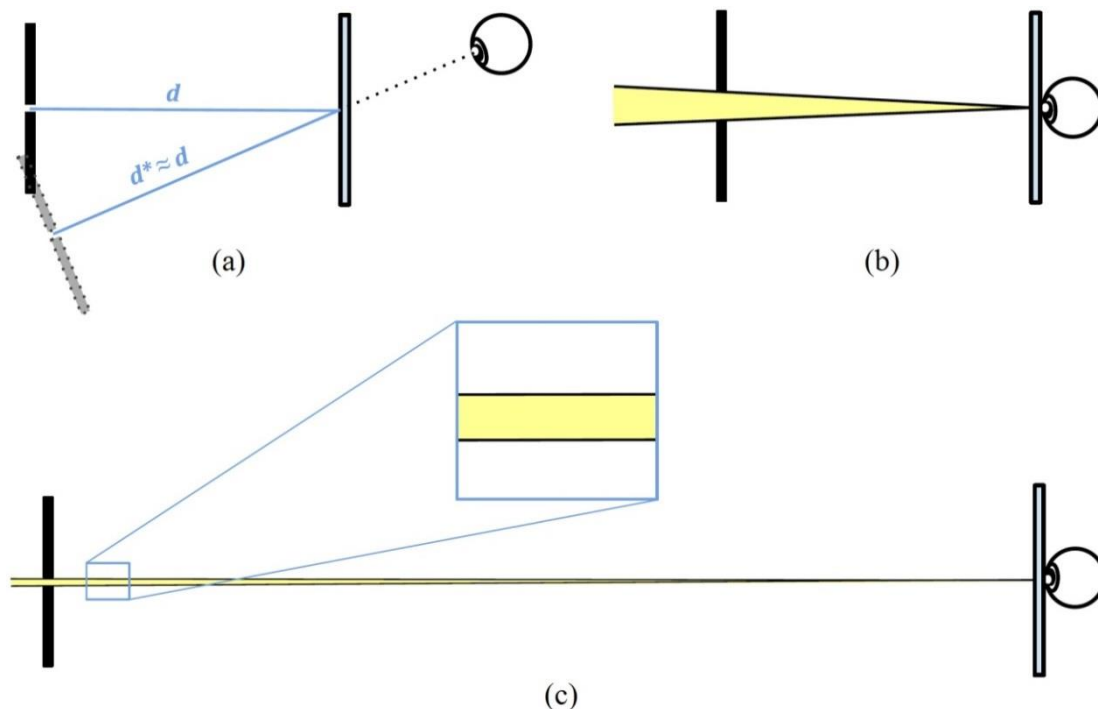


Abb. 42: Fraunhofers Konzepte zur Strahlengeometrie für das jeweilige Spaltbild. (a) *Konstante Entfernung*. (b) *Winkelgröße des Spaltes*. (c) *Paralleler Strahlengang*. Für Entfernungs- und Winkelmessungen würde Fraunhofer zwischen Gitter und Auge ein Fernrohr zwischenschalten.

Fraunhofer bezeichnet „die Winkel um welche [...] die Strahlen *B*, *C* von der Axe abgelenkt sind, in dem *ersten* Spectrum [...] mit *B'*, *C'*, in dem *zweiten* Spectrum mit *B''*, *C''* [...] und so ferner“ (Fraunhofer, 1823, S. 341-342, Herv. im Original). Fraunhofer misst für unterschiedliche Gitter die Winkel der Spektrallinien (Abbildung 43) und verallgemeinert seine Messergebnisse (Fraunhofer, 1823, S. 345):

$$\vartheta^{(v)} = \frac{v\omega}{\varepsilon}$$

Hierbei bezeichnet $v = 1, 2, 3, \dots$ das erste, zweite, dritte, ... Spektrum neben der Achse, ω eine „für jeden bestimmten farbigen Strahl [...] unveränderliche Zahl“ (Fraunhofer, 1823, S. 344), und ε den Abstand zwischen den Strichen des Gitters. Die Ablenkungswinkel einer gegebenen Strahlensorte verhalten sich also wie die natürlichen Zahlen zueinander. Da die gemessenen Winkel klein sind, könnte dieses Verhältnis aber ebenso gut für den Tangens oder Sinus des Ablenkungswinkels gelten. Um größere Ablenkungswinkel zu erhalten, stellt Fraunhofer daher noch feinere Gitter her, indem er in eine feine Fettschicht auf Glas ritzt. Das feinste Gitter ($\varepsilon = 0,0001223$ Zoll) erhält er, indem er mit einer maschinell geführten Diamantspitze die Striche direkt in das Glas ritzt. „Durch dieses Gitter entstehen Spectren, welche so gross sind, als die durch grosse Prismen hervorgebrachten, und schon im ersten Spectrum erkennt man die Linie *D* (im Orange) so gut als doppelt“ (Fraunhofer, 1823, S. 347-348).

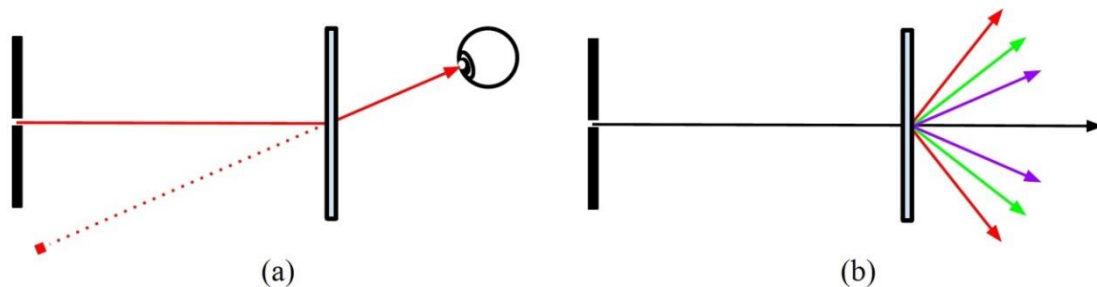


Abb. 43: Fraunhofers Konzepte zur Strahlableitung am Gitter. (a) *Scheinbare Strahlherkunft*. (b) *Farbabhängiger Beugungswinkel*.

Seine Winkelmessungen an den feinsten Gittern kann er mit folgender Gleichung zusammenfassen:

$$\sin \vartheta^{(v)} = \frac{v\omega}{\varepsilon}$$

Die ganzzahligen Verhältnisse beziehen sich also auf die Sinus der Ablenkungswinkel.

Fraunhofer mutmaßt: „Wenn der auffallende Strahl nicht vertical auf das Gitter fällt, [...] so erfolgt die Wirkung so, als wenn [...] die Entfernung der Parallellinien von einander, das ist ε , [...] kleiner wäre, als bei vertical auffallendem Lichte“ (Fraunhofer, 1823, S. 353-354). „So könnte man glauben mit Sicherheit schliessen zu dürfen, dass“ (Fraunhofer, 1823, S. 354) man in der Gitterformel einfach einen verkleinerten Strichabstand einsetzen müsste. Dementsprechend müssten die Spektren zu beiden Seiten der Achse im selben Maße breiter werden. Allerdings sagt die Wellentheorie voraus, dass die Spektren asymmetrisch werden, und die Versuche bestätigen dies.

Theoretische Herleitung. „Unmittelbar aus den Ergebnissen dieser Versuche ein Gesetz für diese Phänomene abzuleiten, möchte auch dem scharfsinnigsten Physiker schwerlich gelingen“ (Fraunhofer, 1823, S. 357). Daher verwendet Fraunhofer die

„Principen [sic] der *Interferenz*“ (Fraunhofer, 1823, S. 358), um ein allgemeines Gesetz herzuleiten (Abbildung 44(a)). Hierbei deutet er die Größe ω als „Länge einer Lichtwelle“ (Fraunhofer, 1823, S. 359). Mithilfe des Gesetzes kann er aus seinen Versuchsergebnissen die Wellenlänge für die unterschiedlichen Strahlen berechnen.

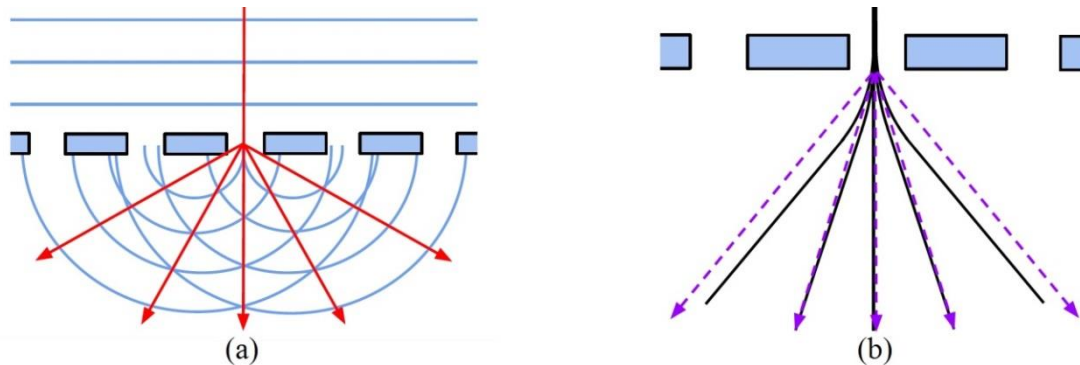


Abb. 44: Fraunhofers Konzepte zur Beugung am Gitter. (a) *Interferenzgemäße Strahlrichtung*. (b) *Leichte Strahlkrümmung*.

Gemäß dem theoretisch hergeleiteten Gesetz hängt der Ablenkungswinkel von der Position entlang der optischen Achse ab, das heißt „von der Entfernung, in welcher das Bild dieses Phänomens entsteht, dass also dieses so modificirte [sic] Licht, nach den Principen [sic] der Interferenz, nicht mathematisch vollkommen in einer geraden, sondern in einer gekrümmten Linie fortgeht“ (Fraunhofer, 1823, S. 360). Diese Linie ist aber nur nah am Gitter merklich gekrümmt und verläuft am Ort des Fernrohrs annähernd gerade (Abbildung 44(b)). Fernab vom Gitter lässt sich die Linie durch folgende Gleichung nähern (Fraunhofer, 1823, S. 361):

$$\cos \tau^{(\pm v)} = \frac{\varepsilon \cdot \sin \sigma \pm v\omega}{\varepsilon}$$

Hierbei bezeichnet τ den (winkelmäßigen) „Abstand von der Ebene des Gitters“ (Fraunhofer, 1823, S. 362), σ den Einfallswinkel zum Lot; und das Plus oder Minus gilt, je nachdem, ob die Strahlen im Spektrum auf der einen oder anderen Seite der optischen Achse liegen. Setzt man den Einfallswinkel Null, so geht die theoretisch hergeleitete Formel in die experimentell bestimmte über. Fraunhofer überprüft die allgemeine Formel auch anhand eines Reflexionsgitters. Zudem erkennt er anhand der Formel, dass keine Spektren mehr entstehen, solange der Strichabstand kleiner als eine Wellenlänge ist. Er schlussfolgert, dass ein Mikroskop keinen Gegenstand auflösen kann, der kleiner als eine Wellenlänge ist.

Unregelmäßige Gitter erzeugen laut dem Gesetz eine Überlagerung von großen und kleinen Spektren. Konzentrische, kreisförmige Spektren kann man mit kreisförmigen Gitterstrichen erzeugen. Für sie gelten dieselben Gesetze wie für Spektren von geradlinigen Gitterstrichen.

4.5.2 Explikation

Zweck des Fernrohrs. Warum schaut Fraunhofer bei seinen Beugungsversuchen durch ein *Fernrohr*?

„Durch das Fernrohr konnte ich alsdann die Erscheinungen, welche die Beugung des Lichtes hervorbringt, vergrößert, und doch mit hinlänglicher Helligkeit beobachten, zugleich aber auch die Winkel der Ablenkung des Lichtes mit dem Theodolith [sic] messen.“ (Fraunhofer, 1824, S. 5-6)

Es geht ihm also um Helligkeit, Vergrößerung und Winkelmessung.

Zweck des Spaltes. Warum verwendet er als Lichtquelle einen *vertikalen Spalt* im Fensterladen? „Es würde nämlich, in jedem andern Fall, jeder Strahl seine eigenen Spectra bilden, und deren soviel nebeneinander hinfallen, als Strahlen auffallen“ (Fraunhofer, 1824, S. 14). Fraunhofer möchte solch eine Überlagerung von Spektren vermeiden, um jedes Spektrum einzeln vermessen zu können.

Zweck des Gitters. Warum verwendet er als beugenden Gegenstand ein *Gitter*? „Um auf die ganze Fläche des Objectiv des Theodolithfernrohrs [sic] eine grosse Anzahl gleich stark gebeugter Strahlen fallen zu machen“ (Fraunhofer, 1824, S. 21). Hier geht es ihm also wieder um Helligkeit, Vergrößerung und Winkelmessung. Vor allem aber möchte er die „gegenseitige Einwirkung einer grossen Anzahl gebeugter Strahlen“ untersuchen (Fraunhofer, 1824, S. 21). Zuvor beschreibt er, wie das Licht durch eine einzelne Öffnung gebeugt wird (Fraunhofer, 1824, S. 5-21); das Gitter nun entspricht einer Vielzahl von Öffnungen. Später deckt er es zunehmend ab, um das Licht durch immer weniger Öffnungen zu beugen (Fraunhofer, 1824, S. 42-56).

Zum Wort „Beugung“. Warum spricht man von *Beugung*?

„Wenn man den [...] in ein finsternes Zimmer geleiteten Sonnenstrahl in einiger Entfernung mit einem dunklen Schirme, der eine schmale Oeffnung enthält, auffängt, und man lässt das durch die Oeffnung des Schirmes fahrende Licht, etwas entfernt hinter denselben, auf eine weisse Fläche [...] fallen, so sieht man [...], dass der beleuchtete Theil der Fläche größer ist, als die schmale Oeffnung des Schirmes, und dass er Farbensäume hat, dass folglich das Licht durch diese Oeffnung abgelenkt oder gebeugt wurde.“ (Fraunhofer, 1824, S. 4)

Würde sich das Licht ohne Richtungsänderung ausbreiten, müsste der beleuchtete Teil etwa so breit sein wie die Schirmöffnung und dürfte auch keine Farben erzeugen. Das Licht wird also aus seiner geradlinigen Bahn abgelenkt, obwohl weder Brechung (an einem Medienübergang), Reflexion (an einem Spiegel) oder Streuung (an einem matten Körper) in Frage kommen.

4.5.3 Strukturierung

Begriff

- **Strahl als Lichtbündel.** Ein Strahl ist ein Bestandteil des Lichts, und zwar in Form eines schmalen Lichtbündels, das sich durch den Raum bewegt und auf andere Strahlen einwirken kann.

Konzepte

- **Aufgereihte Spaltbilder.** Ein Beugungsspektrum ist eine Reihe von verschiedenfarbigen Spaltbildern (Abbildung 41).
- **Konstante Entfernung.** Das Spaltbild einer bestimmten Farbe erscheint in ungefähr derselben Entfernung vom Gitter wie der Spalt (Abbildung 42(a)).
- **Winkelgröße des Spaltes.** Die scheinbare Größe des Spaltbildes gleicht, vom Gitter aus gemessen, dem Winkel zwischen den einfallenden Strahlen (Abbildung 42(b)).
- **Paralleler Strahlengang.** Ein linienförmiges Spaltbild entspricht parallel einfallenden Strahlen (Abbildung 42(c)).
- **Scheinbare Strahlherkunft.** Ein Spaltbild einer bestimmten Farbe erscheint in jener Richtung, aus welcher ein gebeugter Strahl entsprechender Farbe zum Betrachter kommt (Abbildung 43(a)).
- **Farbabhängiger Beugungswinkel.** Der Ablenkungswinkel eines am Gitter gebeugten Strahls ist abhängig von seiner Farbe (Abbildung 43(b)).
- **Interferenzgemäße Strahlrichtung.** Die Ausbreitungsrichtung eines Strahls lässt sich anhand der gegenseitigen Verstärkung von gebeugten Lichtwellen erklären (Abbildung 44(a)).
- **Leichte Strahlkrümmung.** Gemäß den Prinzipien der Wellenüberlagerung bewegt sich ein am Gitter gebeugter Strahl auf einer leicht gekrümmten, aber fast geradlinigen Bahn (Abbildung 44(b)).

Denkfigur

- **Unterschiedliche Beugbarkeit.** Verschiedenfarbige Spaltbilder erscheinen zu beiden Seiten eines Lichtspaltes jenseits eines feinen Gitters, weil ein Lichtbündel je nach Farbe unterschiedlich stark gebeugt wird.

4.6 José Lunazzis Sicht auf die Abbildung durch ein Gitter

José Lunazzi (geboren 1948) hat entdeckt, dass ein Gegenstand hinter einem optischen Gitter in farbspezifischen Perspektiven erscheint. Die Phänomene in Lunazzis Experimenten erinnern an holografische Bilder und ermöglichen somit einen schülernahen Unterricht zum Gitter.

Dokument

- Lunazzi (1990b)

Quellen zur Interpretation

- Lunazzi (1990a)
- Müller & Schön (2011)
- Quick (2015)

4.6.1 Zusammenfassung

Aussehen des Beugungsbildes. Der Gegenstand jenseits eines Beugungsgitters erscheint farbig profiliert und verschwommen, ähnlich wie bei starker chromatischer Aberration. Je weiter der Gegenstand vom Beugungsgitter entfernt ist, desto verschwommener erscheint er. Folglich kann man die Farben nutzen, um die räumliche Tiefe zu verschlüsseln:

„Color encoding of depth is shown to occur naturally in images of objects observed through diffraction gratings under common white light illumination.“ (Lunazzi, 1990b, S. 15)

Beugungsbilder eines Gegenstandspunkts. Ein Gegenstandspunkt strahle weißes Licht in Richtung Beugungsgitter, durch das er beobachtet wird. Die Beugung eines Lichtstrahls, der von diesem Gegenstandspunkt erzeugt wird und auf das Beugungsgitter trifft, kann anhand der Gitterformel berechnet werden, in Abhängigkeit von seiner Wellenlänge. Verlängert man zwei gebeugte Strahlen rückwärtig, schneiden sie sich in einem Punkt, der dem virtuellen Bildpunkt entspricht, siehe Abbildung 45(a). Die zwei Strahlen wählt man so, dass sie zu beiden Seiten des Zentralstrahls jeweils denselben, kleinen Winkel einschließen. Man stellt die Gleichung für eine Gerade auf, die jeweils dieselbe Richtung wie der gebeugte Strahl hat. So kann man für einen gegebenen Beobachtungsort den wellenlängenabhängigen Bildort als Schnittpunkt zweier Geraden berechnen. Der Einfachheit halber zieht man nur die erste Beugungsordnung in Betracht und beschränkt die Analyse auf eine Ebene senkrecht zum Gitter.

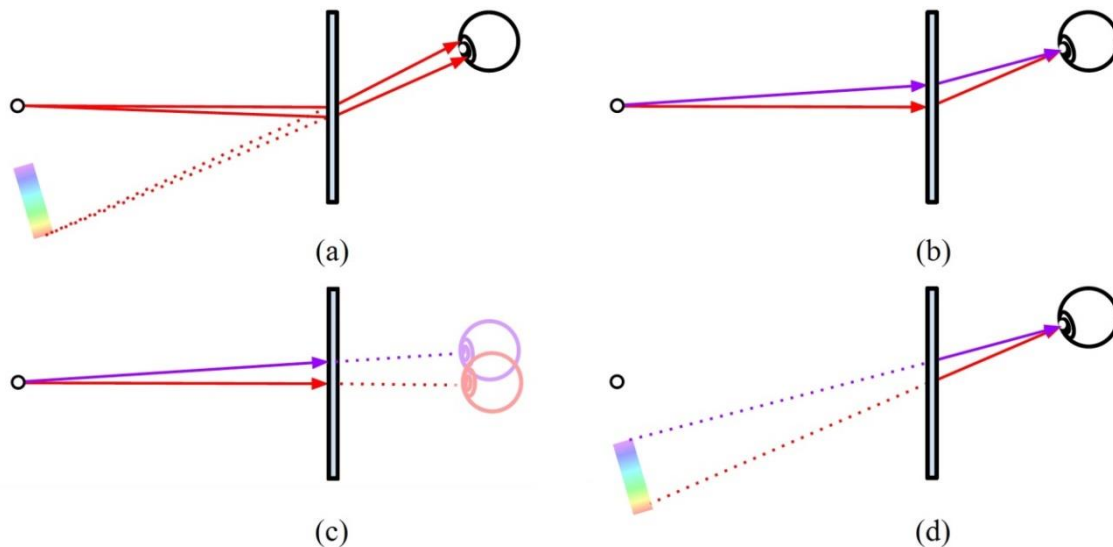


Abb. 45: Lunazzis Konzepte zum Strahlengang am Beugungsgitter. (a) *Rückwärtiger Schnittpunkt*. (b) *Wellenlängenabhängiger Strahlengang*. (c) *Einfallswinkelgemäße Blickrichtung*. (d) *Beugungswinkelgemäße Bildrichtung*.

Beugungsbilder eines Gegenstandes. Mit einem schmalbandigen Filter sieht man in einem Reflexionsgitter ein scharfes Beugungsbild des davor befindlichen, weiß beleuchteten, zylindrischen Gegenstandes. Das Gesichtsfeld kann so groß sein wie der winkelmäßige Abstand zwischen nullter und zweiter Beugungsordnung. Das Beugungsbild eines weiß beleuchteten Gegenstandes stellt eine kontinuierliche Reihe von unterschiedlichen Perspektiven dar.

Beugungsbilder für Holografie. Je nach Wellenlänge ändert sich der Einfallswinkel derart, dass zwei verschiedene Wellenlängen denselben Beobachtungsort erreichen können, siehe Abbildung 45(b). Der Winkel der Stereopsie gleicht dem Unterschied der beiden Einfallswinkel, vgl. Abbildung 45(c). Den Winkel der Stereopsie und den Gegenstandsbereich kann man mit Gittern höherer räumlicher Frequenz vergrößern.

Auf dem Film einer Kamera am Beobachtungsort wird ein Bild projiziert, in dem die zwei virtuellen Bilder dokumentiert werden. Das Prinzip lässt sich auf alle Wellenlängen des sichtbaren Spektrums übertragen. „The result is a photograph that has the capability of registering all the views of an object in a continuous sequence“ (Lunazzi, 1990b, S. 15). Solch ein Foto nennt Lunazzi Hologoto. Betrachtet man es durch zwei verschiedene Farbfiler, sieht man ein dreidimensionales Bild (Lunazzi, 1990b, S. 18).

Vergleich mit Stereofotografie. Ein ähnlich wirkendes Stereofoto erhält man, wenn man den Gegenstand von zwei entsprechenden Beobachtungspunkten aus mit einer Doppelbelichtung fotografiert. (Lunazzi zeichnet diese Beobachtungspunkte entlang der Richtung der einfallenden Strahlen ein, erwähnt jedoch nicht explizit, in welcher Entfernung diese Punkte vom Gitter liegen sollen, vgl. Abbildung 45(c)). Lunazzi errechnet, dass der Abstand zwischen den beiden Bildpunkten eines gegebenen Gegenstands-

punktes im Holofoto anders ist als im Stereofoto. Folglich wird auch die räumliche Tiefe im Holofoto verändert dargestellt. Im Experiment kann er diese veränderte Tiefenwirkung jedoch nicht feststellen.

4.6.2 Explikation

Sprachliche Aspekte. Strahlen werden am Gegenstandspunkt ‚erzeugt‘, ‚treffen‘ am Gitter ‚auf‘ und werden ‚gebeugt‘. Ein Strahl bewegt sich entlang einer Linie. Es gibt ‚Strahlen einer bestimmten Wellenlänge‘. Mit dem Wort ‚Strahl‘ beschreibt Lunazzi also quasimechanische Bestandteile des Lichts. Entsprechend bezeichnet er Beugung als „the main mechanism“ (Lunazzi, 1990b, S. 15), der das Phänomen der unterschiedlichen Perspektiven erzeugt.

Ein auf fotografischen Film ‚projiziertes Bild registriert die virtuellen Bilder‘. Lunazzi stellt sich virtuelle Bilder also wie Gegenstände vor. An manchen Stellen schreibt er, dass die Bilder beziehungsweise Ansichten am Gitter ‚abgelenkt‘ und zu einem Beobachtungspunkt ‚gesendet‘ werden. Hier scheint er sich vorzustellen, dass jeder Strahl jeweils einen Bildpunkt transportiert.

Durch Nachfrage per E-Mail konnte ich jedoch erfahren, wie Lunazzi Lichtstrahlen definieren würde:

„Rays, to me, are geometric lines indicating the direction of [sic] the light propagation. Being light a wave (not corpuscle) we can think of [sic] the vector k . A thin beam of light can not exit in a straight line the surface or element it impinged [on]. This starts to be noticed, for example, in reflection on a curved mirror.“ (Lunazzi, E-Mail an S. Grusche vom 21.04.2017)

Hierbei wird deutlich, dass Strahlen für Lunazzi lediglich geometrische Linien sind, welche die Ausbreitung von Lichtwellen andeuten!

Winkel. Im Zusammenhang mit dem stereoskopischen Sehen benennt Lunazzi (1990b) drei verschiedene Winkel. Den *Winkel der Stereopsie* definiert er als die Differenz zwischen den Einfallswinkeln zweier zum Beobachtungspunkt gebeugter Strahlen unterschiedlicher Wellenlänge. Den *Winkel der Stereopsie für die Beobachtung* erwähnt er in Zusammenhang mit dem Abstand zweier Bildpunkte im Holofoto beziehungsweise Stereofoto; vermutlich meint er den Winkel, der von den Sichtverbindungen zu den beiden Bildorten eines stereoskopisch dargestellten Gegenstandspunktes eingeschlossen wird, vgl. Abb. 45(d). Der *Drehwinkel der Kamera* in Lunazzi (1990b) ist laut Formelzeichen derselbe wie der stereoskopische Winkel in Lunazzi (1990a); nämlich jener, der von den Kameraachsen eingeschlossen wird, wenn sie auf einen Bezugspunkt gerichtet sind.

Lunazzi errechnet, dass im Allgemeinen der Winkel der Stereopsie für die Beobachtung beim Holofoto anders ist als beim Stereofoto, sodass sich eine unterschiedliche Tiefen-

wahrnehmung ergibt. Um die Tiefenwirkung anzupassen, schlägt er vor, den Drehwinkel der Kamera zu verändern. Er erwähnt jedoch nicht, ob er dafür die beiden Kamerapositionen oder den Bezugspunkt verschiebt; im ersten Fall würde sich der Winkel der Stereopsie und somit die Perspektive verändern, im zweiten nicht.

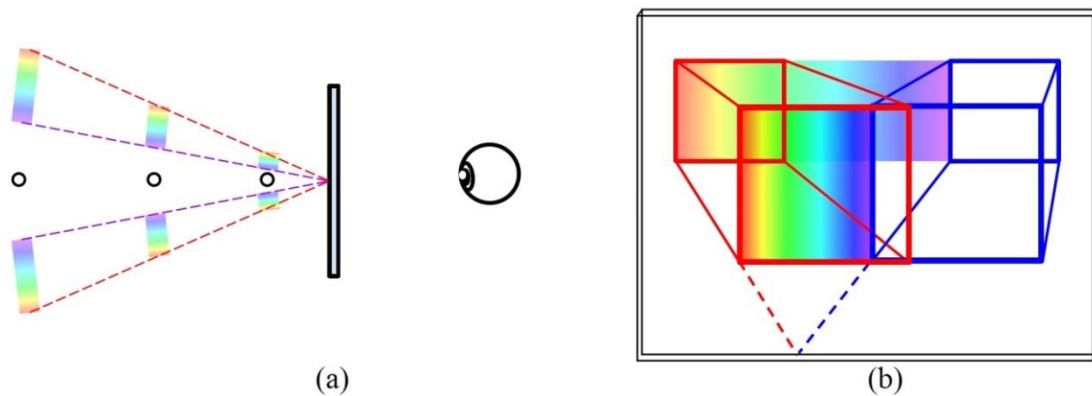


Abb. 46: Lunazzis Konzepte zur dispersionsbedingten Perspektivüberlagerung am Beugungsgitter. (a) *Tiefenabhängige Spektrenbreite.* (b) *Überlagerte Perspektiven.*

Analogien zum Hologramm. Lunazzi (1990a) zeigt, dass auch ein Hologramm bei weißer Beleuchtung farbig profiliert erscheint. Auch hier ist der Effekt umso stärker, je weiter der abgebildete Gegenstand von der Hologramm-Ebene entfernt ist. Der Bildort hängt von der Rekonstruktionswellenlänge ab. Somit entsteht bei weißer Beleuchtung anstelle eines Bildpunktes ein Spektrum. Die Breite des Spektrums ist proportional zur Tiefe des abgebildeten Gegenstandspunktes, vgl. Abbildung 46(a). Dadurch entsteht eine Überlagerung mehrerer Perspektiven, siehe Abbildung 46(b),

„an effect equivalent to the superposition of parallax changes between many different (hypothetical) points of view in horizontal continuous distribution around the photographic camera position.“ (Lunazzi, 1990a, S. 9)

Jede Wellenlänge verschlüsselt eine bestimmte Ansicht. Indem man durch Farbfilter mit bestimmten Transmissionswellenlängen schaut, kann man zwei bestimmte Ansichten auswählen. Obwohl der Betrachter selbst von einem einzelnen Ort aus schaut, werden verschiedene Ansichten zu ihm gesandt, denn verschiedene Bereiche des Hologramms werden von verschiedenen Wellenlängen beansprucht.

Zentralstrahl und Randstrahlen. Um die *Richtung* eines virtuellen Bildes anzugeben, nutzt Lunazzi den so genannten Zentralstrahl, der durch die Mitte der Pupille verläuft. In diesem Zusammenhang modelliert er das Beobachteraue als Lochkamera mit punktförmig idealisierter Blendenöffnung (Lunazzi, 1990b). Um die *Entfernung* des virtuellen Bildes zu ermitteln, nutzt Lunazzi zwei Randstrahlen, die symmetrisch zum Zentralstrahl angeordnet sind (Lunazzi, 1990b). In diesem Zusammenhang modelliert er das Beobachteraue als Linse mit kreisrunder Blendenöffnung (Lunazzi, 1990a).

Falsch berechnete Bildorte. Lunazzi (1990b) berechnet für einen Gegenstandspunkt A die Koordinaten des virtuellen Bildpunktes in Abhängigkeit vom Einfallswinkel am Gitter. Zur Überprüfung konstruieren wir die Bildorte, indem wir die gebeugten Strahlen gemäß Gitterformel zeichnen und rückwärtig verlängern. Unsere Konstruktion ergibt eine *Kaustik* als Einhüllende aller Rückverlängerungen, vgl. Müller & Schön (2011) und Quick (2015, S. 249-251). Lunazzis Berechnung hingegen ergibt Bildorte, die (außer der äußeren beiden) außerhalb der Kaustik liegen, siehe Abbildung 47. Sowohl die Kaustik als auch Lunazzis Gleichungen beruhen auf der Gitterformel. Lunazzi hat also falsch gerechnet.

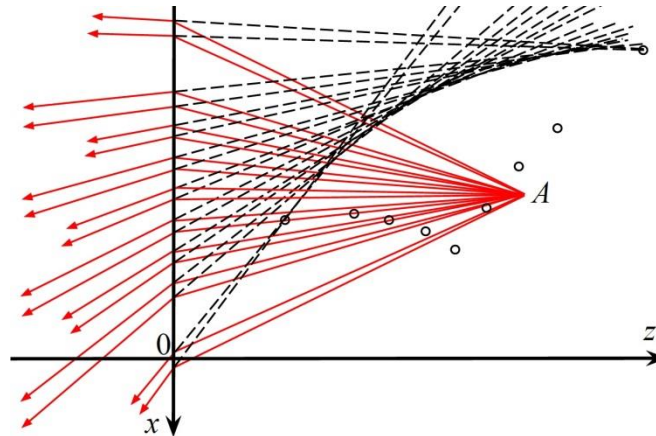


Abb. 47: Berechnete versus konstruierte Bildorte. Die (gestrichelt dargestellten) Rückverlängerungen der gebeugten Strahlen bilden eine Kaustik als Gesamtheit aller Bildorte für einen Gegenstandspunkt A . Die Berechnungen von Lunazzi (1990b) liefern einzelne Bildorte (hier als kleine Kreise eingetragen), deren x -Koordinaten von denen der Kaustik abweichen.

4.6.3 Strukturierung

Begriffe

- △ **Lichtbestandteil.** Ein Strahl ist ein kleiner Bestandteil des Lichts einer bestimmten Wellenlänge, der sich durch den Raum bewegt.
- **Wellennormale.** Ein Strahl ist eine geometrische Linie, welche die Ausbreitung der Lichtwellen andeutet.

Konzepte

- **Rückwärtiger Schnittpunkt.** Für eine gegebene Wellenlänge entsteht ein virtueller Bildpunkt dort, wo zwei eng benachbarte Strahlen eines Gegenstandspunktes nach der Beugung herzukommen scheinen (Abbildung 45(a)).
- **Wellenlängenabhängiger Strahlengang.** Strahlen unterschiedlicher Wellenlänge, die von einem Gegenstandspunkt zum Beobachtungspunkt gelangen, haben am Gitter unterschiedliche Einfalls- und Beugungswinkel (Abbildung 45(b)).

- **Einfallswinkelgemäße Blickrichtung.** Der Einfallswinkel eines zum Betrachter gebeugten Strahles bestimmt die Blickrichtung auf den Gegenstand (Abbildung 45(c)).
- **Beugungswinkelgemäße Bildrichtung.** Der Beugungswinkel eines zum Betrachter kommenden Strahles bestimmt die Richtung, in der das Bild gesehen wird (Abbildung 45(d)).
- **Tiefenabhängige Spektrenbreite.** Je weiter ein Gegenstandspunkt vom Gitter entfernt ist, desto breiter ist sein Spektrum (Abbildung 46(a)).
- **Überlagerte Perspektiven.** Durch die tiefenabhängige Breite eines Spektrums entsteht eine Überlagerung verschiedener Perspektiven (Abbildung 46(b)).

Denkfiguren

- **Divergente Bildprojektion.** Von einem Gegenstandspunkt divergieren Strahlen unterschiedlicher Wellenlänge, um im Beobachtungspunkt zu konvergieren.
- **Punkt-zu-Punkt-Konstruktion.** Von einem Gegenstandspunkt divergieren die Strahlen nach der Beugung derart zur Linse des Auges oder der Kamera, dass sie von einem wellenlängenabhängig versetzten Bildpunkt zu kommen scheinen.

4.7 Albrecht Dürers Sicht auf perspektivische Bilder

Albrecht Dürer hat die Kunst der perspektivischen Darstellung anschaulich beschrieben. In seiner Beschreibung spiegeln sich die optischen Erkenntnisse antiker, mittelalterlicher sowie neuzeitlicher Wissenschaftler wider. Umgekehrt erweist sich Perspektive als nützliches Werkzeug zur Erschließung optischer Zusammenhänge.

Dokument

- Dürer (1525)

Quellen zur Interpretation

- Andersen (2007)
- Baufeld (1996)
- Bauer (1987)
- Burton (1945)
- Kluge (1999)
- Lindberg (1987)
- Hennig (2001)
- Hofmann (1990)
- Sabra (1989)

4.7.1 Zusammenfassung

Physikalische Bedingungen des Sehens. Damit man etwas sehen kann, muss es sich vor dem Auge befinden, beleuchtet sein und von einem Medium umgeben sein:

„Was gesehen soll werden das muß for sein [was gesehen werden soll, das muss sich vor dem Betrachter befinden] / und wirt mit dem aug gesehen [und wird mit dem Auge gesehen] / darzu gehört auch ein liecht [ebenso braucht man ein Licht] / dann die finsternuß lest nichtz sehen [denn die Finsternis lässt nichts sehen] / auch muß ein mittel sein zwischen dem aug unnd dem das man sihet [zudem muss ein Medium zwischen dem Auge und dem Gesehenen sein].“ (Dürer, 1525, S. 166, Übers. SG)

Beleuchtung und Schattenbildung. Aus einer Lichtquelle laufen Strahlen entlang gerader Linien:

„Ein yetlichs liecht reycht durch gerad linien so weyt sein streym lauffen [Ein jegliches Licht reicht durch gerade Linien, so weit wie seine Strahlen laufen] / so aber ein undurchsichtig ding für das liecht gestellt wird [sobald aber ein undurchsichtiges Ding vor das Licht gestellt wird] / so stossen sich die streym daran ab [so stoßen sich die Strahlen daran ab] / und felt ein schatten so weyt die streym linien des liechtz verhalten werden [und fällt ein Schatten so weit, wie die Strahl-Linien des Lichts aufgehalten werden].“ (Dürer, 1525, S. 166, Übers. SG)

Parameter für die perspektivische Darstellung. Dürer möchte einen Würfel in ein Gemälde übertragen.

„Darumb muß zum ersten gesetzt werden der punct des augs [Darum muss zuerst der Augpunkt festgelegt werden]. Zum anderen das ding dz da gesehen soll werde [...] [Zum anderen das Ding, das gesehen werden soll]. Das dryt ist das liecht [Das Dritte ist das Licht] / an das nichts gesehen wirt [ohne das nichts gesehen wird].“ (Dürer, 1525, S. 169, Übers. SG)

Geometrische Bedingungen der Sichtbarkeit. Die Sicht erfolgt entlang gerader Linien:

„Das aug sicht allein durch gerad linien die ding die for im sind [Das Auge sieht nur entlang gerader Linien die Dinge, die vor ihm sind] / und mag durch kein krumme lini sehenn [und kann nicht entlang krummer Linien sehen] / darumb wen zwey gleyche undurchsichtige ding hinder einander stend [Darum: Wenn zwei gleiche undurchsichtige Dinge hintereinander stehen] / und das aug gerad dargegen [und das Auge gerade gegenüber] / so kan allein das forder und das hinder nit gesehen werden [so kann nur das vordere und nicht das hintere gesehen werden].“ (Dürer, 1525, S. 169, Übers. SG)

Wenn man beide Gegenstände sehen will, muss man sie voneinander trennen, „auf das solichs die streym linien des gesichts begreifen mögen [sodass die Strahl-Linien des Sehsinns alles begreifen können]“ (Dürer, 1525, S. 169, Übers. SG). Der Gegenstand sollte weder zu nah am Auge noch zu fern sein. Ist der Gegenstand zu nah, wird das Auge zugedeckt und die Sicht zugehalten. In einem kleinen Teil der Sicht werden in

größerer Entfernung größere Gegenstände gesehen. Ist der Gegenstand zu fern, verschwindet er aus der Sicht,

„dan wan ein ding so gar weyt stet [denn wenn ein Ding so weit weg steht] / so schlagen sich die streym linien bey dem aug so nahent zusammen [dann schlagen sich die Strahl-Linien bei dem Auge so nah zusammen] / das dz aug das klein feld zwischen den streym linien nit mer sehe kann [dass das Auge das kleine Feld zwischen den Strahl-Linien nicht mehr sehen kann].“ (Dürer, 1525, S. 169, Übers. SG)

Ebene Abschneidung der Sichtlinien. Zwischen das Auge und den Gegenstand bringt man eine „ebne durchsichtige abschneydung aller der streym linien die auß dem aug fallen auf die ding die es sicht [ebene durchsichtige Abschneidung aller Strahl-Linien, die aus dem Auge fallen auf die gesehenen Dinge]“ (Dürer, 1525, S. 169, Übers. SG). Die Entfernung dieser Ebene vom Gegenstand ist beliebig wählbar.

“Wirt die ebne nahent zu dem gesicht gestellt [Wird die Ebene nah vor das Gesicht gestellt] / so gefelt das gemel das da werden soll klein darauf [dann fällt das Gemälde, das dort entstehen soll, klein darauf] / ruckt man aber die abschneydent ebne weyt vom aug [...] [rückt man aber die abschneidende Ebene weit weg vom Auge] / so felt das gemel grösser darauf [dann fällt das Gemälde größer darauf].“ (Dürer, 1525, S. 169, Übers. SG)

Um dies zu verstehen, zeichnet man zwei im spitzen Winkel zusammenlaufende Linien. Zwischen diesen Linien kann man nah am Schnittpunkt nur ein kleines, fern davon jedoch ein großes Viereck errichten. Alles, was von beiden zusammenlaufenden Linien berührt wird, erscheint gleich groß, unabhängig von der Entfernung.

Von Grund- und Aufriss zur perspektivischen Ansicht. Um zu zeichnen, wie ein Würfel mit Licht und Schatten dem Gesicht erscheint, erstellt Dürer einen Aufriss und darunter einen Grundriss vom Auge im Bezug zum Gegenstand. Ausgehend vom Auge zeichnet er Linien zu beliebig vielen Gegenstandspunkten: „Dan zeuch jch auß dem puncte des oberen gesichtz streim linien auf alle ding die man sehen kann [Dann ziehe ich aus dem Augpunkt im Aufriss Strahl-Linien zu allen sichtbaren Dingen]“ (Dürer, 1525, S. 170, Übers. SG), zuerst zur Lichtquelle, dann zu den Ecken des Würfels.

„Darnach zeuch auß dem vnderen aug das zu dem nider gedruckten grund gestellt ist [Ziehe danach aus dem Auge im Grundriss] / auch streym linien in alle puncte des nider gedruckten grundes auf seiner ebne [auch Strahl-Linien in alle Punkte des Grundrisses auf seiner Ebene].“ (Dürer, 1525, S. 171, Übers. SG)

„So nun das gesicht durch die streym linien das erreycht das es sicht [Da nun der Seh-sinn durch die Strahl-Linien das Gesehene erreicht] / soll das in ein gemel gebracht werden [soll das Gesehene in ein Gemälde übertragen werden]“ (Dürer, 1525, S. 171, Übers. SG). Hierzu verwendet man die durchsichtige Fläche, die „all streym linien durchschneydet [alle Strahl-Linien durchschneidet]“ (Dürer, 1525, S. 171, Übers. SG). Im Seitenriss und Grundriss wird diese Ebene als Linie dargestellt. Die Augen werden lotrecht jeweils auf diese Linie übertragen. Dann überträgt man die Abstände aus Grund- und Seitenriss in eine Frontalansicht der Bildebene:

„Nym ein ander papir und reyß darauf zwo kreutz linien zu rechten wincklen [Nimm ein anderes Papier und zeichne darauf zwei sich kreuzende Linien im rechten Winkel zueinander] / und in der mitt [...] setz den puncten des augs [...] [und setze den Augpunkt in die Mitte] zu disem puncten des augs müsen alle höhe / nideren / tieffen und preytten auf peden seyten gepracht und gissett werden [zu diesem Augpunkt müssen alle Höhen ... und Breiten auf beiden Seiten hinzugefügt werden] / die dy forigen streym linien anzeygen [welche durch die vorigen Strahl-Linien angezeigt werden].“ (Dürer, 1525, S. 174, Übers. SG)

Die so konstruierten Bildpunkte verbindet man mit Strichen. So erhält man eine Zeichnung von den sichtbaren und verdeckten Ecken. Dürer liefert zusätzlich eine Zeichnung mit Schattenschraffuren, in der nur die sichtbaren Teile dargestellt sind.

Perspektivische Schnellkonstruktion. Anschließend beschreibt Dürer einen einfacheren Weg, um einen Gegenstand in ein Gemälde zu übertragen. Man zeichnet die vordere Kante der Grundfläche und schräg rechts darüber den Augpunkt. Man verbindet den Augpunkt mit der vorderen Kante, um die seitlichen Kanten der Grundfläche anzugeben. Um die hintere Kante der Grundfläche zu erhalten, fällt man vom Augpunkt ein Lot, setzt daneben einen Betrachter in der Seitenansicht, zieht eine Linie von dessen Auge zur linken vorderen Ecke der Grundfläche, und zieht durch deren Durchstoßpunkt am Lot eine horizontale Linie. Sie gibt den Verlauf der hinteren Kante an. Anschließend konstruiert man auf dieser perspektivisch dargestellten quadratischen Grundfläche einen Würfel. Die Breite des Würfels markiert man an der Vorderkante der Grundfläche. Aus dem Augpunkt zieht man zwei Linien, auf denen der Würfel stehen soll. Man zieht einen ‚Ortstrich‘ von der vorderen linken zur hinteren rechten Ecke der Grundfläche. Wo der Ortstrich die zuvor gezeichneten Linien schneidet, ergeben sich die vordere linke und hintere rechte Ecke des Würfels. Die anderen beiden Ecken liegen auf horizontalen Linien. Auf den vier Eckpunkten errichtet man vertikale Linien, die die aufrechten Würfelkanten darstellen. Die vorderen vertikalen Linien sind ebenso lang wie die vordere horizontale Linie. Eine horizontale Linie wird oben hinzugefügt, um die Vorderseite des Würfels zu vervollständigen. Aus dem Augpunkt werden ‚streym linien‘ durch die vorderen oberen Eckpunkte gezogen; wo sie die hinteren vertikalen Linien schneiden, ergeben sich die hinteren oberen Eckpunkte des Würfels. Andere Gegenstände kann man auf die gleiche Art in ein Gemälde übertragen.

Durchzeichnen auf einer Glasscheibe. Dürer beschreibt, wie man etwas Gesehenes durchzeichnen kann. Ein flaches Glas wird in einem Holzrahmen aufgestellt. Vor dem eingerahmten Glas wird ein seitwärts beweglicher und höhenverstellbarer Stab befestigt. Am oberen Ende des Stabes wird ein kleines Brett angebracht. Durch ein Loch im Brett schaut man durch das Glas. Auf dem Glas zeichnet man den Gegenstand durch, den man malen möchte. Will man eine Person abzeichnen, soll man deren Kopf anlehnen lassen, sodass er still bleibt. Man kann auch Farben verwenden, braucht dafür jedoch ein stetiges Licht.

Mechanische Analogie zum Sehen. Dürer beschreibt, wie man mit drei Fäden eine Laute in ein Bild übertragen kann.

„Schlag ein grosse nadel mit einem weyten ör die darzu gemacht ist in ein wand [Schlage eine große Nadel mit einem weiten Ohr ... in eine Wand] / und setz das für ein aug [stellvertretend für ein Auge] / dardurch zeuch einen starcken faden [ziehe einen starken Faden dadurch] / und henck unden ein pley gewicht daran [...] [und hänge unten ein Bleigewicht dran].“ (Dürer, 1525, S. 180, Übers. SG)

In beliebig großem Abstand vom Ohr stellt man einen Tisch, darauf einen Holzrahmen mit einem Türchen als Malgrund. Oben mittig und seitlich mittig nagelt man jeweils einen dünnen Faden fest. Durch das offene Türchen führt man den starken Faden vom Ohr zu einem bestimmten Punkt des Gegenstands (beispielsweise einer Laute), lässt ihn dort festhalten, und überkreuzt die dünnen Fäden dort, wo der starke Faden durch die Türöffnung geht. Man befestigt die losen Enden der dünnen Fäden mit Wachs am Rahmen, entfernt den starken Faden, schließt das Türchen und zeichnet darauf den Kreuzungspunkt der dünnen Fäden. Man wiederholt dies für mehrere Gegenstandspunkte.

„Dann zeuch all puncten die auf der tafel von der lauten worden sind mit linien zusame [Verbinde dann alle Punkte, die auf der Tafel anhand der Laute entstanden sind, mit Linien] / so siehst du was darauß wirt [dann siehst du, was daraus wird] / also magst du ander ding auch abzeychnen [und auf diese Weise kannst du auch andere Dinge abzeichnen].“ (Dürer, 1525, S. 181, Übers. SG)

4.7.2 Explikation

Sprachliche Aspekte. Das Wort ‚Perspektive‘ kommt aus dem Lateinischen ‚perspectivus‘, was ‚durchschauend‘ bedeutet (Kluge, 1999, S. 622). Das Wort bezog sich im Mittelalter auf eine optische Wissenschaft, die geometrische, physikalische und anatomische Aspekte vereinte (Andersen, 2007). In der Renaissance bezog sich das Wort zusätzlich auf eine bildende Kunst, bei der es vor allem um die Darstellung des dreidimensionalen Raumes auf einer Fläche ging (Andersen, 2007). Um ein perspektivisches Bild zu erhalten, schaut der Künstler entweder wirklich oder gedanklich durch ein Fenster und zeichnet darauf die Umrisse des Gegenstandes durch.

Mit ‚liecht‘ bezieht sich Dürer auf die Lichtquelle, nicht auf etwas, das sich ausbreitet. Vom ‚liecht‘ gehen ‚streym‘, also Strahlen (Baufeld, 1996, S. 228), entlang gerader Linien aus. Sie stoßen sich von Gegenständen ab. Wo sie nicht hinreichen, ist Schatten.

Vom Auge gehen ‚streym linien‘ aus. Sie ‚fallen‘ aus den Augen auf den Gegenstand. Das Auge sieht nur durch gerade, nicht durch krumme Linien. Dürer zeichnet ‚streym linien‘, also Striche, welche die Strahlen von der Lichtquelle beziehungsweise dem Auge darstellen. Allerdings verwendet er das Wort ‚streym linien‘ im Zusammenhang mit der Lichtquelle gleichbedeutend mit ‚streym‘. Es ist dadurch unklar, ob vom Auge ebenso wie von der Lichtquelle ‚streym‘ ausgehen. Dass die ‚streym linien‘ den Gegen-

stand ‚begreifen‘, kann entweder bedeuten, dass sie ihn ‚ergreifen‘ und ‚erfassen‘ oder dass sie ihn ‚erreichen‘ und ‚treffen‘ (Hennig, 2001, 22).

Pythagoräische Sehstrahlen. Dass das Auge Sehstrahlen aussendet, ist ein Gedanke, der schon bei Platon und zuvor noch bei den Pythagoräern zu finden ist (Lindberg, 1987, S. 22). Demnach geht ein Feuer- oder Lichtstrahl aus dem Auge zum Gegenstand, um ihn zu ergreifen und das Spiegelbild in der Augenpupille zu formen, oder um den erhaltenen Sinneseindruck durch Abtasten zu bestätigen (Lindberg, 1987, S. 22). Bei Platon verschmelzen das Augenfeuer und das Tageslicht zu einem einheitlichen Körper, der die Bewegungen von Gegenstand und Auge stofflich vermittelt (Lindberg, 1987, S. 24-25).

Aristoteles' Medium. Dürer behauptet, dass ein Mittel—also ein Medium zwischen Betrachter und Gegenstand—zum Sehen benötigt wird. Diese Vorstellung geht auf Aristoteles zurück (Lindberg, 1987, S. 28-29). Laut Aristoteles ist Licht die Verwirklichung der Durchsichtigkeit eines Mediums, in dem sich ein leuchtender Körper befindet (Lindberg, 1987, S. 29). Wäre das Medium nicht einmal der Möglichkeit nach durchsichtig, müssten die Gegenstände trotz Lichtquelle in der Finsternis verborgen bleiben.

Euklids Sehstrahlen. Sehstrahlen fallen aus dem Auge, streben dabei auseinander und lassen somit Zwischenräume. Was in den Zwischenräumen ist, kann nicht gesehen werden. Diese von Dürer beschriebene Vorstellung wurde von Euklid geprägt (Burton, 1945). Euklid beschreibt die Ausbreitung der Sehstrahlen anhand gerader Linien, die sich innerhalb eines Kegels befinden. Es scheint, als liefere Euklid eine geometrische Beschreibung für einen physikalischen Vorgang der Strahlung aus dem Auge, vgl. Lindberg (1987, S. 37-41).

Alhazens geradlinige Lichtausbreitung. Dürer nimmt an, dass sich Lichtstrahlen geradlinig ausbreiten. Diese Vorstellung von der geradlinigen Ausbreitung des Lichts hat Alhazen mit zahlreichen Experimenten belegt: Die Geradlinigkeit ist in staubiger Luft (Sabra, 1989, S. 13) oder anhand einer geraden Stange vor einem opaken Gegenstand (Sabra, 1989, S. 14) zu beobachten, wenn das Licht durch ein kleines Loch in eine dunkle Kammer gelangt. Auch an Schattenbildern und Schattenräumen ist diese Geradlinigkeit nachzuvollziehen (Sabra, 1989, S. 15). Laut Alhazen sendet jeder Gegenstandspunkt Strahlen aus (Lindberg, 1987, S. 117). Dürer sagt zwar, dass sich die Strahlen von der Lichtquelle am Gegenstand abstoßen, erwähnt aber nicht, wohin. Laut Alhazen würden einige dieser abgestoßenen Strahlen ins Auge gehen. Stattdessen redet Dürer von Strahl-Linien, die aus dem Auge kommen. Alhazen verweist darauf, dass solche Sehlinien nur der Einfachheit halber vorgestellt sind und keinen wirklichen Ausströmungen aus dem Auge entsprechen (Lindberg, 1987, S. 129). Dürer hingegen verweist nicht darauf.

Gleichartigkeit von Schatten und Perspektive. Alberti und andere Künstler vor Dürer haben erkannt, dass das Schattenbild eines Körpers ein perspektivisches Abbild ist

(Bauer, 1987; Hofmann, 1990, S. 121). Gioseffi hat in einer Linienzeichnung dargestellt, dass die Lichtquelle dem Auge und der Schattenriss dem perspektivischen Bild entspricht (Bauer, 1987, S. 1-2); bei der Schattenprojektion liegt der Körper jedoch zwischen Projektionszentrum und –Fläche, bei der perspektivischen Projektion jenseits der Projektionsfläche. Bei Dürer ist diese Gleichartigkeit Grundlage seiner didaktischen Aufbereitung: Erst schildert er die Schattenkonstruktion, dann die perspektivische Konstruktion.

Albertis Sehpyramide. Dürers Konstruktion geht auf Alberti zurück (Lindberg, 1987, S. 266). Demnach soll ein gemaltes Bild einen Querschnitt durch die Sehpyramide darstellen, deren Grundfläche auf dem betrachteten Gegenstand liegt und deren Spitze mit dem Auge zusammenfällt. „Alberti will uns klarmachen, daß seine Theorie der linearen Perspektive [...] allein der Sehpyramide bedarf. Nicht nötig dagegen sei die Beschäftigung mit der Strahlungsrichtung oder der Aufgabe des Auges beim Sehen“ (Lindberg, 1987, S. 266). Albertis Theorie der Perspektive ist also eine mathematische, keine physikalische oder physiologische (Lindberg, 1987, S. 266). Alberti stützte seine Idee der Pyramidenschnitte auf Vorstellungen der geometrischen Optik des Mittelalters: erstens, dass das Auge als Punkt idealisiert werden kann; zweitens, dass Sehen entlang gerader Linien zwischen dem Gegenstand und dem Auge stattfindet; und drittens, dass diese Linien eine Pyramide bilden (Andersen, 2007, S. 19).

Dürer als Erfinder von Raytracing. Dürers Konstruktionsmethoden eines perspektivischen Bildes entsprechen dem modernen Raytracing am Computer: In beiden Fällen wird ein Strahl vom Auge durch eine Projektionsfläche verfolgt, bis er einen Gegenstand trifft (Hofmann, 1990).

Ausströmungen aus dem Auge? Was spricht dafür, dass Dürer glaubte, etwas ströme aus dem Auge? Erstens verwendet er schon im Zusammenhang mit Licht das Wort ‚streym linien‘ teils gleichbedeutend mit ‚streym‘, und die aus dem Auge fallenden ‚streym linien‘ *erfassen* den Gegenstand. Zweitens beschreibt Dürer den Zeichenvorgang stets *ausgehend vom Augpunkt*, nicht dort *hinführend*. Drittens konstruiert er Sehlinien sogar für *Schattenbereiche*, wo keine Lichtstrahlen herkommen. Zudem *widerspricht Dürer nicht* der Annahme von Ausströmungen aus dem Auge. Er tut dies höchstens implizit, da er im Zusammenhang mit dem Sehen das Wort ‚streym‘ nie allein stehend verwendet, sondern immer nur als Teil von ‚streym linien‘. Seine mechanische Methode zur Übertragung eines Gegenstandes in eine Zeichnung lässt sich diesbezüglich doppelt deuten: einerseits als Modellversuch zur Veranschaulichung eines *physikalischen Vorgangs*, bei dem sich Strahlen vom Auge durch ein Fenster zum Gegenstand bewegen; andererseits als experimenteller Beweis für den *geometrischen Sachverhalt*, dass ein Bildpunkt immer auf einer geraden Linie zwischen Gegenstand und Auge liegt. Auch wenn seine Konstruktionsmethoden geometrisch sind, sind die zugrundeliegenden Vorstellungen quasimechanisch. Selbst wenn Dürer wüsste, dass nichts aus dem Auge strömt, stellt er es sich immerhin so vor.

4.7.3 Strukturierung

Begriffe

- **Lichtstrahl.** Ein Strahl ist etwas Quasimechanisches, das geradlinig von der Lichtquelle bis zum opaken Gegenstand reicht und sich dort abstößt. Wo keine Lichtstrahlen hingelangen, ist Schatten.
- ? **Sehstrahl.** Ein Strahl ist etwas Quasimechanisches, das geradlinig vom Auge bis zum opaken Gegenstand reicht und diesen erfasst. Bereiche, wo keine Sehstrahlen hingelangen, sind unsichtbar.

Konzepte

- **Quasimechanischer Sehvorgang.** Ein Strahl, der sich vom Auge zu einem Gegenstandspunkt bewegt, durchquert eine durchsichtige Bildfläche am zugehörigen Bildpunkt.
- **Perspektive wie Schatten.** Der Sehvorgang funktioniert ähnlich wie der Beleuchtungsvorgang; ein Schattenbild ist ein perspektivisches Bild.
- **Geradlinige Sichtverbindung.** Ein Bildpunkt liegt stets auf einer geraden Verbindungslinie zwischen Gegenstandspunkt und Augpunkt, der Sichtlinie.
- **Koordinaten-Übertragung.** In Grund- und Seitenriss ermittelt man die zwei Koordinaten des Schnittpunktes einer Sichtlinie mit der Bildebene, um damit den zugehörigen Bildpunkt in der Frontalansicht der Bildebene zu verorten.
- **Punktweise Bildzusammensetzung.** Das Bild entsteht durch Verbindung einzelner Bildpunkte.
- **Augpunktabhängige Perspektive.** Die räumliche Position des Augpunktes im Bezug zum Gegenstand bestimmt die Anordnung der Schnittpunkte der Sichtlinien mit der Bildebene und somit die Perspektive.
- **Bildweitenunabhängige Perspektive.** Egal, bei welchem Abstand die Bildebene die Sichtlinien schneidet, das Bild wird abgesehen von seiner Größe stets gleich aussehen.
- **Bildweitenabhängige Bildgröße.** Je näher die Bildebene am Gegenstand, desto größer ist das von den Sichtlinien eingeschlossene Bild.
- **Gegenstandsweitenabhängige Bildgröße.** Je weiter ein Gegenstand vom Augpunkt entfernt ist, desto kleiner ist das von den Sichtlinien eingeschlossene Bild.

Denkfigur

- **Abgeschnittene Sichtlinien.** Bildpunkte sind Schnittpunkte der Licht- beziehungsweise Sichtlinien mit einer Bildebene.

5 Übersicht zu den Manuskripten

Nachdem wir die Themen Linsenabbildung und Spektroskopie fachlich geklärt haben, möchten wir zur Erfassung der Lernerperspektive und zur didaktischen Strukturierung übergehen. Die Bearbeitung dieser Untersuchungsaufgaben ist in den Manuskripten 1 bis 14 dargestellt (Kapitel 6).

5.1 Anordnung der Manuskripte

Die Manuskripte sind nicht chronologisch, sondern thematisch angeordnet.

In den Manuskripten 1 bis 2 wird die Lernerperspektive auf die Linsenabbildung wiedergegeben, und in den Manuskripten 3 bis 5 wird eine entsprechende didaktische Strukturierung vorgestellt.

In den Manuskripten 6 bis 7 wird die Lernerperspektive auf prismatische Bilder geschildert. Eine entsprechende didaktische Strukturierung des Themas Spektroskopie wird in den Manuskripten 8-10 vorgestellt.

In Manuskript 11 wird gezeigt, wie die didaktische Strukturierung auch zu fachwissenschaftlichen Erkenntnissen geführt hat. Diese Erkenntnisse sind in den Manuskripten 12 bis 14 dargestellt.

Gemäß dem Modell der Didaktischen Rekonstruktion sind die fachliche Klärung, die Erfassung der Lernerperspektive und die didaktische Strukturierung voneinander abhängig. Dies spiegelt sich in jedem Manuskript wider. Deshalb sind insbesondere in den Manuskripten 4 und 12-14 zusätzliche Beiträge zur fachlichen Klärung zu finden.

5.2 Kurzdarstellungen der Manuskripte

Zu Manuskript 1

- Grusche, S. (2016b). Präkonzepte zur Projektion eines unscharfen Bildes mit einer Linse. *PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, 2016*, DD 5.30. URL: <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/711>

Um einen bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung schülernah gestalten zu können, werden die Schülervorstellungen als Ausgangspunkt gewählt. Zum einen werden Schülervorstellungen zur Linsenabbildung aus früheren Studien zusammengefasst. Zum anderen werden Schülerinnen und Schüler der siebten Jahrgangsstufe schriftlich und mündlich bezüglich ihrer Vorstellungen zur Linsenabbildung befragt, insbesondere zur Projektion eines unscharfen Bildes. In Vermittlungsexperimenten wird untersucht, wie sich die vorunterrichtlichen Vorstellungen bei einem bildbasierten Zugang ändern.

Zu Manuskript 2

- Grusche, S. (2017a). Developing students' ideas about lens imaging: teaching experiments with an image-based approach. *Physics Education*, 52, 044002. doi: 10.1088/1361-6552/aa6d27

Damit auch Studierende von einem bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung profitieren können, werden deren Vorstellungen untersucht. Zum einen werden bisherige Studien zusammengetragen. Zum anderen werden Vermittlungsexperimente mit Studierenden der Physikdidaktik durchgeführt, um Vorstellungen vor, während und nach einem bildbasierten Zugang zu erheben. Darauf aufbauend werden Empfehlungen für die Lehre formuliert.

Zu Manuskript 3

- Grusche, S. (2016d). Seeing lens imaging as a superposition of multiple views. *Physics Education*, 51, 015006. doi: 10.1088/0031-9120/51/1/015006

Es wird ein bildbasierter Zugang zur Linsenabbildung vorgeschlagen, bei dem die Lernenden von ihrer holistischen Sicht zur analytischen Sicht von Johannes Kepler begleitet werden. Dabei wird eine bildbasierte Konstruktionsmethode entwickelt, mit der man die Überlagerung von Einzelbildern zum Gesamtbild vorhersagen kann. Im Diskussteil wird der bildbasierte Zugang mit fachwissenschaftlichen Konzepten und anderen Unterrichtsansätzen verglichen.

Zu Manuskript 4

- Grusche, S. (2016a). Comment on 'From the pinhole camera to the shape of a lens: the camera-obscura reloaded'. *Physics Education*, 51, 056501. doi: 10.1088/0031-9120/51/5/056501

Bei einem strahlenbasierten Zugang zur Linsenabbildung zeigt man manchmal, dass eine Linse wie eine Prismen-Anordnung mehrere Lochkamerabilder zusammenführen kann. In diesem Kommentar wird darauf hingewiesen, dass sich mit einer Linse die Bildgröße ändert, anders als mit einer Prismen-Anordnung. Anhand bildbasierter Überlegungen wird das Größenverhältnis der Lochkamerabilder hinter der Linse beziehungsweise Prismen-Anordnung berechnet. Die Bildgröße bleibt nur dann erhalten, wenn die Lochblenden unmittelbar an der Linse sind.

Zu Manuskript 5

- Grusche, S., & Wagner, S. (2016). Two different looks at Kepler's refraction experiment. *Physics Education*, 51, 064001. doi: 10.1088/0031-9120/51/6/064001

Sowohl für die Linsenabbildung als auch für die Spektroskopie mit Prismen ist das Brechungsgesetz bedeutsam. Damit das Brechungsgesetz bildbasiert hergeleitet werden kann, wird Keplers Brechungsversuch in seiner ursprünglichen und in einer umgekehrten Version durchgeführt. Ausgehend von verschobenen Schattenbildern beziehungsweise gehobenen Ansichten werden gebrochene Strahlen eingeführt.

Die Arbeitsanteile der beiden Autoren sind in Tabelle 7 aufgeschlüsselt.

Tab. 7: Arbeitsanteile an Manuskript 5

| Sascha Grusche | Steffen Wagner |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Idee der Umkehrung von Keplers Brechungsversuch • Erster Artikelentwurf • Erste Versuchsreihe mit ersten Fotos zu Keplers Brechungsversuch und dessen Umkehrung • Wiederholtes Feedback zur zweiten Versuchsreihe • Wiederholtes Feedback zu den Versuchsreihen zur Totalreflexion, planparallelen Platte und optischen Hebung • Vier schematische Zeichnungen (Fig. 1(a), Fig. 3, Fig. 7, Fig. 9) • Verschriftlichung & Korrektur | <ul style="list-style-type: none"> • Feedback zum ersten Artikelentwurf; Vorschläge zur Verbesserung und Erweiterung der Artikelstruktur • Zweite Versuchsreihe zu Keplers Brechungsversuch und dessen Umkehrung • Versuchsreihen zur Totalreflexion, planparallelen Platte und optischen Hebung • Alle Fotos für den Artikel (Fig. 1(b), Fig. 2, Fig. 6, Fig. 8, Fig. 10) • Zwei Diagramme (Fig. 4(a)-(b)) und zwei schematische Zeichnungen (Fig. 5(a)-(b)) • Fehlerbetrachtungen |

Zu Manuskript 6

- Grusche, S. (2016c). Präkonzepte zur Projektion und Inspektion durch ein Prisma. *PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, 2016*, DD 15.05. URL: <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/710>

Ein bildbasierter Zugang zur Spektroskopie kann für Schülerinnen und Schüler nur verständlich sein, wenn er von deren Vorstellungen ausgeht. Deshalb werden Schülervorstellungen zur prismatischen Brechung und Dispersion aus früheren Studien zusammengefasst. Zudem werden Schülerinnen und Schüler der siebten Jahrgangsstufe schriftlich und mündlich bezüglich ihrer Vorstellungen zur Projektion beziehungsweise Betrachtung eines Bildes durch ein Prisma befragt. In Vermittlungsexperimenten wird untersucht, wie sich die vorunterrichtlichen Vorstellungen bei einem bildbasierten Zugang ändern.

Zu Manuskript 7

- Grusche, S. (2017b). Students' ideas about prismatic images: teaching experiments for an image-based approach. *International Journal of Science Education*, 39, 981-1007. doi: 10.1080/09500693.2017.1312625

Damit ein bildbasierter Zugang zur Spektroskopie auf Studierende abgestimmt werden kann, müssen deren Vorstellungen berücksichtigt werden. Zu diesem Zweck werden frühere Studien zu Vorstellungen Studierender zum Thema Spektroskopie zusammengetragen. Zudem werden Vermittlungsexperimente mit Studierenden der Physikdidaktik durchgeführt, um vorunterrichtliche Vorstellungen und deren Wandel bei einem bildbasierten Zugang herauszuarbeiten. Nach einem Abgleich mit fachwissenschaftlichen Vorstellungen werden Empfehlungen für die Lehre formuliert.

Zu Manuskript 8

- Grusche, S. (2015a). Ein bildbasierter Zugang zu spektroskopischen Versuchen. *PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, 2015*, DD 10.02. URL: <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/633>

Als Grundlage für die didaktische Strukturierung der Spektroskopie wird fachlich geklärt, bei welchen Prismenversuchen Isaac Newton einen bildbasierten Zugang verwendet und bei welchen er einen strahlenbasierten Zugang wählt. Anschließend wird Newtons strahlenbasierter Zugang in einen bildbasierten Zugang umgekehrt. Der bildbasierte Zugang wird exemplarisch auf den Blick durch ein Gitterspektroskop angewandt sowie auf die Projektion und Betrachtung von Bildern durch ein Prisma.

Zu Manuskript 9

- Grusche, S. (2015d). Revealing the nature of the final image in Newton's experimentum crucis. *American Journal of Physics*, 83, 583-589. doi: 10.1119/1.4918598

Damit Newtons entscheidender Prismenversuch bildbasiert nachvollzogen werden kann, wird er schrittweise aufgebaut. Zudem wird fachlich geklärt, wie Isaac Newton, Johann Wolfgang von Goethe und andere Wissenschaftler den Versuch gedeutet haben. Für die didaktische Strukturierung wird herausgearbeitet, wie man vom historischen Versuch zu modernen Anwendungen übergehen kann.

Zu Manuskript 10

- Grusche, S. (2016e). Spielfilm auf Spaghetti: Spektrale Bildprojektion. *Physik in unserer Zeit*, 47, 180-184. (Copyright Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. Reproduced with permission.) doi: 10.1002/piuz.201601430

In einem Dreischritt wird gezeigt, wie man spektrale Bildprojektion bildbasiert bis hin zum Wellenmodell nachvollziehen kann. Im ersten Schritt wird das Abbildungsprinzip anhand der beobachtbaren Bilder veranschaulicht. Im zweiten Schritt werden die Bildorte im Strahlenmodell erfasst. Im dritten Schritt wird der Strahlenverlauf im Wellenmodell erklärt.

Zu Manuskript 11

- Grusche, S. (2015c). Didaktische Rekonstruktion als Beitrag zur wissenschaftlichen Konstruktion. In U. Binder (Hrsg.), *TRANSFER. Band 11: Das Wissen der Wissenschaften an Pädagogischen Hochschulen* (S. 135-156). Baltmannsweiler: Schneider Hohengehren.

Ein bildbasierter Zugang hat zu Erkenntnissen und Erfindungen geführt, die im strahlenbasierten Zugang bisher verpasst wurden. Aus diesem Anlass wird rückblickend untersucht, wie didaktische Strukturierung und fachliche Klärung wechselwirken. Davon ausgehend wird der Begriff der fachlichen Klärung erweitert.

Zu Manuskript 12

- Grusche, S. (2014b). Spectral synthesis provides two-dimensional videos on a one-dimensional screen with 360°-visibility and mirror-immunity. *Applied Optics*, 53, 674-684. doi: 10.1364/AO.53.000674

Es wird fachlich geklärt, welche wissenschaftlichen Aussagen zu spektral durchstimmbaren Lichtquellen und spektraler Bildkodierung vorliegen, und wo deren Grenzen liegen. Im Anschluss daran wird eine Erfindung vorgestellt, mit der man beliebige Spektralfarben mischen und spektral kodierte Bilder projizieren kann. Der Beleuchtungs- beziehungsweise Abbildungsvorgang wird bildbasiert beschrieben, sowohl qualitativ als auch quantitativ.

Zu Manuskript 13

- Grusche, S. (2015b). Buchbesprechung zu Olaf Müllers ‚Mehr Licht. Goethe mit Newton im Streit um die Farben‘. *MNU journal*, 68, 255.

In dieser Buchrezension wird fachlich geklärt, wie Professor Olaf Müller den entscheidenden Prismenversuch von Isaac Newton darstellt, und inwiefern seine Darstellung richtigzustellen ist.

Zu Manuskript 14

- Grusche, S. (2014a). Basic slit spectroscopy reveals three-dimensional scenes through diagonal slices of hyperspectral cubes. *Applied Optics*, 53, 4594-4603. doi: 10.1364/AO.53.004594

Es wird fachlich geklärt, welche wissenschaftlichen Aussagen zum Spektroskop vorliegen, und wo deren Grenzen liegen. Anschließend wird das Verständnis vom spektroskopischen Abbildungsvorgang erweitert, sowohl durch strahlenbasierte als auch durch bildbasierte Überlegungen. Dadurch ergeben sich zusätzliche Anwendungen des Spektroskops.

6 Manuskripte zum bildbasierten Zugang

Im Folgenden werden die Manuskripte 1 bis 14 präsentiert.

Die Manuskripte 1, 6 und 8-14 werden im Layout des jeweiligen Publikationsmediums gezeigt. Hierfür liegt die explizite Erlaubnis vom jeweiligen Verlag vor (*PhyDid B*, *American Institute of Physics (AIP) Publishing*, *Wiley-VCH Verlag*, *Schneider Verlag Hohengehren*, *Optical Society (OSA) Publishing* beziehungsweise *Verlag Klaus Seeberger*).

Die restlichen Manuskripte (2-5 und 7) dürfen hier—in der öffentlich zugänglichen Version der publikationsbasierten Dissertation—laut Aussagen vom jeweiligen Verlag (*Institute of Physics (IOP) Publishing* beziehungsweise *Taylor & Francis Group*) nur in Form des ‚Accepted Manuscript‘ gezeigt werden. Dementsprechend werden diese Manuskripte im Layout des Autors dargestellt.

(In Kapitel 7 erfolgt die Gesamtdiskussion der Manuskripte.)

Manuskript 1

Didaktik der Physik

Frühjahrstagung – Hannover 2016

Präkonzepte zur Projektion eines unscharfen Bildes mit einer Linse

Sascha Grusche*

*Pädagogische Hochschule Weingarten, Kirchplatz 2, 88250 Weingarten
saschagrusche@gmail.com

Kurzfassung

Die Linsenabbildung gehört zu den Standardthemen des Optikunterrichts. Bei der Entwicklung von Unterrichtskonzepten müssen die Präkonzepte der Lernenden berücksichtigt werden. Präkonzepte zur Linsenabbildung sind bereits mehrfach erhoben worden. Allerdings bezogen sich diese Studien stets auf die Erzeugung eines scharfen Bildes. Der allgemeine und ebenso alltagsrelevante Fall, nämlich die Erzeugung eines unscharfen Bildes, wurde indes vernachlässigt. Um Präkonzepte zur Projektion eines unscharfen Bildes zu erheben, wurden schriftliche und mündliche Befragungen durchgeführt. Die Untersuchungsergebnisse können der Lehrperson als Grundlage dienen, um lernnahen Unterricht zur Linsenabbildung zu planen.

1. Einleitung

Es ist erstaunlich, über welche Vorstellung ein Siebtklässler schon vor dem Unterricht zur Linsenabbildung verfügen kann:

„Wen[n] man beim fotografieren [sic] scharf stellt auf die vordere Person [...] ist die hintere unscharf und so auch andersrum“ (siehe Abschnitt 4).

An solch ein Präkonzept zur Linsenabbildung können wir im Unterricht wunderbar anknüpfen. Nicht immer jedoch stimmen die Präkonzepte der Schüler/innen mit den Vorstellungen der Wissenschaftler/innen überein. Bekannte Präkonzepte tragen wir im Folgenden zusammen.

Schüler/innen deuten die Linse als optisches Element, das die Lichtrichtung ändert, das Licht sammelt oder zerstreut, aus Glas besteht, scharf stellt, heranholt oder auftrennt, beim Sehen hilft, spiegelt, die Lichtenergie erhöht, oder auch die Lichtgeschwindigkeit erhöht [1]. Anfangs nutzen Schüler/innen eine *holistische* Denkfigur [2-5]: Das Bild löst sich vom Gegenstand ab, bewegt sich zur Linse, wird dort umgedreht und geht dann bis zum Schirm. Gemäß dieser Denkfigur entsteht mit einer halben Linse ein halbes Bild [2-5,6-8] und ohne Linse trotzdem ein Bild [2,7,9]. Im Optikunterricht lernen Schüler/innen die wissenschaftliche *Punkt-zu-Punkt*-Denkfigur kennen [3]. Demnach gehen von jedem Gegenstandspunkt Strahlen aus, die hinter oder vor einer Linse im zugehörigen Bildpunkt zusammenlaufen. Nach dem Optikunterricht verfügen viele Schüler/innen über eine *hybride* Denkfigur [2-5,10,11]: Ein Lichtstrahl trägt jeweils einen Bildpunkt vom Gegenstand zum Schirm. Eine halbe Linse lässt nur Strahlen von einer Gegenstandshälfte durch und erzeugt somit ein halbes Bild; die ganze Linse kehrt die Reihenfolge der Strahlen um und

somit auch das Bild [2]. Manche Schüler/innen stellen sich den Strahlengang bei der Linse so ähnlich vor wie bei der einfachen Lochkamera [10]. Viele denken, dass das Bild stets im Brennpunkt entsteht [12]. Wenn Schüler/innen die Konstruktion von Parallel-, Mittelpunkt- und Brennpunktstrahlen kennengelernt haben, fällt es ihnen meist schwer, darin das Brechungsgesetz zu erkennen [9,13] oder damit Bildeigenschaften vorherzusagen [6,7,9]. Zudem deuten sie Strahlen oft als körperliche Dinge, nicht als geometrische Linien, mit denen man die Lichtausbreitung andeutet [5,7]. Bewegt man den Schirm hinter der Linse vor und zurück, erwarten die Schüler/innen, dass das Bild kleiner oder größer wird, aber nicht, dass es unsichtbar oder unscharf wird [2-4,7,11]. Wie die Schüler/innen die Unschärfe erklären, wurde bisher nur nach diesbezüglichem Unterricht erhoben [4].

Obwohl Präkonzepte zur Linsenabbildung seit über drei Jahrzehnten erhoben werden, sind keine Präkonzepte zur unscharfen Linsenabbildung bekannt. Die Erzeugung eines unscharfen Bildes ist jedoch alltagsrelevant und könnte das Verständnis der Linsenabbildung fördern. Deshalb erheben wir Präkonzepte zur unscharfen Linsenabbildung.

2. Gegenstand der Erhebung

Ziel der Erhebung ist es, vorunterrichtliche Vorstellungen von Schüler/innen der 7. Jahrgangsstufe zur unscharfen Linsenabbildung zu erfassen. Vorstellungen sind gedankliche Vorgänge und somit veränderlich [14]. Die Vorstellungen erheben wir gemäß dem Modell der Didaktischen Rekonstruktion [15]. Es geht weniger darum, wie oft eine Vorstellung auftritt, sondern vielmehr darum, welche Arten von Vorstellungen es gibt. Unabhängig davon unterscheidet man Vorstellungen in ihrer Komplexität:

Strukturell einfache *Begriffe* werden in Form von *Konzepten* miteinander verbunden, zusammenhängende Konzepte und Begriffe wiederum bilden eine *Denkfigur* [14].

Da wir eine didaktische Strukturierung des Themas Linsenabbildung in Form eines *bildbasierten Zugangs* [16] anstreben, sind folgende Fragen leitend:

- Welcher *Begriff* liegt dem Wort „Strahl“ zu Grunde?
- Anhand welcher *Konzepte* werden Bilder untereinander und mit Strahlen in Bezug gesetzt?
- In welchen *Denkfiguren* wird die Linsenabbildung vorhergesagt oder nachvollzogen?

3. Methoden der Erhebung

Für einen ersten Überblick über die Präkonzepte wurden 19 *Fragebögen mit offenen und geschlossenen Fragen* zu Linsen (und Prismen) in zwei siebten Klassen ausgeteilt. Ein Teil des Bogens bestand aus den Fragen ‚ZKL‘ und ‚HAL‘ eines bereits erprobten Bogens [8]. Die Schüler/innen hatten 45 Minuten zur Bearbeitung. Drei Bögen blieben unausgefüllt ($N = 16$). Die Schüler/innen hatten im Physikunterricht bereits die Schattenlehre und prismatische Farbzerlegung kennengelernt, aber weder das Strahlenmodell, noch die Linsenabbildung behandelt.

Für einen tieferen Einblick in die Präkonzepte und deren Wandel bei einem bildbasierten Zugang wurden *leitfadengestützte, problemzentrierte Interviews* durchgeführt, vgl. [14]. Das Interview kreiste um zwei Teilversuche zur Linsenabbildung eines Spielzeugautos im Vordergrund und einer Streichholzschachtel im Hintergrund. Im ersten Teil des Versuchs sollten die Schüler vorhersagen, beschreiben und erklären, was auf dem beweglichen Schirm zu sehen ist - nämlich ein teils scharfes, teils unscharfes Bild. Im zweiten Teil sollten sie vorhersagen, beschreiben und erklären, was mit einer Löcherblende an der Linse auf dem Schirm zu sehen ist - nämlich eine Anordnung von Einzelbildern. Bei diesem Vermittlungsexperiment (im Sinne einer Lehrprobe, vgl. [17,18]) lieferte der Versuchsleiter Erklärungsansätze so spät und wenig wie möglich. Drei Interviews (Dauer: 31 min, 45 min, 40 min) wurden auf Nachfrage der Schüler mit je zwei Schülern durchgeführt ($N = 6$) und mit einer Digitalkamera gefilmt.

Die Fragebögen und Videotranskripte wurden gemäß der *didaktischen Version der Qualitativen Inhaltsanalyse* [14,19] ausgewertet. Zusammenhängende individuelle Konzepte wurden einer individuellen Denkfigur zugeordnet. Ähnliche Vorstellungen verschiedener Lernender wurden als verallgemeinerte Vorstellung zusammengefasst [20].

4. Fragebogen-Ergebnisse

Im schriftlichen Teil nannten die Schüler/innen drei Verwendungsmöglichkeiten für die Linse:

- *Größenänderung*: „Verkrosern [sic] oder verkleinern [sic]“, „vergrößern“, „vergrößern [sic]“, „verkroser [sic] um besser zu sehen.“
- *Seh-Instrument*: „Um besser zu sehen“, „Augen“, „sehen“, „durch gucken [sic]“, „für Augen [,] das [sic] man besser sehen kann“, „zum durch kucken [sic].“
- *Kamera-Bestandteil*: „Kamera“, „zum aufnehmen [sic]. (Kamera)“, „Fotos machen“, „fotografieren.“

Bei der Frage, ob zwei räumlich versetzte Kerzen gleichzeitig scharf mit einer Sammellinse abgebildet werden können, wurden insgesamt alle zur Wahl stehenden Antworten angekreuzt: Drei Lernende vertraten die Aussage: „Es gibt eine Schirmposition, bei der beide Kerzen scharf abgebildet werden.“ Vier Lernende kreuzten an: „Es gibt zwei Schirmpositionen, bei denen beide Kerzen scharf abgebildet werden.“ Einer der Schüler erwartete dies, „weil zwei kerzen [sic] auf dem [sic] bild [sic] sind.“ Zwei Lernende nahmen an: „Es gibt unendlich viele Schirmpositionen, bei denen beide Kerzen scharf abgebildet werden.“ Drei Lernende wählten die richtige Antwort: „Es gibt keine Schirmposition, bei der beide Kerzen gleichzeitig scharf abgebildet werden.“ Einer der Schüler lieferte eine exemplarische Begründung: „Wen[n] man beim fotografieren [sic] scharf stellt auf die vordere Person [...], ist die hintere unscharf und so auch andersrum.“

Auch bei der Frage, was bei Abdeckung der oberen Linsenhälfte passiert, wurden insgesamt alle wählbaren Antworten angekreuzt: Zwei Lernende nahmen an: „Das Bild bleibt unverändert.“ Eine Begründung hierfür lautete: „Weil er [der Karton] nur ein[en] teil [sic] verdeckt.“ Vier Lernende vermuteten: „Die untere Bildhälfte verschwindet.“ Begründungen lauteten: „Weil wen[n] man schaut [,] ist die Kerze falsch rum [,] also ist auch die Spitze dan[n] weg“ und „wenn bei der linse [sic] der obere teil [sic] ferdeckt [sic] ist [,] ist es bei dem schirm [sic] anderstrum [sic] (also der untere teil [sic]) [,] weil die kerze [sic] falsch herum ist.“ Zwei Lernende kreuzten an: „Die obere Bildhälfte verschwindet.“ Fünf Lernende wählten die richtige Antwort: „Das ganze Bild ist sichtbar, aber weniger gut ausgeleuchtet.“ Einer der Schüler erwartete dies deshalb, „weil [...] der Kartong [sic] dunkelmacht [sic].“

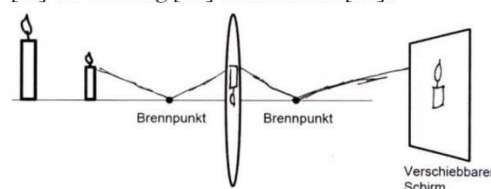


Abb. 1: Individuelle Vorstellung *Positionsabhängige Schärfe*. Ein Schüler nimmt an, dass Strahlen in den Brennpunkten gespiegelt werden und das Bild jeweils umgedreht wird. Er kreuzt an, dass bei *keiner* Schirmposition beide Gegenstände gleichzeitig scharf abgebildet werden.

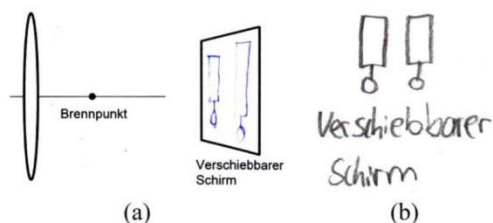


Abb. 2: Verallgemeinerte Vorstellung *Gleichzeitige Schärfe*. (a) *Gegenstandsweiten-unabhängige Schärfe*. Der Schüler zeichnet gegenstandsgemäße Bildgrößen ein und kreuzt an, dass es eine Schirmposition gibt, bei der beide Gegenstände scharf abgebildet werden. (b) *Schirmpositions-unabhängige Schärfe*. Der Schüler zeichnet perspektivgemäße Bildgrößen ein und kreuzt an, dass es unendlich viele Schirmpositionen gibt, bei denen beide Gegenstände scharf abgebildet werden.

In den Zeichnungen erkennen wir die Vorstellungen *Positionsabhängige Schärfe* (Abb. 1), *Gegenstandsweiten-unabhängige Schärfe* (Abb. 2(a)) und *Schirmpositions-unabhängige Schärfe* (Abb. 2(b)).

Diesen Vorstellungen liegen unterschiedliche Begriffe vom **Lichtstrahl** zu Grunde:

- **Lichtgebilde:** „Ein Strahl [,] wo [sic] aus Licht besteht“, „Einnen [sic] Licht [sic] aus Licht“, „Ein Strahl aus Licht“, „Ein strahl [sic] aus UV-teilen [sic]“, „Ein langer gebündelter heller Strahl.“
- **Lichtbestandteil:** „Das[s] den [sic] ein Strahl ist vom Licht wo [sic] jetzt z.B. aufs Buch fällt.“

5. Interview-Ergebnisse

Vorhersagebezogene Konzepte (vor einem Teilversuch) beschreiben wir im **Futur**. Nachvollziehende Konzepte (nach einem Teilversuch), sowie Denkfiguren, beschreiben wir im **Präsens**. Je nachdem, wie die Schüler die Angemessenheit einschätzen, versehen wir die Konzepte mit Symbolen, vgl. [14]:

- Vertretene Vorstellung
- ? Zweifelbehaftete Vorstellung
- Δ Abgelehnte Vorstellung
- ▽ Vertretene, aber später verworfene Vorstellung

Zwecks Anonymität wurden die Namen geändert.

5.1. Einzelstrukturierung Johann

Bei Johann findet man die Denkfiguren *Abstands-Abhängigkeit* (Tab. 1), *Bild-Zersetzung* (Tab. 2) und *Überstrahlung* (Tab. 3 und Abb. 3). Zum Betrachten des fertigen Linsenabbildes braucht man keine Lichtstrahlen.

Die Unschärfe ist abstandsabhängig.

- **Unterschiedliche Schärfe:** Wenn einer der Gegenstände scharf ist, ist der andere verschwommen.
- **Gegenstandsweiten-Abhängigkeit:** Die unterschiedliche Schärfe beruht auf unterschiedlichen Abständen zwischen Gegenstand und Linse.

Tab. 1: Johanns Denkfigur *Abstands-Abhängigkeit*.

Versetzte Einzelbilder bilden ein zersetztes Bild.

- **Bild-erzeugende Löcher:** Mit der Löcherblende werden mehrere Einzelbilder erzeugt werden.
- ▽ **Bild-beschneidende Löcher:** Die Einzelbilder werden jeweils andere Abschnitte der Gegenstände zeigen.
- **Unterschiedlich helle Einzelbilder:** Die Einzelbilder sind unterschiedlich hell.
- **Unterschiedlich scharfe Einzelbilder:** Die Einzelbilder sind unterschiedlich scharf.
- **Unterschiedliche Bildkomposition:** In den Einzelbildern sind die Gegenstände unterschiedlich angeordnet.
- **Einzelbilder-Verschiebung:** Verschiebt man den Schirm, verschieben sich die Einzelbilder.
- **Unterschiedliche Bilderzahl:** An einer bestimmten Schirmposition sieht man den einen Gegenstand einmal und den anderen mehrfach.
- **Zersetztes Bild:** Wenn mit Löcherblende ein zersetztes Bild zu sehen ist, wird bei offener Linse ein unscharfes Bild entstehen.
- **Ausgedehnteres Gesamtbild:** Das unscharfe Gesamtbild nimmt mehr Raum ein als die beobachteten Einzelbilder.
- **Helleres Gesamtbild:** Das Gesamtbild ist heller als die Einzelbilder.

Tab. 2: Johanns Denkfigur *Bild-Zersetzung*.

Überstrahlung macht das Bild unscharf.

- **Beleuchtende Strahlen:** Die Strahlen von der Lampe beleuchten die Gegenstände.
- **Bild-hinterlassende Strahlen:** Die Strahlen vom Gegenstand legen ein Bild auf den Schirm.
- **Spontane Sicht:** Das Bild ist auch ohne Licht zwischen Schirm und Auge sichtbar.
- **Strahlenversatzbedingte Unschärfe:** Versetzt auftreffende Strahlen ergeben ein unscharfes Bild.
- **Überstrahlungsbedingte Unschärfe:** Übermäßige Bestrahlung führt zu Unschärfe.

Tab. 3: Johanns Denkfigur *Überstrahlung*.

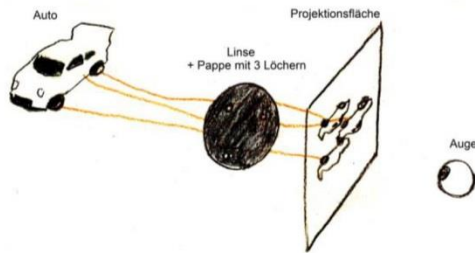


Abb. 3: Johann zeichnet Strahlen gemäß seinem Konzept *Bild-hinterlassende Strahlen* in die Vorlage. (Handschrift wurde hier nachträglich durch digitale Schrift ersetzt.)

5.2. Einzelstrukturierung Isaac

Isaac nutzt die Denkfiguren *Unpassender Strahlengang* (Tab. 4, Abb. 4) und *Bilder-Trennung* (Tab. 5). Damit bewegt er sich größtenteils in wissenschaftlichen Denkfiguren. Dementsprechend ist seine Strahlenzeichnung (Abb. 5) fachlich einwandfrei.

Unpassende Strahlen erzeugen Unschärfe.

- **Ausgebreitete Strahlen:** Unschärfe entsteht, da die Strahlen von einem Gegenstandspunkt sich ausbreiten und nicht auf einen Punkt gehen.
- **Zusätzliche Strahlen:** Entfernt man die Löcherblende, gehen zusätzlich Strahlen von anderen Gegenständen durch die Linse.
- **Verdrängte Strahlen:** Ein Gegenstand erscheint unscharf, wenn dessen Strahlen durch Strahlen anderer Gegenstände verdrängt werden.

Tab. 4: Isaacs Denkfigur *Unpassender Strahlengang*.



Abb. 4: Isaac zeigt mit auseinander gehenden Händen, wie Unschärfe entsteht, „wenn die Strahlen dann vorbei gehen.“

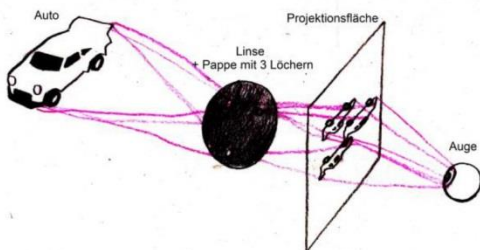


Abb. 5: Isaac zeichnet Strahlen gemäß seiner Denkfigur *Unpassender Strahlengang* in die Vorlage. (Handschrift wurde hier nachträglich durch digitale Schrift ersetzt.)

Getrennte Einzelbilder ergeben Unschärfe.

- **Bild-erzeugende Löcher:** Mit der Löcherblende werden mehrere Einzelbilder erzeugt werden.
- ▽ **Bild-begrenzende Löcher:** Die Einzelbilder werden jeweils andere Ausschnitte der Gegenstände zeigen.
- **Löchergemäße Anordnung:** Die Einzelbilder sind angeordnet wie die Löcher.
- **Betrachtungsrichtungs-Abhängigkeit:** Je nach Betrachtungsrichtung wirken die Einzelbilder auf dem Schirm anders.
- **Unterschiedlich helle Einzelbilder:** Die Einzelbilder sind unterschiedlich hell.
- **Unterschiedlich scharfe Einzelbilder:** Die Einzelbilder sind unterschiedlich scharf.
- **Getrennte Einzelbilder:** Bewegt man den Schirm zur Linse, trennen sich die Einzelbilder.
- **Veränderliche Bildgröße:** Bewegt man den Schirm zur Linse, werden die Einzelbilder kleiner.
- **Unterschiedliche Bildkomposition:** Die Einzelbilder unterscheiden sich in der Anordnung der Gegenstände.
- **Trennungsbedingte Unschärfe:** Die teilweise getrennten Einzelbilder wirken zusammen betrachtet unscharf.
- **Scheinbare Bewegung:** Wechselt man von den getrennten Einzelbildern zum Gesamtbild, scheint der Gegenstand zu rutschen und auseinander gezogen zu werden.

Tab. 5: Isaacs Denkfigur *Bilder-Trennung*.

Isaac möchte den Abbildungsvorgang anhand *mechanistischer Strahlen* erklären. Sie werden an Gegenständen gestreut und erzeugen nach Durchgang durch die Linse ein Bild auf dem Schirm. Zur Betrachtung des Bildes müssen Strahlen vom Schirm ins Auge gestreut werden.

5.3. Einzelstrukturierung Flavio

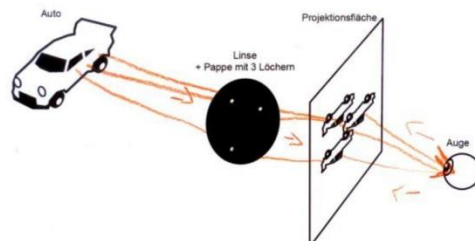


Abb. 6: Flavio zeichnet Strahlen gemäß seiner Denkfigur *Verstärkter Strahlengang* in die Vorlage.

Flavio nutzt die Denkfiguren *Scharfe Abbildung* (Tab. 6), *Licht-Überfluss* (Tab. 7), *Abstands-Einfluss* (Tab. 8), *Unterschiedliche Abbildungen* (Tab. 9) und *Verstärkter Strahlengang* (Tab. 10 und Abb. 6).

Optische Elemente erzeugen stets scharfe Bilder.

- ▽ **Gleichzeitige Schärfe:** Die Linse wird alle Gegenstände gleichzeitig scharf abbilden.
- ▽ **Scharf abbildende Löcherblende:** Die Löcherblende wird ein scharfes Bild erzeugen.

Tab. 6: Flavios Denkfigur *Scharfe Abbildung*.

Zu viel Licht macht das Bild unscharf.

- **Unschärfebedingende Lichtverhältnisse:** Unschärfe ist durch die Lichtverhältnisse bedingt.
- **Überschussbedingte Unschärfe:** Unschärfe entsteht, da zu viel Licht durch die Linse geht.

Tab. 7: Flavios Denkfigur *Licht-Überfluss*.

Abstände beeinflussen die Unschärfe.

- **Linsennahe Unschärfe:** Je näher der Schirm an der Linse ist, desto unschärfer ist das Bild.
- **Entfernungsabhängige Unschärfe:** Unterschiedlich entfernte Gegenstände kann man nicht gleichzeitig scharf abbilden.
- **Ausgezeichneter Bildort:** Das Bild eines Gegenstands ist nur an einem Schirm-Ort scharf.

Tab. 8: Flavios Denkfigur *Abstands-Einfluss*.

Löcher an der Linse ergeben verschiedene Bilder.

- **Mehrfache Einzelbilder:** Mit Löchern sieht man nah an der Linse alles mehrfach.
- **Unschärfe Einzelbilder:** Weiter weg von der Linse wirken die Einzelbilder etwas unschärfer.
- **Einzelbilder-Verschiebung:** Verschiebt man den Schirm, verschieben sich die Einzelbilder.
- **Betrachterabhängige Bilderzahl:** Die Zahl der Einzelbilder schwankt mit der Kopfposition.
- **Unterschiedliche Bildkomposition:** Die Einzelbilder zeigen verschiedene Objektanordnungen.
- **Kopfstehende Einzelbilder:** Die Einzelbilder sind verkehrt herum.
- **Aufrechte Loch-Aussicht:** Vom Loch aus sieht man das Motiv aufrecht.
- **Löcher gemäße Bilder-Anordnung:** Die Einzelbilder sind so angeordnet wie die Löcher.

Tab. 9: Flavios Denkfigur *Unterschiedliche Abbildungen*.

Sehstrahlen verstärken die augwärtigen Strahlen.

- **Beleuchtende Strahlen:** Strahlen gehen von der Lichtquelle auf den Gegenstand.
- **Bilderzeugende Strahlen:** Vom beleuchteten Gegenstand abprallende Strahlen gehen durch die Löcher und erzeugen so die Einzelbilder.
- **Augwärtige Strahlen:** Strahlen gehen vom Bild ins Auge.
- **Verstärkende Strahlen:** Vom Auge kommen Strahlen, die das Bild besser sichtbar machen.

Tab. 10: Flavios Denkfigur *Verstärkter Strahlengang*.

5.4. Einzelstrukturierung Adam

Bei Adam erkennen wir die Denkfiguren *Geometriebedingte Unschärfe* (Tab. 11), *Bilder-Überlagerung* (Tab. 12) und *Zweiseitiger Strahlengang* (Tab. 13 und Abb. 7). Dass Strahlen vom Auge ausgehen, begründet er so:

Adam: Weil, wenn's nur -- von da (zeigt aufs Auto) kommen tät', dann tät' man ja nichts sehen, also muss ja auch was vom Auge kommen. [...]

Interviewer: Also, wenn nichts vom Auge kommen würde, würden wir nicht sehen, meinst du. [...]

Adam: Schon was sehen, aber halt nicht so, wie wir jetzt sehen.

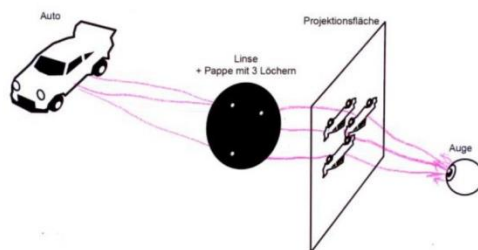


Abb. 7: Adam zeichnet Strahlen gemäß seiner Denkfigur *Zweiseitiger Strahlengang* in die Vorlage.

Die Aufbaugeometrie bedingt die Unschärfe.

- ▽ **Gleichzeitige Schärfe:** Man wird alle Gegenstände gleichzeitig scharf abbilden können.
- **Nähebedingte Unschärfe:** Unschärfe entsteht, wenn der Gegenstand zu nah an der Linse ist.
- **Entfernungs-Entsprechungen:** Je weiter der Gegenstand von der Linse entfernt ist, desto näher ist das scharfe Bild an der Linse.
- **Linsengrößenbedingte Unschärfe:** Unschärfe entsteht, weil die Linsenöffnung zu groß ist.

Tab. 11: Adams Denkfigur *Geometriebedingte Unschärfe*.

Unterschiedliche Bilder überlagern sich.

- **Löcherbedingte Verschlechterung:** Mit Löchern vor der Linse wird man etwas Unscharfes und Dunkles sehen.
- **Unscharfe Einzelbilder:** Nah an der Linse sind die Einzelbilder leicht unscharf.
- **Unterschiedliche Bilderzahl:** Sieht man den einen Gegenstand einfach, sieht man den anderen mehrfach.
- **Löchergemäße Bilder-Anordnung:** Die Einzelbilder sind wie die Löcher angeordnet.
- **Kopfstehende Einzelbilder:** Die Einzelbilder sind verkehrt herum.
- **Unterschiedliche Bildkomposition:** Die Einzelbilder unterscheiden sich in der Anordnung der Gegenstände.
- **Schirmloses Bild:** Ohne Schirm und Löcher sieht man durch die Linse das gleiche Motiv.
- **Unterschiedliche Blickrichtungen:** Unterschiedliche Einzelbilder entsprechen unterschiedlichen Blickrichtungen.
- **Schärfegemäßer Blickpunkt:** Der Blickpunkt ist der Betrachter-Ort für eine scharfe Ansicht.
- **Projektionsgemäße Aussicht:** Die Loch-Aussicht entspricht dem projizierten Einzelbild.
- **Bildversatzbedingte Unschärfe:** Versetzte Einzelbilder ergeben ein unscharfes Bild.

Tab. 12: Adams Denkfigur *Bilder-Überlagerung*.

Strahlen kommen vom und zum Auge.

- **Objekt-erfassende Strahlen:** Strahlen gehen vom Auge zu den Bildern und von dort durch die Löcher zum Gegenstand.
- **Bild-vermittelnde Strahlen:** Strahlen gehen vom Gegenstand durch die Löcher zu den Bildern und von dort zum Auge.

Tab. 13: Adams Denkfigur *Zweiseitiger Strahlengang*.

5.5. Einzelstrukturierung Oliver



Abb. 8: Oliver schaut durch ein kleines Loch zwischen seinen Fingern, um vorherzusagen, was mit einer Löcherblende an der Linse auf den Schirm projiziert wird. Hierbei bildet er das Konzept *Eingeschränkte Lochaussicht*.

Bei Oliver finden wir die Denkfiguren *Kamera-Analogismus* (Tab. 14), *Auge-Analogismus* (Tab. 15 und Abb. 8), *Bilder-Überlagerung* (Tab. 16), *Spektren-Analogismus* (Tab. 17) und *Beidseitiger Strahlengang* (Tab. 18).

Linse und Schirm ähneln einer Kamera.

- ▽ **Gleichzeitige Schärfe:** Man wird alle Gegenstände gleichzeitig scharf abbilden können.
- **Teilweise Schärfe:** Man kann jeweils nur einen Gegenstand scharf stellen.
- **Kamera-Zoom:** Die Linse und der Schirm sind wie eine Kamera, mit der man ranzoomen kann.
- **Nähebedingte Unschärfe:** Geht man zu nah an den Gegenstand, kann man ihn nicht gut sehen.

Tab. 14: Olivers Denkfigur *Kamera-Analogismus*.

Linse und Schirm ähneln dem Auge.

- **Augen-Analogie:** Linse und Schirm sind wie ein Auge, nur, dass der Schirm verschiebbar ist.
- **Umgekehrtes Bild:** Das Bild ist umgekehrt.
- ▽ **Eingeschränkte Lochaussicht:** Durch ein kleines Loch wird man nur Nahes scharf sehen.

Tab. 15: Olivers Denkfigur *Auge-Analogismus*.

Unterschiedliche Bilder überlagern sich.

- **Löchergemäße Bilderzahl:** Mit drei Löchern kann man drei Autos und drei Schachteln sehen.
- **Unterschiedliche Bildkomposition:** Die Einzelbilder zeigen unterschiedlichen Versatz zwischen den Gegenständen.
- ▽ **Lochgrößenbedingte Bildkomposition:** Die Bildkomposition hängt von der Lochgröße ab.
- **Lochpositionsbedingte Bildkomposition:** Die Bildkomposition hängt vom Ort des Lochs ab.
- **Löchergemäße Bilderanordnung:** Die Einzelbilder sind wie die Löcher angeordnet.
- **Blickpunkt am Loch:** Um das gleiche Motiv ohne Schirm sehen zu können, wird man vom Ort des Lochs aus schauen müssen.
- ▽ **Löchergemäße Linsenabbildung:** Nimmt man die Löcherblende von der Linse weg, wird man dieselben Einzelbilder sehen.
- **Abstandsabhängige Unschärfe:** Sieht man den einen Gegenstand nur einmal, wird man den anderen verschwommen sehen.
- **Bilderzahlbedingte Unschärfe:** Erscheint ein Gegenstand mit Löcherblende an der Linse mehrfach, wird er ohne Blende unscharf wirken.

Tab. 16: Olivers Denkfigur *Bilder-Überlagerung*.

Die Unschärfe entsteht wie beim Spektrum.

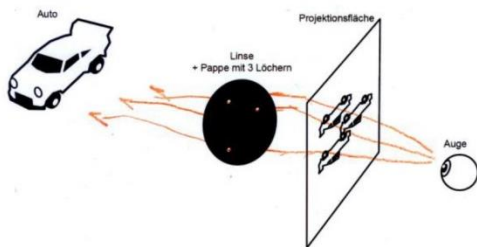
- **Spektren-Analogie:** Das unscharfe Bild ist so ähnlich wie ein Spektrum.
- **Mischungsbedingte Unschärfe:** Das Bild ist unscharf, weil die Linse die Farben vermischt.

Tab. 17: Olivers Denkfigur *Spektren-Analogismus*.**Strahlen kommen vom und zum Gegenstand.**

- **Objekt-erfassende Strahlen:** Strahlen gehen vom Auge zu den Einzelbildern und durch die Löcher geradeaus zum Auto.
- **Bild-erzeugende Strahlen:** Strahlen gehen von den Löchern zum Schirm und erzeugen Einzelbilder vom Gegenstand.

Tab. 18: Olivers Denkfigur *Beidseitiger Strahlengang*.

Nachdem er *Objekt-erfassende Strahlen* in die Vorlage eingezeichnet hat (Abb. 9), erläutert er sein Konzept *Bild-erzeugende Strahlen* (Tab. 18).

Abb. 9: Oliver zeichnet Strahlen gemäß seinem Konzept *Objekt-erfassende Strahlen* in die Vorlage.**5.6. Einzelstrukturierung René****Die Linse verhält sich wie das Auge.**

- **Unterschiedliche Schärfe:** Man wird nicht alle Gegenstände scharf abbilden können.
- **Wahrnehmende Linse:** Unschärfe wird entstehen, da die Linse manches falsch wahrnimmt.
- **Nähebedingte Unschärfe:** Zu nah befindliche Gegenstände werden unscharf erscheinen.
- **Augenartige Anpassung:** Die Linse muss sich wie ein Auge auf den Gegenstand einstellen.
- **Überforderte Linse:** Ist der Gegenstand zu nah, ist die Linse überfordert.
- **Konzentrierte Linse:** Die Linse konzentriert sich auf einen Gegenstand.
- **Umgekehrtes Bild:** Das Bild ist verkehrt herum.
- **Verdunkelndes Loch:** Eine Löcherblende an der Linse wird das Bild verdunkeln, ähnlich wie beim Blick durch ein kleines Loch.

Tab. 19: René's Denkfigur *Auge-Analogismus*.

Renés Äußerungen deuten auf die Denkfiguren *Auge-Analogismus* (Tab. 19), *Geometrie-Abhängigkeit* (Tab. 20), *Mehrfache Darstellung* (Tab. 21) und *Ansichten-Vermittlung* (Tab. 22 und Abb. 10). Während er die Unschärfe anhand der Einzelbilder erklären soll, möchte er verstehen, wie diese entstehen.

Die Unschärfe liegt an der Aufbaugeometrie.

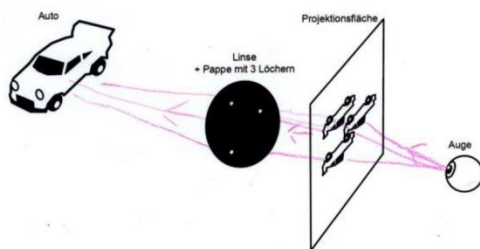
- **Entfernungsabhängige Unschärfe:** Die unterschiedliche Schärfe entsteht durch unterschiedliche Distanz der Gegenstände.
- **Schirmortsabhängige Schärfe:** Man kann auf beliebige Gegenstände scharf stellen, indem man den Schirm verschiebt.
- ▽ **Aufgeteilte Scharfstellung:** Mit der Löcherblende werden die Gegenstände gleich scharf erscheinen, weil jedes Loch für eine andere Distanz zuständig sein wird.
- ▽ **Höhengemäße Teil-Abbildung:** Das obere Loch wird den oberen Gegenstand abbilden, das untere Loch den unteren.
- **Höhengemäße Voll-Abbildung:** Jedes Loch bildet alle Gegenstände scharf ab, aber auf unterschiedlicher Höhe.

Tab. 20: René's Denkfigur *Geometrie-Abhängigkeit*.**Unschärfe kommt durch mehrfache Darstellung.**

- **Unterschiedliche Bilderzahl:** Je nach Schirmposition sieht man mit Löchern den Gegenstand einfach oder mehrfach.
- ▽ **Unterschiedlich große Einzelbilder:** Die Einzelbilder sind unterschiedlich groß.
- **Unterschiedlich helle Einzelbilder:** Die Einzelbilder sind unterschiedlich hell.
- **Unterschiedliche Bildkomposition:** Die Einzelbilder unterscheiden sich in den Abständen zwischen den dargestellten Gegenständen.
- **Unterschiedliche Blickrichtungen:** Jedes Einzelbild entspricht einer anderen Blickrichtung.
- **Linsennahe Blickpunkte:** Der jeweilige Blickpunkt liegt bei der Linse.
- **Bilderzahlbedingte Unschärfe:** Erscheint ein Gegenstand mit Löcherblende an der Linse mehrfach, wird er ohne Blende unscharf wirken.
- **Versatzbedingte Unschärfe:** Die versetzten Einzelbilder wirken insgesamt verschwommen.
- **Unschärfebedingte Unsichtbarkeit:** Wenn ein Gegenstand sehr unscharf dargestellt wird, sieht man ihn nicht.

Tab. 21: René's Denkfigur *Mehrfache Darstellung*.

| Strahlen vermitteln mehrere Ansichten. | |
|--|--|
| ▽ | Sprunghafter Strahlengang: Strahlen gehen vom Auge durch die Löcher zum Gegenstand und dann zu den Einzelbildern. |
| • | Durchgängige Sehstrahlen: Strahlen gehen vom Auge durch den Schirm zu den Löchern und dann zum Gegenstand. |

Tab. 22: René's Denkfigur *Ansichten-Vermittlung*.Abb. 10: René zeichnet Strahlen gemäß seinem Konzept *Durchgängige Sehstrahlen*.

6. Verallgemeinerte Vorstellungen

Im Folgenden verallgemeinern wir die Ergebnisse der Fragebögen und Interviews gemäß wesentlichen thematischen Gesichtspunkten.

6.1. Verallgemeinerte Begriffe

Zum Wort „Strahl“

- Lichtgebilde:** Ein Strahl ist ein Gebilde aus Licht (vgl. ‚Wasser-Strahl‘. Hingegen Englisch: ‚Water jet‘, ‚Französisch: ‚jet d’eau‘).
- Lichtbestandteil:** Ein Strahl ist ein Bestandteil des Lichts (ähnlich wie Newtons Begriff).

6.2. Verallgemeinerte Konzepte

Zu Bedingungen der Unschärfe

- Gegenstandsweiten-bedingte Unschärfe:** Ein projiziertes Linsenabbild ist unscharf, es sei denn, der Gegenstand ist an der richtigen Stelle.
- Schirmpositions-bedingte Unschärfe:** Ein projiziertes Linsenabbild ist immer unscharf, es sei denn, der Schirm steht an der passenden Stelle.
- Linsegrößenbedingte Unschärfe:** Je größer die Linse, desto unschärfer kann das Bild sein.
- Mischungsbedingte Unschärfe:** Die Linse vermischt das Licht vom Gegenstand.
- Bilderversatzbedingte Unschärfe:** Versetzte Einzelbilder von verschiedenen Punkten der Linse ergeben ein unscharfes Gesamtbild.
- Überflussbedingte Unschärfe:** Zu viel Licht macht das Bild unscharf.
- Strahlenversatzbedingte Unschärfe:** Ein Bild ist immer unscharf, es sei denn, die Strahlen von einem Gegenstandspunkt laufen wieder in einem Punkt zusammen.

Zu den löcherbedingten Einzelbildern

- Unterschiedlich helle Einzelbilder:** Die Einzelbilder sind unterschiedlich hell.
- Unterschiedlich scharfe Einzelbilder:** Die Einzelbilder sind unterschiedlich scharf.
- Unterschiedlich komponierte Einzelbilder:** Die Einzelbilder unterscheiden sich in der scheinbaren Anordnung der Gegenstände.
- Blickrichtungsgemäße Einzelbilder:** Die Einzelbilder entsprechen verschiedenen Blickrichtungen.
- Blickpunktgemäße Einzelbilder:** Die Einzelbilder entsprechen der Aussicht vom jeweiligen Punkt an der Linse aus.

Zum Betrachten des Schirms

- Extramission:** Licht kommt aus dem Auge.
- Intromission:** Licht geht in das Auge.
- Spontane Sicht:** Das Bild ist auch ohne Licht zwischen Auge und Schirm sichtbar.

6.3. Verallgemeinerte Denkfiguren

Zur Abbildung mit einer Konvexlinse

- Holistischer Auge-Analogismus:** Die Linsenabbildung funktioniert ähnlich wie das Sehen eines Gegenstandes.
- Holistischer Kamera-Analogismus:** Die Linsenabbildung funktioniert ähnlich wie das Fotografieren oder Filmen eines Gegenstands.
- Holistische Bilder-Überlagerung:** Die Linsenabbildung beruht auf einer Überlagerung von Einzelbildern des Gegenstands.
- Licht-Ablenkung:** Die Linsenabbildung beruht auf einer Ablenkung von Licht zwischen Gegenstand und Schirm.

7. Diskussion

Anhand von schriftlichen und mündlichen Befragungen haben wir Präkonzepte zur Linsenabbildung bei Schüler/innen zweier siebter Klassen erhoben. Hierbei haben wir bereits bekannte Schülervorstellungen [1-13] wiedererkannt. Darüber hinaus haben wir Präkonzepte zur Unschärfe herausgearbeitet und deren Wandel bei einem bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung [16] nachvollzogen.

In den Vermittlungsexperimenten haben wir wertvolle Erfahrungen für den Optikunterricht gemacht. Erstens idealisierten die Schüler die Einzelbilder noch nicht als gleich scharfe, gleich helle Bilder - sie wussten noch nicht, dass die Helligkeit des transluzenten Schirms von der Blickrichtung abhängt und verglichen vielmehr die Einzelbilder miteinander als mit dem Gesamtbild. Zweitens erkannten sie zwar gefühlsmäßig den Zusammenhang zwischen den Einzelbildern und dem Gesamtbild, suchten aber darüber hinaus nach Erklärungen im Sinne eines mechanistischen Strahlenbegriffs. Drittens bildeten die Schüler mehrere Denkfiguren aus, aber verbanden sie noch kaum. Allerdings ist es bemerkenswert, dass sie diese Denkfiguren ausformulieren konnten.

kenswert, wie beweglich die Schüler im Denken waren, und zwar innerhalb der kurzen Interviewzeit.

Ähnlich wie in anderen Erhebungen [5,7] zeichneten viele unserer Schüler den Strahlenverlauf nahezu parallel zur optischen Achse ein. Außer bei Isaac (Abb. 5) wird noch kein klarer Bezug zwischen Bild- und Gegenstandspunkten hergestellt, die Strahlen deuten vielmehr eine holistische Beziehung zwischen Bild und Gegenstand an, vgl. [2,5,11].

An den Ergebnissen ist erkennbar, dass Vorstellungen zur Linsenabbildung eng mit Vorstellungen zum Sehen verbunden sind. Deshalb tragen wir in Tab. 23 und Tab. 24 physikbezogene Schülervorstellungen zum Sehen nach Gropengießer [14] zusammen. Seine Kategorie der *Extrospektion* innerhalb der Denkfigur *Evidenz* (Tab. 23) schließt das von uns erhobene Konzept *Extramission* ein, vgl. [21]. Innerhalb der Denkfigur *Instruktion* (Tab. 24) finden wir Konzepte wieder, die sich unseren holistischen Denkfiguren (Abschnitt 6.3) zuordnen lassen.

| Wenn man auf etwas schaut, sieht man es. | |
|--|--|
| a) | Extrospektion: Der Blick geht zum Gegenstand. |
| b) | Lichtbedarf: Man braucht zum Sehen Licht. |

Tab. 23: Verallgemeinerte Denkfigur *Evidenz*, in Anlehnung an [14].

| Beim Sehen unterrichtet das Objekt das Subjekt. | |
|---|--|
| a) | Holistische Strahlen: Strahlen vom ganzen Gegenstand treffen auf das Auge. |
| b) | Instruktive Eidola: Bilder vom Gegenstand gehen ins Auge. |
| c) | Holistisches Bild: Die Augenlinse erzeugt aus Strahlen vom Gegenstand ein ganzes Bild auf der Netzhaut. |

Tab. 24: Verallgemeinerte Denkfigur *Instruktion*, in Anlehnung an [14].

Darüber hinaus haben wir bei Johann (vgl. Abb. 3 und Tab. 3) das Konzept *Spontaneous Vision* [2] wiedergefunden und es hier als *Spontane Sicht* bezeichnet. Angesichts der Denkfigur *Auge-Analogismus* (Abschnitt 6.3) ist die typische Fehlvorstellung zu beachten, dass nur die Augenlinse für die Lichtbrechung Sorge [22].

Ein Großteil der Erhebung von Vorstellungen beruht auf Deutungen der Lernenden-Aussagen. Daher sind die Ergebnisse nicht objektiv. Sie sind verfahrensgemäß subjektiv und können höchstens intersubjektiv überprüft werden. Um jedoch die Güte der Ergebnisse zu sichern, haben wir Maßnahmen ergriffen, die die *Auswahlgültigkeit*, *korrelative Gültigkeit* und die *Verfahrensgültigkeit* gewährleisten, vgl. [14]. Im Sinne der *Auswahlgültigkeit* haben wir gewöhnliche Schüler/innen der betreffenden Jahrgangsstufe befragt. Im Sinne der *korrelativen Gültigkeit* haben wir die Ergebnisse im Abgleich mit bekannten Schülervorstellungen und mit histori-

schen sowie aktuellen Vorstellungen von Wissenschaftlern erarbeitet. Im Sinne der *Verfahrensgültigkeit* haben wir bei den Interviews eine wertschätzende Situation geschaffen, verschiedene Fragezugänge sowie verschiedene Darstellungsebenen genutzt, die Qualitative Inhaltsanalyse in ihrer didaktischen Version Schritt für Schritt abgearbeitet, die Schritte dokumentiert und unsere Deutungen der Lernenden-Äußerungen auf Begründungen gestützt.

Trotzdem haben wir nur eine von vielen möglichen Darstellungen der Konzepte und Denkfiguren erarbeitet. Dies liegt zum einen an der Zielabhängigkeit und zum anderen an der Offenheit des Auswertungsverfahrens. Wir haben die Vorstellungen vor allem in Hinblick auf einen bildbasierten Zugang ausgewertet. Bei der Verallgemeinerung der Vorstellungen besteht eine große Unsicherheit, weil dieser Schritt in bisherigen Arbeiten zur Didaktischen Rekonstruktion weder konstruktivistisch gerechtfertigt noch methodologisch erläutert wurde.

8. Ausblick

Die Liste verallgemeinerter Vorstellungen zur unscharfen Linsenabbildung ist für drei Zwecke vorgesehen: Erstens kann sie bei weiteren qualitativen oder quantitativen Untersuchungen von Schülervorstellungen als Orientierung genutzt werden. Zweitens kann sie zum wechselseitigen Vergleich mit fachlichen Vorstellungen herangezogen werden. Drittens kann sie dazu dienen, schülergerechten Optikunterricht zu gestalten.

9. Danksagung

Die Lehrerin Eva Drescher hat die Fragebögen ausfüllen lassen und zusammen mit dem Klassenlehrer Karsten Maluck Zeit und Raum für die Schülerinterviews zur Verfügung gestellt. Dafür bedanke ich mich sehr herzlich. Zudem danke ich den Schüler/innen der Gesamtschule Bergatreute, die an den Befragungen teilgenommen haben. Bei Prof. Dr. Florian Theilmann bedanke ich mich für Diskussionen und seine Durchsicht des Manuskripts. Prof. Dr. Harald Gropengießer danke ich für die Antworten auf meine Fragen zur Verallgemeinerung. Prof. Dr. Dr. Hartmut Wiesner danke ich für die Zusendung seines Artikels [21]. Ich bedanke mich bei Dipl.-Ing. Helmuth Grötzebach für die Begutachtung. Für das Korrekturlesen danke ich Henriette Bast.

10. Literatur

- [1] Palacios, F. Javier Perales; Cazorla, Francisco Nievas; Madrid, Agustin Cervantes (1989): Misconceptions on geometric optics and their association with relevant educational variables. In: Int. J. Sci. Educ. 11, 3, S. 273-286
- [2] Galili, Igal; Hazan, Amnon (2000): The influence of an historically oriented course on students' content knowledge in optics evaluated by means of facets-schemes analysis. In: Phys. Educ. Res., Am. J. Phys. Suppl. 68, 7, S. 3-15

- [3] Galili, Igal (1996): Students' conceptual change in geometrical optics. In: *Int. J. Sci. Educ.* 18, 7, S. 847-868
- [4] Tao, Ping-Kee (2000): Computer supported collaborative physics learning: developing understanding of image formation by lenses. In: *Research Colloquium 2000: ICT supported teaching and learning*, Hong Kong, China, 8-9 June 2000, S. 1-24
- [5] Hubber, Peter (2005): Explorations of Year 10 students' conceptual change during instruction. In: *Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching* 6, 1, S. 1-27
- [6] Wiesner, Hartmut (1995): Physikunterricht - an Schülervorstellungen und Lernschwierigkeiten orientiert. In: *Unterrichtswissenschaft* 23, 2, S. 127-145
- [7] Goldberg, Fred M.; McDermott, Lillian C. (1987): An investigation of student understanding of the real image formed by a converging lens or concave mirror. In: *Am. J. Phys.* 55, 2, S. 108-119
- [8] Glantschnig, Sebastian (2013): Testitem-Entwicklung zu Schülervorstellungen zu Brechung und Linsen. Diplomarbeit, Universität Wien
- [9] Fetherstonhaugh, Anthony; Happs, John; Trea-gust, David (1987): Student misconceptions about light: a comparative study of prevalent views found in Western Australia, France, New Zealand, Sweden and the United States. In: *Res. Sci. Educ.* 17, S. 156-164
- [10] Galili, Igal; Hazan, Amnon (2000): Learners' knowledge in optics: interpretation, structure and analysis. In: *Int. J. Sci. Educ.* 22, 1, S. 57-88
- [11] Galili, Igal; Bendall, Sharon; Goldberg, Fred (1993): The effects of prior knowledge and instruction on understanding image formation. In: *J. Res. Sci. Teach.* 30, 3, S. 271-301
- [12] Pompea, Stephen M.; Dokter, Erin F.; Walker, Constance E.; Sparks, Robert T. (2007): Using misconceptions research in the design of optics instructional materials and teacher professional development programs. In: *Tenth International Topical Meeting on Education and Training in Optics and Photonics*. International Society for Optics and Photonics, 2015, S. 966515.1-1966515.8
- [13] Aydin, Suleyman; Ural Keles, Pinar; Hasiloglu, M. Akif (2012): Establishment for misconceptions that science teacher candidates have about geometric optics. In: *The online journal of new horizons in education* 2, 3, S. 7-15
- [14] Gropengießer, Harald (2007): *Didaktische Rekonstruktion des Sehens: Wissenschaftliche Theorien und die Sicht der Schüler in der Perspektive der Vermittlung*. Nachdruck der 2. überarbeiteten Auflage. Oldenburg: Didaktisches Zentrum
- [15] Kattmann, Ulrich; Duit, Reinders; Gropengießer, Harald; Komorek, Michael (1997): Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion – Ein Rahmen für naturwissenschaftsdidaktische Forschung und Entwicklung. In: *ZfDN* 3, 3, S. 3-18
- [16] Grusche, Sascha (2016): Seeing lens imaging as a superposition of multiple views. In: *Phys. Educ.* 51, 1, 015006
- [17] Duit, Reinders; Komorek, Michael; Wilbers, Jens (1997): Studien zur Didaktischen Rekonstruktion der Chaostheorie. In: *ZfDN* 3, 3, S. 19-34
- [18] Stavrou, Dimitrios; Komorek, Michael; Duit, Reinders (2005): Didaktische Rekonstruktion des Zusammenspiels von Zufall und Gesetzmäßigkeit in der nichtlinearen Dynamik. In: *ZfDN* 11, S. 147-164
- [19] Gropengießer, Harald (2005): Qualitative Inhaltsanalyse in der fachdidaktischen Lehr-Lernforschung. In: Mayring, Philipp; Gläser-Zikuda, Michaela (Hrsg.): *Die Praxis der Qualitativen Inhaltsanalyse*. Weinheim; Basel: Beltz, S. 172-189
- [20] Gropengießer, Harald; Institut für Didaktik der Naturwissenschaften (IDN), Leibniz-Universität Hannover (E-Mail-Kommunikation über „Fragen zu Konzepten und Denkfiguren“ vom 23.04.-04.05.2016)
- [21] Wiesner, Hartmut (1986): Schülervorstellungen und Lernschwierigkeiten im Bereich der Optik. In: *NiU-P/C* 34, 13, S. 25-29
- [22] Kaltakci, Derya; Eryilmaz, Ali (2009): Sources of optics misconceptions. In: Cakmakci, G.; Tasar, M. F. (Hrsg.): *Contemporary science education research: learning and assessment*, S. 13-16

Manuskript 2

This is an **Accepted Manuscript** of an article published by IOP in *Physics Education* on 12 May 2017, available online: <https://doi.org/10.1088/1361-6552/aa6d27>

Developing students' ideas about lens imaging: teaching experiments with an image-based approach

Sascha Grusche

University of Education Weingarten, Physics Education, Kirchplatz 2, Weingarten, Germany

E-mail: saschagrusche@gmail.com

Abstract

Lens imaging is a classic topic in physics education. To guide students from their holistic viewpoint to the scientists' analytic viewpoint, an image-based approach to lens imaging has recently been proposed. To study the effect of the image-based approach on undergraduate students' ideas, teaching experiments are performed and evaluated using qualitative content analysis. Some of the students' ideas have not been reported before, namely those related to blurry lens images, and those developed by the proposed teaching approach. To describe learning pathways systematically, a conception-versus-time coordinate system is introduced, specifying how teaching actions help students advance toward a scientific understanding.

1. Introduction

We experience lens images daily: They appear on our retinas, camera sensors, and projection screens. Hence, lens imaging is a standard topic in the physics classroom, and students bring many ideas about lenses to it [1-7].

The traditional teaching approach to lens imaging is incompatible with students' everyday understanding [2,5]. Before instruction, students typically use a '*holistic image*' conceptualization: a whole image travels from the object through the lens to the screen [2]. During instruction, students practice a '*point-to-point*' conceptualization: the lens makes light from each object point converge to an image point [2]. After instruction, students typically use a hybrid conceptualization, called '*image projection*': a single ray from each object point transfers an image point [2]. Many students misinterpret the geometric rays as particles or streams of light [2,7], and struggle using lens ray diagrams [2,5,6].

To guide students from their holistic viewpoint to the scientists' analytic viewpoint, an *image-based approach* has recently been proposed [8]. It is based on whole images projected by individual lens-points. First, students experience with their naked eyes that they cannot see background and foreground objects sharp at once. Then, they put a pinhole onto the eye to see everything sharp at once. Moving the pinhole across the eye, they see the foreground shift against the background. Next, the eye is modeled by a lens and screen (figure 1). An array of pinholes is placed onto the lens, producing an array of sharp images from different viewpoints (figure 2(a)). Moving the screen back and forth, students observe the superposition of these *elemental images* (figures 2(b) and (c)). Unless the elemental images coincide, the lens image is blurry. The superposition is modeled with transparencies or projectors. Rays are introduced as lines connecting the object and its elemental images with each pinhole at the lens. Finally, students construct ray diagrams based on elemental images [8].

This approach has been designed according to students' well-known ideas, but might need to be adapted to students' unknown ideas about blurry images. Thus, it was our goal to trace students' ideas about blurry versus sharp lens images before, during, and after image-based experiments. We have recently done so with 7th graders [7]. In the present study, we explored undergraduate students' ideas.

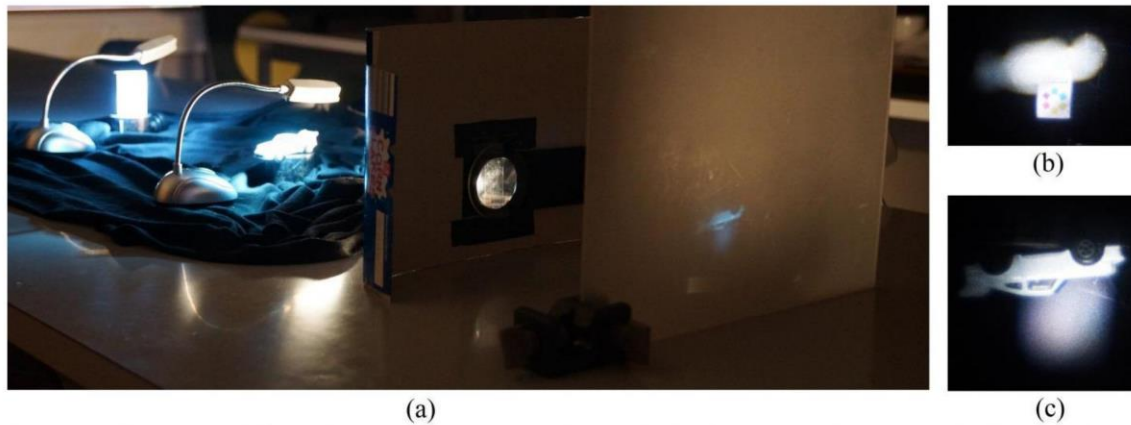


Figure 1. First stage of the main experiment. A matchbox in the background and toy car in the foreground are projected by a convex lens onto a translucent screen. (a) Setup. (b) At a particular screen distance, the lens image is sharp for the matchbox, but blurry for the toy car. (c) At some larger screen distance, the lens image is sharp for the toy car, but blurry for the matchbox.

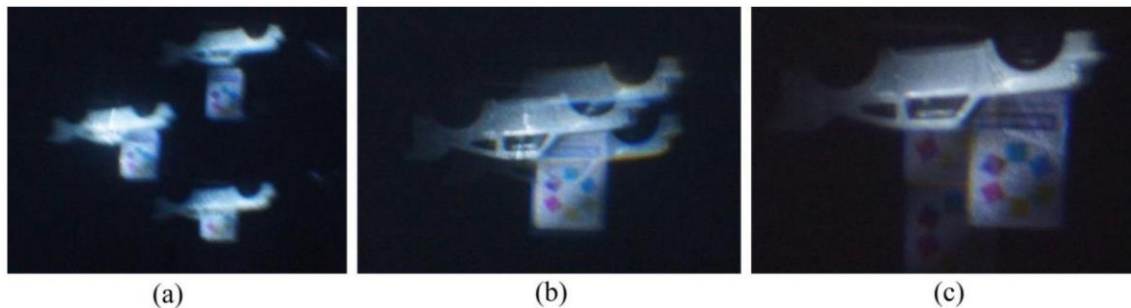


Figure 2. Second stage of the main experiment. The lens is covered with three pinholes, producing three sharp images from different viewpoints, so-called elemental images. (a) Elemental images on a screen near the lens. (b) Further from the lens, the elemental images coincide for the matchbox, but are mutually shifted for the toy car. (c) Even further from the lens, the elemental images coincide for the toy car, but are mutually shifted for the matchbox.

2. Theoretical framework and research questions

2.1. The Model of Educational Reconstruction

According to the Model of Educational Reconstruction, the design of instruction requires a comparison between students' and scientists' ideas [9,10]. To enable this comparison, ideas are described at corresponding levels of complexity. From low to high complexity, ideas are called *concepts* (elementary thought processes), *conceptions* (combinations of elementary thought processes), and *conceptualizations* (thinking patterns) [10].

2.2. Research questions

Using the Model of Educational Reconstruction, we can specify our research questions:

1. What *kinds* of ideas do German undergraduate students of physics education use to understand blurry versus sharp lens imaging?
 - 1.1. Which *conceptualizations* do students use (before, during, or after image-based lens experiments)?
 - 1.2. Which *conceptions* do students use to relate images to one another, or to rays (before, during, or after image-based lens experiments)?
 - 1.3. What are students' *concepts* regarding the key words 'ray' and 'focal point' (without specific intervention)?
2. What is the *chronological sequence* of the students' ideas in relation to image-based lens experiments? In other words: Which learning pathways emerge?

3. Methods

3.1. Teaching experiment methodology

To uncover students' ideas about lens imaging, and to study the effect of an image-based approach, the teaching experiment methodology [11] was used. Here, the researcher acts both as an interviewer, and as a teacher. Thus, the researcher can learn about students' ideas, and try planned or improvised teaching actions.

Seven students (Anna; Ben; Chris; David and Edgar; Fabian and Gerd) took part in five teaching experiments. They talked about their knowledge on lenses, and discussed lens experiments.

The main experiment was performed in two stages, see figures 1 and 2. At each stage, students were asked to predict, describe, and explain the phenomena. Afterwards, they were asked to indicate the rays.

Around the main experiment, the teacher adapted to the students' ideas. He explained as little as possible so the students could think for themselves. Each session (ca. 40-80 min) was video-recorded.

3.2. Qualitative content analysis

To evaluate the teaching experiments, the education-oriented version of qualitative content analysis [9,10] was used:

Transcribing

- Selecting relevant utterances
- Writing down the spoken words
- Mentioning non-verbal acts in parentheses

Editing

- Selecting meaningful passages
- Deleting redundant words
- Formulating autonomous student statements
- Removing grammatical errors

Summarizing

- Grouping statements thematically
- Identifying inconsistencies
- Condensing equivalent propositions
- Ordering the statements

Explicating

- Describing the student's understanding
- Interpreting word use
- Finding sources of ideas
- Identifying problems and interests

Structuring meant distilling a student's concepts, conceptions, and conceptualizations.

Finally, the individual students' ideas were generalized by *categorizing*, looking for similarities and differences across students' ideas. It was helpful to sketch the individual ideas, and to group similar sketches together.

Several measures ensured validity. For *selection validity* [10], only regular undergraduate students of physics education were interviewed. For *correlative validity* [10], students' ideas were matched, as far as possible, with those reported previously, and with the key ideas of the teaching approach. For *procedural validity* [10], a trustworthy atmosphere was created in the teaching experiments, the analysis was performed and documented stepwise, interpretations were based on multiple kinds of evidence and supported by arguments, and the categorization was independently applied by, and discussed with, a colleague.

3.3. Describing learning pathways

A useful method of describing learning pathways is to plot the level of sophistication versus time [12]. Unfortunately, descriptions are sometimes arbitrary regarding the level of sophistication (as in [13]), and often ‘do not report on [...] important instructional interventions’ [12].

For a more systematic description, a *conception-versus-time* diagram was developed for this study. To define levels of sophistication, the generalized conceptions were arranged according to a hypothetical learning progression from novice to expert conceptualizations, and in line with the empirical trend. To describe crucial teaching actions, these were generalized and marked along the time axis. Individual conceptions were represented by points in this coordinate system.

4. Results

4.1. Students' conceptualizations

Overall, students used four conceptualizations:

- *Holistic image*. A whole image travels from an object through the lens.
- *Lens image projection*. A single ray from each object point goes through the lens to the lens image.
- *Elemental image projection*. A single ray from each object point goes through a given lens-point to the corresponding elemental image point.
- *Point-to-point*. Light diverging from an object point is made to converge to an image point.

Additionally, some students considered a ‘*wave interference*’ conceptualization, whereby waves interfere to produce a sequence of sharp and blurry images. We will neglect this conceptualization because our approach is about rays, not waves.

4.2. Students' conceptions

Within the four conceptualizations, students used the following key conceptions:

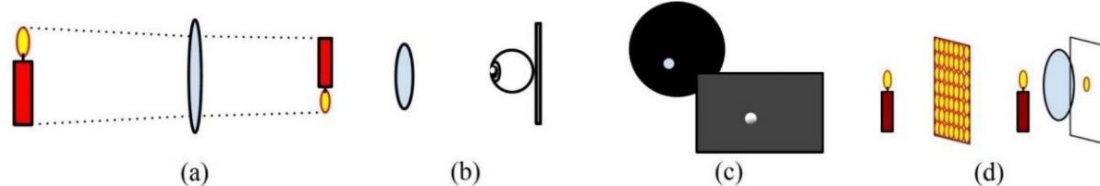


Figure 3. Conceptions within the ‘holistic image’ conceptualization. (a) ‘Image change’ (IC). (b) ‘Receiving eye’ (RE). (c) ‘Vignetted image’ (VI). (d) ‘Gathered images’ (GI).

Conceptions within the ‘holistic image’ conceptualization

- *Image change (IC)*. The lens changes the size or orientation of an image coming from the object (figure 3(a)).
- *Receiving eye (RE)*. The image on the screen corresponds to the view from the screen (figure 3(b)).
- *Vignetted image (VI)*. Partly covering the lens removes the image partly (figure 3(c)).
- *Gathered images (GI)*. The lens collects images sent out by the object (figure 3(d)).

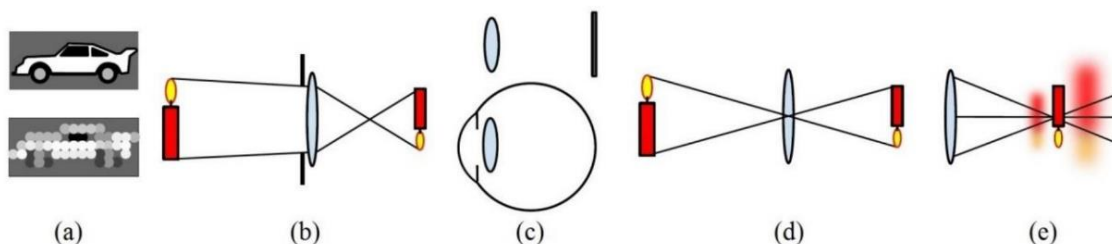


Figure 4. Conceptions within the ‘lens image projection’ conceptualization. (a) ‘Image spots’ (IS). (b) ‘Crossing rays’ (CR). (c) ‘Eye analogy’ (EA). (d) ‘Pinhole model’ (PM). (e) ‘Focused rays’ (FR).

Conceptions within the ‘lens image projection’ conceptualization

- *Image spots (IS)*. A blurry image comprises image spots (figure 4(a)).
- *Crossing rays (CR)*. Rays from the edges of object and lens are made to cross behind the lens so the image is inverted (figure 4(b)).
- *Eye analogy (EA)*. The lens and screen correspond to the eye lens and retina (figure 4(c)).
- *Pinhole model (PM)*. Rays from the object pass straight through a lens-point toward the image (figure 4(d)).
- *Focused rays (FR)*. The image is blurry unless rays behind the lens are brought to a point (figure 4(e)).

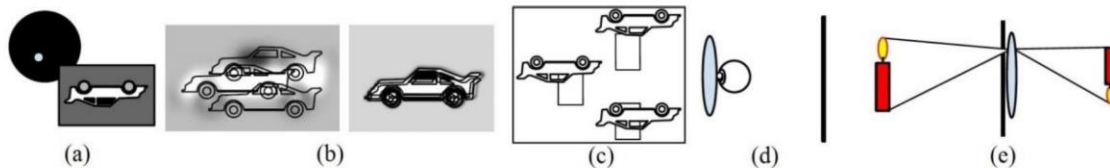


Figure 5. Conceptions within the ‘elemental image projection’ conceptualization. (a) ‘Sharpened image’ (SI). (b) ‘Mutual shift’ (MS). (c) ‘Different arrangements’ (DA). (d) ‘Lens-point as viewpoint’ (LV). (e) ‘Rays through lens-point’ (RL).

Conceptions within the ‘elemental image projection’ conceptualization

- *Sharpened image (SI)*. Partly covering the lens sharpens the blurry lens image (figure 5(a)).
- *Mutual shift (MS)*. The more the elemental images from different lens-points are separated, the blurrier the lens image (figure 5(b)).
- *Different arrangements (DA)*. Elemental images from different lens-points differ in composition (figure 5(c)).
- *Lens-point as viewpoint (LV)*. The elemental image on the screen represents the view through (or from) the corresponding lens-point (figure 5(d)).
- *Rays through lens-point (RL)*. Rays from various object points go through a given lens-point to the corresponding elemental image points (figure 5(e)).

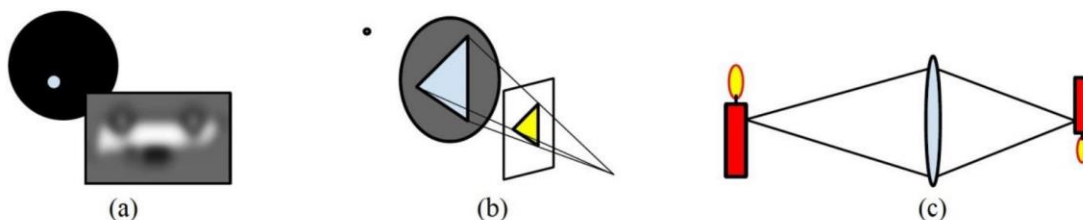


Figure 6. Conceptions within the ‘point-to-point’ conceptualization. (a) ‘Darkened image’ (DI). (b) ‘Aperture image’ (AI). (c) ‘Diverging and converging’ (DC).

Conceptions within the ‘point-to-point’ conceptualization

- *Darkened image (DI)*. Covering part of the lens makes the lens image darker (figure 6(a)).
- *Aperture image (AI)*. Before or after converging to an image point, light from an object point forms an image of the lens aperture (figure 6(b)).
- *Diverging and converging (DC)*. Rays diverging from an object point are made to converge to an image point (figure 6(c)).

4.3. Students’ concepts

Students used three ray concepts and two concepts of a focal point:

Concepts of a ‘ray’

- *Light particle*. A ray is a traveling part of light.
- *Light stream*. A ray is a narrow bundle of traveling light.
- *Light trajectory*. A ray is a path of traveling light.

Concepts of a ‘focal point’

- *Intersection of parallel rays.* The focal point is where formerly parallel rays are converging.
- *Image point.* The focal point is where rays from an object point are converging.

4.4. Students’ learning pathways

Overall, students’ learning pathways were guided by the following teaching actions:

Moments of *prepared* teaching actions

- Asking a student to explain blurriness [T_B]
- Having a student look through a pinhole on the eye [T_O]
- Having a student move a pinhole across the eye [T_A]
- Placing one or more pinholes onto the lens [T_P]
- Moving a pinhole across the lens [T_M]
- Asking a student to compare elemental images [T_E]
- Moving the screen with the elemental images [T_S]
- Asking a student to identify the viewpoint for an elemental image [T_V]
- Asking a student to explain the different sharpness for background and foreground [T_D]
- Prompting a student to think of images instead of rays [T_T]
- Asking a student to indicate rays, based on the main experiment [T_R]

Moments of *improvised* teaching actions

- Analogizing the lens and screen with the eye [t_a]
- Asking whether only one ray goes to the lens from each object point [t_r]
- Moving a sheet of paper across the lens [t_k]
- Asking what will appear on a screen near the uncovered lens [t_n]
- Presenting a blurry lens image without comment [t_b]
- Encouraging a student to abandon a previous conception [t_e]
- Covering half of the lens [t_h]
- Correcting the position of an elemental image in a student’s drawing [t_d]
- Lighting a candle near a projection screen [t_l]

With these teaching actions, students developed scientifically adequate conceptions. The learning pathways were similar, leading from the ‘holistic image’ conceptualization through ‘lens image projection’ and ‘elemental image projection’ to the ‘point-to-point’ conceptualization, see figures 7(a)-(g). For verbal descriptions of all learning pathways, see the supplementary data.

5. Discussion

5.1. Ideas uncovered and developed

We found all of the well-known conceptualizations [2]: ‘holistic image’, ‘image projection’, and ‘point-to-point’. For ‘image projection’, we identified two versions: ‘*lens* image projection’ and ‘*elemental* image projection’. Additionally, we found a ‘wave interference’ conceptualization.

Within each conceptualization, we discovered conceptions not reported before: ‘gathered images’, ‘image spots’, ‘focused rays’, ‘sharpened image’, ‘mutual shift’, ‘different arrangements’, ‘lens-point as viewpoint’, ‘rays through lens-point’, and ‘aperture image’. Given the small sample, additional conceptions should be found in future studies.

Some students used key words differently than scientists. Students used the word ‘ray’ for a trajectory of light (like modern scientists), for a particle of light (like Newton), or for a flux of light (which modern scientists represent by a bundle of rays), *cf* [2]. All students used the word ‘focal point’ for a point in a sharp image, but only some required the imaged object to be extremely distant, *cf* [3].

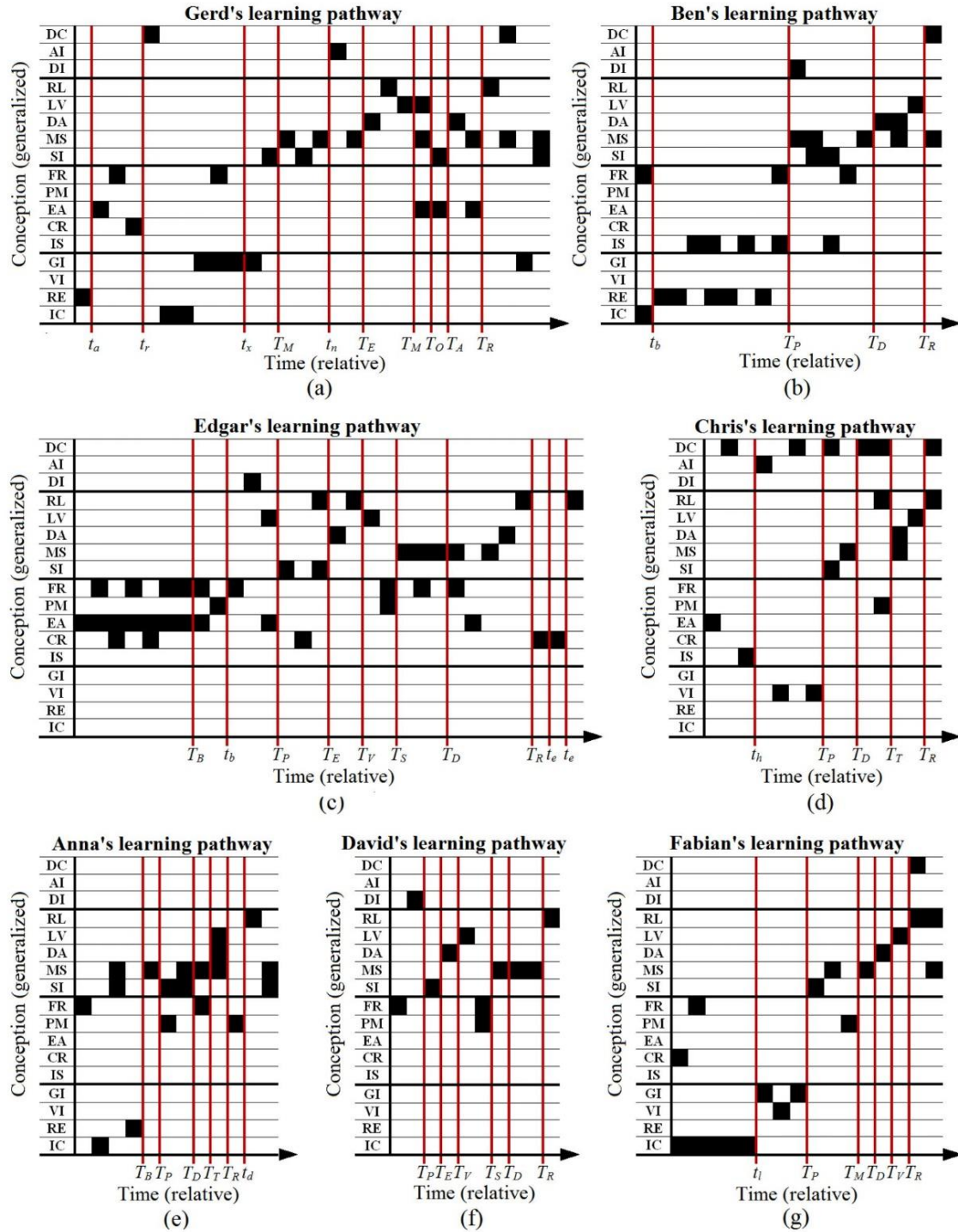


Figure 7. Learning pathways of (a) Gerd, (b) Ben, (c) Edgar, (d) Chris, (e) Anna, (f) David, and (g) Fabian. Abbreviations are listed in section 4.

Guided by image-based teaching actions, all students advanced to the scientifically adequate ‘*elemental* image projection’ conceptualization. Some used it as a stepping stone [12] toward the ‘point-to-point’ conceptualization; others would need more time to take that final step. They only need to realize that the ‘elemental image projection’ and ‘point-to-point’ conceptualization are two sides of the same coin.

5.2. Implications for teachers

Teachers may use the list of teaching actions to expand their repertoire, and may refer to the learning pathways to plan lessons. Moreover, they may use the list of conceptions to track students' progress.

Using the 'eye analogy', students ignore the refractive media around the eye lens [4]. If teachers use a glass lens and screen as an analogous model of the eye [8], they should point out that the glass lens represents the functions of the cornea, aqueous humor, eye lens, and vitreous humor combined.

Students will stick to inadequate ideas, even in the face of phenomena (see supplementary data), unless the teacher directs student attention, encourages free experimentation, calls for quantitative measurements, and engages in discussion. For example, Anna thought that rays go straight through each lens-point, knowing that light travels in straight lines. Only when the teacher pointed out the precise position of an elemental image, she realized that rays are refracted at the lens. For teachers of large classes, an effective way to guide students' inquiry and interpretation is to provide observation sheets [14].

To work *against* a student's inadequate idea, teachers can work *with* it. For example, Gerd's conception 'gathered images' is scientifically questionable, but the teacher used it to guide Gerd to the 'elemental image projection' conceptualization. Moreover, Gerd thought that the separation between elemental images vanishes if the object distance approaches infinity. However, this is only true for a screen in the *focal plane*. Thus, the misconception can be turned into an image-based definition of the focal point, *cf* [8].

In lens imaging, the focal plane is defined as the image plane for an *infinitely distant* object plane. In a computational counterpart to lens imaging, called synthetic aperture imaging, the focal plane is defined as the image plane for *any chosen* object plane [15]. By comparing and contrasting lens imaging with synthetic aperture imaging, teachers can show how both involve a superposition of elemental images, and discuss the different uses of the word 'focal plane' [8].

To negotiate the use of the word 'ray' with students, teachers can introduce rays as lines connecting elemental images [8], and interpret these lines as paths of hypothetical particles or streams of light, *cf* [2].

To address the diversity of students' ideas, teachers may offer additional activities. For example, once students look from the screen toward the lens, they can question the conception 'receiving eye' [1,9,10]: from the sharp image, the whole lens appears colored like the image point where the eye is [16]. Then, rays behind the lens can be introduced as connections between the image point and all lens-points. A complementary teaching sequence can be designed using the conception 'aperture image': A small light source illuminates a lens covered with an arbitrarily shaped aperture, and rays are introduced as connections between aperture images, *cf* [17].

Teachers of physics education need to ensure that their undergraduate students develop scientifically adequate ideas: when those students become high-school teachers, their ideas will affect the high-school students' understanding, in turn. The image-based approach seems to be a fruitful path.

Our undergraduate students' *initial* ideas are similar to high-school students' ideas, especially the 'holistic image' conceptualization, and the problematic concepts of rays and focal points, *cf* [3,7,8]. Thus, the teaching implications may be useful not only for teachers of undergraduate students, but also for teachers of high-school students.

To enable a consistent learning experience, teachers may apply an image-based approach not only to lens imaging, but also to other topics in optics, such as the law of refraction [18].

6. Conclusion

In teaching experiments, we uncovered undergraduate students' ideas about lens imaging, and studied the effect of an image-based approach. We found previously unknown conceptions about blurry images. Besides the well-known 'holistic image' conceptualization and the 'point-to-point' conceptualization, we identified two versions of the 'image projection' conceptualization: 'lens image projection' and 'elemental image projection'. Initially, students used the 'lens image projection' conceptualization, which is only partly adequate. Using the image-based approach, they progressed to the 'elemental image projection' conceptualization, an adequate precursor of the 'point-to-point' conceptualization. Although the proposed teaching approach was effective, teachers may want to enrich it with additional activities to address the full range of students' ideas.

7. Acknowledgments

Prof. Dr. Florian Theilmann checked the coding. I thank all interviewees.

References

- [1] Goldberg F M and McDermott L C 1987 An investigation of student understanding of the real image formed by a converging lens or concave mirror *Am. J. Phys.* **55** 2
- [2] Galili I and Hazan A 2000 Learners' knowledge in optics: interpretation, structure and analysis *Int. J. Sci. Educ.* **22** 57
- [3] Pompea S M, Dokter E F, Walker C E and Sparks R T 2007 Using misconceptions research in the design of optics instructional materials and teacher professional development programs *Education and Training in Optics and Photonics* OSA Technical Digest Series (Washington, DC: Optical Society of America) paper EMC2 (<https://doi.org/10.1364/ETOP.2007.EMC2>)
- [4] Kaltakci D and Eryilmaz A 2010 Sources of optics misconceptions *Contemporary Science Education Research: Learning and Assessment* ed G Cakmakci and M F Tasar (Ankara: Pegem Akademi) pp 13–16
- [5] Tural G 2015 Cross-grade comparison of students' conceptual understanding with lenses in geometric optics *Sci. Educ. Int.* **26** 325
- [6] Kaltakci-Gurel D, Eryilmaz A and McDermott L C 2016 Identifying pre-service physics teachers' misconceptions and conceptual difficulties about geometrical optics *Eur. J. Phys.* **37** 045705
- [7] Grusche S 2016 Präkonzepte zur Projektion eines unscharfen Bildes mit einer Linse *PhyDid B* **2016** DD 5.30
- [8] Grusche S 2016 Seeing lens imaging as a superposition of multiple views *Phys. Educ.* **51** 015006
- [9] Kattmann U, Duit R, Gropengießer H and Komorek M 1996 Educational reconstruction—bringing together issues of scientific clarification and students' conceptions *Annual Meeting of NARST*
- [10] Gropengießer H 2007 *Didaktische Rekonstruktion des Sehens* (Oldenburg: Didaktisches Zentrum)
- [11] Steffe L P and Thompson P W 2000 Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements *Research Design in Mathematics and Science Education* ed R Lesh and A E Kelly (Hillsdale, NJ: Erlbaum) pp 267-307
- [12] Duschl R, Maeng S and Sezen A 2011 Learning progressions and teaching sequences: A review and analysis *Stud. Sci. Educ.* **47** 123
- [13] Riemeier T and Gropengießer H 2008 On the roots of difficulties in learning about cell division: process-based analysis of students' conceptual development in teaching experiments *Int. J. Sci. Educ.* **30** 923
- [14] Oğuz-Ünver A and Yürümezoğlu K 2009 A teaching strategy for developing the power of observation in science *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* **28** 105
- [15] Vaish V 2007 Synthetic aperture imaging using dense camera arrays *PhD Thesis* Stanford University
- [16] Maier G 2011 *An Optics of Visual Experience* (New York: Adonis Press)
- [17] Merklinger H M 1997 A technical view of bokeh *Photo Tech.* **18** 37
- [18] Grusche S and Wagner S 2016 Two different looks at Kepler's refraction experiment *Phys. Educ.* **51** 064001

Manuskript 3

This is an **Accepted Manuscript** of an article published by IOP in *Physics Education* on 16 December 2015, available online: <https://doi.org/10.1088/0031-9120/51/1/015006>

Seeing lens imaging as a superposition of multiple views

Sascha Grusche

Physikdidaktik, Pädagogische Hochschule Weingarten, Kirchplatz 2, 88250 Weingarten

Abstract

In the conventional approach to lens imaging, rays are used to map object points to image points. However, many students want to think of the image as a whole. To answer this need, Kepler's ray drawing is reinterpreted in terms of shifted camera obscura images. These images are uncovered by covering the lens with pinholes. Thus, lens imaging is seen as a superposition of sharp images from different viewpoints, so-called elemental images. This superposition is simulated with projectors, and with transparencies. Lens ray diagrams are constructed based on elemental images; the conventional construction method is included as a special case.

1. Introduction

The conventional approach to lens imaging goes back to the German astronomer Johannes Kepler [1,2]. In his view, an extended object consists of several object points, see figure 1(a). Each object point emits light rays; a corresponding image point is formed where the lens makes these diverging rays converge. Kepler's *point-to-point* approach has been adopted by scientists [3,4], textbook authors [5-10], and teachers [11-17] around the world.

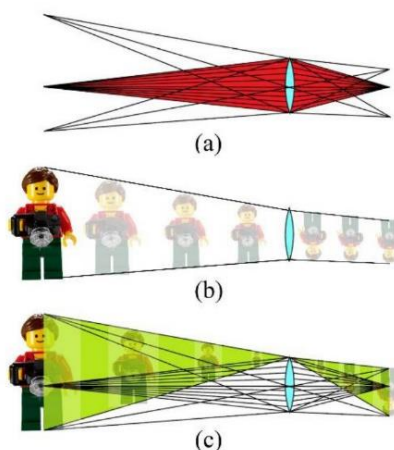


Figure 1. Three approaches to lens imaging.¹ (a) Conventional point-to-point approach (drawing adapted from Kepler's figure 11 in *Dioptrik* [1]). (b) Students' holistic approach, cf [11,18,19]. (Concepts may vary among individuals.) (c) The proposed multi-view approach is based on a reinterpretation of Kepler's ray drawing.

Unfortunately, this point-to-point approach is too abstract for many students. According to empirical studies, many students have a need to think of the image as a whole [11,18-21], see figure 1(b). With such a *holistic* approach, many students interpret the rays of geometrical optics as rails that carry the image from the object to the screen [11,19-21].

Our purpose is to build a bridge between the students' holistic approach and Kepler's point-to-point approach. To this end, we treat Kepler's ray drawing as an ambiguous image, as in figure 1(c): Once we switch our attention to rays that go through a single point on the lens, we see that these rays represent a

¹The photo of the toy figure is from http://lego.wikia.com/wiki/Press_Woman?file=10224fig4.jpg

refracted camera obscura projection, cf [22]. Camera obscura images from different points of the lens represent different views [22-24]. With this *multi-view* approach, we can address the students' preconceptions: We may think of each camera obscura image as a whole, and interpret rays as connections between camera obscura images, as in figure 1(c).

To reveal the shifted camera obscura images that compose a lens image, we will cover the lens with a pinhole array (section 2). This allows us to see lens imaging as a superposition of multiple views, and to simulate it accordingly (section 3). Afterwards, we will introduce rays as connections between camera obscura images (section 4). This allows us to construct lens ray diagrams based on whole images (section 5). Then, we relate our multi-view approach to similar approaches in teaching and technology (section 6). Finally, we summarize the key concepts and pedagogic potential of our approach (section 7).

2. Observing elemental images and their superposition

Each of our eyes has a lens, so we will start with that.

- Facing a varied background, hold a pen about 30 cm in front of you. Close one eye. With the other eye, try to get a sharp image of the pen and the background simultaneously. It is impossible: If the pen appears sharp, the background looks blurry, and vice versa [25].
- Curling up the thumb and index finger of your other hand, form a pinhole directly in front of your eye, as in figure 2. Through this pinhole, the pen and background appear sharp simultaneously, cf [26].



Figure 2. Fingers forming a pinhole. If the pinhole is moved across the eye, the perspective changes.

- If you move the pinhole left and right or up and down, the perspective changes as if you move your head in those directions! Does the uncovered eye lens produce multiple views at once?

To answer this question, we build a simple eye model: A convex glass lens represents the eye lens (and other refractive media of the eye), a translucent screen represents the retina, see figure 3, cf [25,26]. In front of the eye model, we set up a still life illuminated by white LED lamps. We place an apple so that a sharp image of it appears on the screen; a candle in front of the apple appears blurry on the screen, see figure 4(a).

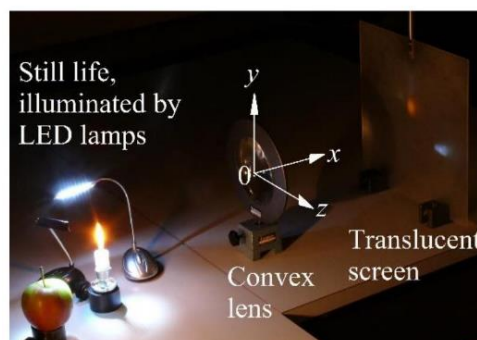


Figure 3. Simple eye model facing a still life. To avoid stray light, the lens will be surrounded by cardboard. The coordinate system is centered on the lens. Screen distance $x_S = +32$ cm, focal length $f = +20$ cm, $x_{\text{candle}} = -28$ cm, $x_{\text{apple}} = -40$ cm.

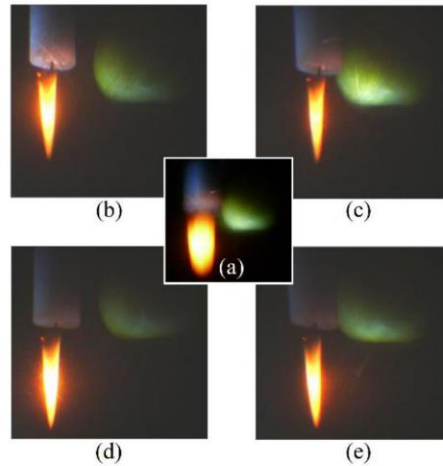


Figure 4. Moving a pinhole in front of the eye model. (a) Without the pinhole, the apple appears sharp, but the candle appears blurry. (b)-(e) With the pinhole, all objects appear sharp at once, but the perspective changes according to the pinhole position $P_H = (v_H, z_H)$. (b) $P_H = (+2 \text{ cm}, +2 \text{ cm})$. (c) $P_H = (+2 \text{ cm}, -2 \text{ cm})$. (d) $P_H = (-2 \text{ cm}, +2 \text{ cm})$. (e) $P_H = (-2 \text{ cm}, -2 \text{ cm})$. Pinhole diameter $d = 3 \text{ mm}$. Photos taken with a Panasonic DMC-FZ50 (aperture number $f/3.6$, exposure time $1/3 \text{ s}$ for (a) and 8 s for (b)-(e)).

If we hold a sheet of paper pierced with a pinhole directly in front of the lens, the image of the candle becomes sharp, too, see figure 4(b). If we move the pinhole across the lens, the image of the candle moves accordingly—inside the formerly blurry image—, while the image of the apple remains fixed, see figures 4(b)-(e). In other words: the perspective changes.

The perspective corresponds to the view from the pinhole: Whatever we can see through the pinhole will appear on the screen behind it. If we replace the moving pinhole with a static pinhole array, as in figure 5(a), we get the different perspectives in superposition, see figure 5(b). Indeed, the lens produces multiple views at once!

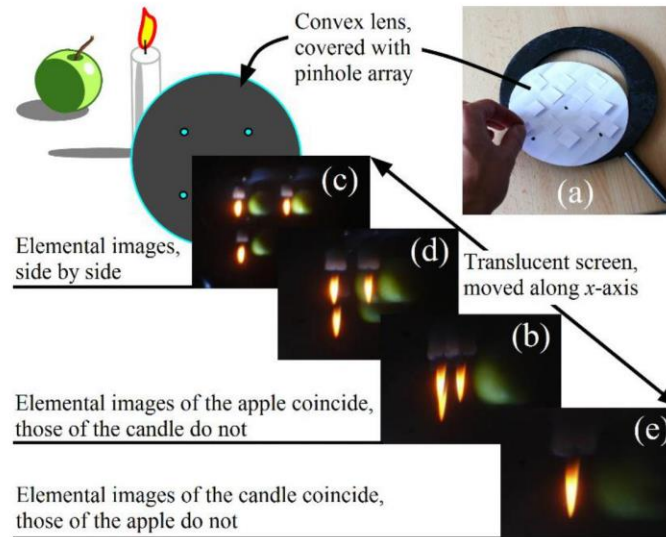


Figure 5. Observing the superposition of elemental images. (a) To uncover elemental images, the lens is covered with an array of pinholes, which can be individually closed if desired. For (b)-(e), only three pinholes are opened (at $(v = +2 \text{ cm}, z = +2 \text{ cm})$, $(v = +2 \text{ cm}, z = -2 \text{ cm})$, and $(v = -2 \text{ cm}, z = +2 \text{ cm})$, pinhole diameter $d = 3 \text{ mm}$). The translucent screen is moved to various screen positions x_S . (c) $x_S = 8 \text{ cm}$. (d) $x_S = 23 \text{ cm}$. (b) $x_S = 32 \text{ cm}$. (e) $x_S = 42 \text{ cm}$. The photos of the screen were taken with a Panasonic DMC-FZ50 (aperture number $f/3.6$, exposure time 8 s).

Now, we will do something that the eye cannot do: We will change the distance between the lens and screen. Close behind the lens and pinhole array, the images with different perspective lie side by side, still relatively sharp, see figure 5(c). In Integral Imaging [22-24,27-29] (see section 6), sharp images with different perspective are called *elemental images*, so we will adopt this term.

When we move the projection screen away from the convex lens, the elemental images become larger while moving toward and across each other, see figures 5(d) and (e). (However, if the object is too close to the convex lens—namely inside the focal length—, its elemental images do not move toward, but away from each other, cf section 5. With a concave lens, the elemental images always move away from each other.) Accordingly, we may interpret lens imaging as a superposition of elemental images.

The extent to which the elemental images overlap will determine how sharp or blurry the composite image becomes: Where the elemental images are mutually shifted, the composite image is blurry. Only where the elemental images coincide, the composite image is sharp.

Because elemental images from different points on the lens represent different views, it is impossible to bring all of their features into complete overlap at once: For a given object distance, elemental images coincide only at the so-called image distance. At a given screen distance, elemental images coincide only for objects at a specific object distance. Hence, the uncovered lens cannot produce a sharp image of the foreground and background simultaneously.

3. Simulating lens imaging as a superposition of elemental images

Now that we understand lens imaging as a superposition of sharp images with different perspective, we may simulate it accordingly: First, we use a cell phone camera to capture multiple views of a scene, see figures 6(a)-(c). Then, we use multiple projectors to superimpose the photos on a projection screen.

If you do not have multiple projectors, you can place multiple mirrors in front of a single projector, each mirror reflecting one of the photos, see figure 6(d), cf [30]. With only three photos and three mirrors, the simulation is already realistic: Depending on the screen distance, objects at a certain distance appear sharp in the composite photo, whereas others appear blurry, see figure 7.

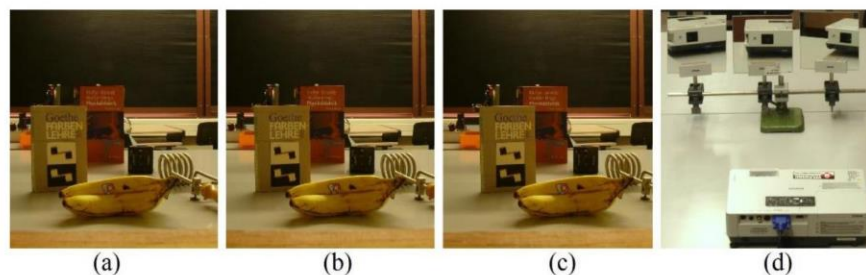


Figure 6. Photographing and projecting different views. (a)-(c) Photographs of a still life, taken with a cell phone camera at different horizontal positions z . (a) $z = -2$ cm. (b) $z = 0$ cm. (c) $z = +2$ cm. (d) Three angled mirrors in front of a single projector are used instead of three angled projectors, as seen from the projection screen.

Students may craft their own, take-home simulators, see figure 8. First, they draw one elemental image onto paper and two other elemental images onto transparencies. (Teachers may help by providing worksheets with photos from different viewpoints.) Then, the students slide the transparencies across the paper to create different conditions of superposition. With this device, students can simulate the effect of a lens with variable optical power, such as the eye lens: If the elemental images of any object are perfectly overlapping, the elemental images of objects at other distances are mutually shifted.

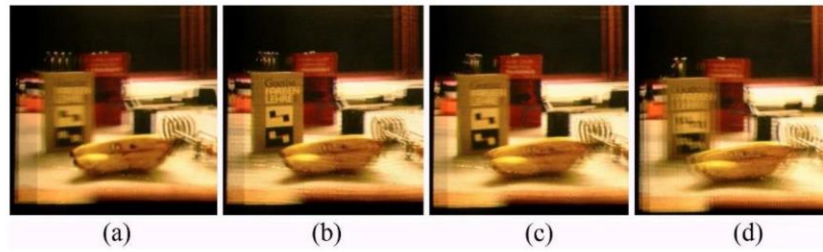


Figure 7. Simulating lens imaging as a superposition of different projections. The photos from figures 6(a)-(c) are projected onto a screen via the mirror array in figure 6(d). As the screen distance is reduced from (a) to (d), the sharply imaged plane moves from foreground to background: (a) All three projections of the bananas coincide; the projections of other object planes do not. (b) All projections of the gray book coincide. (c) All projections of the orange book coincide. (d) All projections of the background coincide.

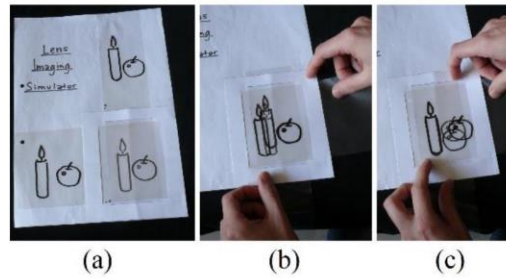


Figure 8. Take-home simulator. (a) Elemental images with different perspective are displayed. (b) The transparencies are moved over the paper drawing to make the elemental images of the apple overlap. (c) The transparencies are moved further to make the elemental images of the candle overlap.

4. Using rays to locate elemental images

For a quantitative treatment of lens imaging, we need to specify the positions of elemental images. To build a bridge to Kepler's ray diagram, we must consider elemental images from points *inside* the lens, *cf* figures 1(a) and (c). Accordingly, we put our pinhole array inside a sandwich of two plano-convex lenses, see figure 9(a). For the elemental images to be simple, we place only one object in front of the lens.

To record the positions of elemental images, we trace them on transparencies clipped onto the backside of the translucent screen, see figure 9(b). Alternatively, we may paste a transparency with scale markings onto the screen, and simply read off the positions. Based on the measured positions, we transfer the elemental images into a side-view representation, see figure 9(c).

In the side-view representation, we note that the size of an elemental image is proportional to its distance from the lens. Hence, we may draw rays between each hole and the corresponding elemental images, see figure 9(d). Likewise, we draw rays between each hole and the object, see figure 9(d). Do these rays connect elemental images in front of the lens? We hypothesize that they do, *cf* figure 1(c). After all, the plane of a projected, sharp composite image and the corresponding object plane are interchangeable [13]. To verify our hypothesis, we place a pinhole camera before the lens, facing the object: different elemental images contribute different image spots to the pinhole, composing a new image behind the pinhole, *cf* [22]. In this sense, rays connect elemental images behind and in front of the lens. Based on these rays, we come to the following conclusions:

- At a screen distance equal to the object distance, the size of an elemental image is equal to the size of the object.
- An elemental image at a given distance in front of the lens has the same size as an elemental image at the same distance behind the lens.

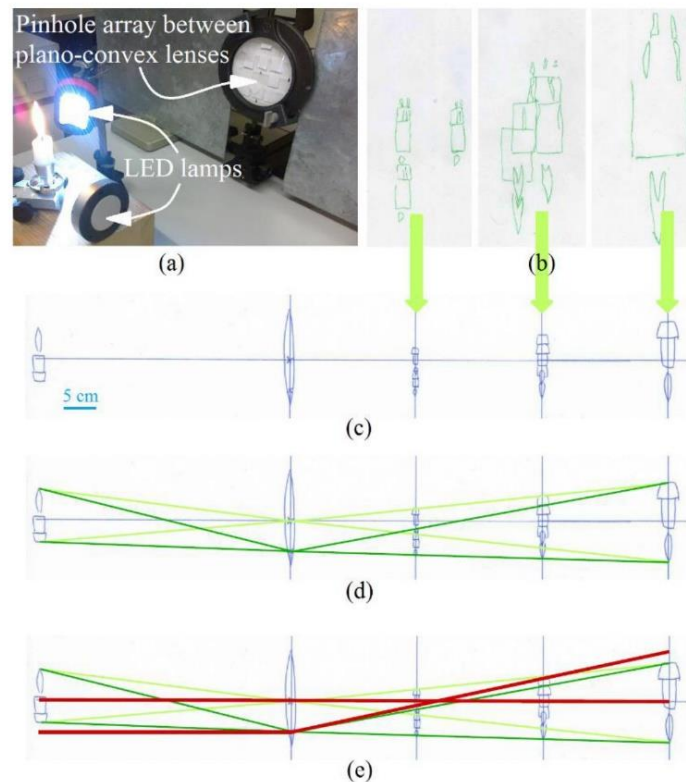


Figure 9. From images to rays. (a) Experimental setup. Here, each plano-convex lens has a focal length $f = +50$ cm. (b) On a screen behind the lens, elemental images of the candle are traced on a transparency. (c) The tracings of elemental images are transferred into a side-view representation of the setup. (d) Ray bundles are drawn from each pinhole to the object, and to the corresponding elemental images. (e) From the pinholes, horizontal rays are drawn toward certain object points, and appropriately angled rays are drawn through the corresponding points of the elemental images. The rays intersect in the focal point.

5. Constructing lens ray diagrams to predict the superposition of elemental images

With rays connecting elemental images, we can construct ray diagrams to predict where the elemental images compose a sharp image. Like Kepler's ray diagrams [1,2], ours will be based on focal points. Let us re-define focal points in terms of elemental images:

- The front focal point for a convex lens is the place of an object on the optical axis whose elemental images anywhere behind the lens have a separation equal to the pinhole separation. We can find that place during the experiment by varying the position of the object.
- The back focal point for a convex lens (or the front focal point for a concave lens) is the place where each elemental image (from a given viewpoint on the lens) represents an object point along the horizontal line of sight (proceeding from that viewpoint). We can find that place after the experiment by drawing the corresponding rays into the side-view representation, see figure 9(e).

Both focal points have the same distance from the lens, which is defined as the so-called focal length [5]. Further, the front and back focal planes are defined as those planes that are one focal length before and behind the lens. Based on these definitions and our quantitative observations from section 4, we propose the following method for constructing lens ray diagrams:

- *Step 1: Constructing the ray bundle in front of the lens*
From any viewpoint P_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) on the lens, draw a horizontal ray toward the object, and a ray bundle containing the object, see figure 10(a), cf figure 11(a).

- *Step 2: Constructing the ray bundle behind the lens*
From the same viewpoint, draw a focal ray behind the lens. For a convex (concave) lens, the focal ray goes through the back (front) focal point. To obtain the refracted ray bundle, transfer the distances u_i and l_i from the front focal plane into the back focal plane, but in reverse order, see figure 10(b), cf figure 11(b).
- *Step 3: Locating the complete overlap of ray bundles*
Do steps 1 and 2 for at least one more viewpoint. Draw the lens image where the refracted ray bundles overlap completely, see figure 10(c), cf figure 11(c).

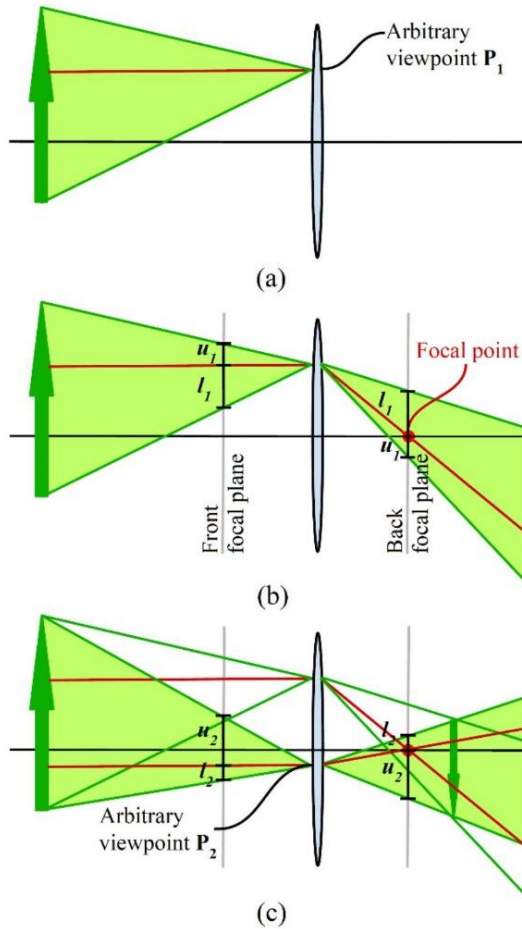


Figure 10. Constructing a ray diagram for a convex lens, based on bundles of elemental images. (a) From an arbitrary viewpoint P_1 on the lens, a horizontal ray and a ray bundle containing the object are drawn. (b) The refracted ray bundle is constructed by transferring the distances u_1 and l_1 from the front focal plane to the back focal plane, cf figure 1(c). (c) The procedure is repeated for another viewpoint P_2 . The composite image is sharp where the ray bundles from P_1 and P_2 overlap completely.

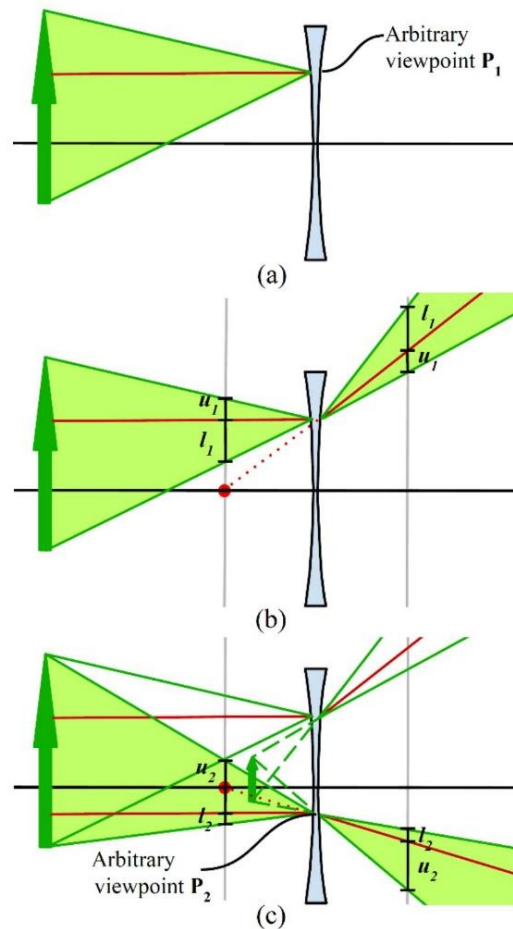


Figure 11. Constructing a ray diagram for a concave lens, cf figure 10. The ray bundles do not completely overlap behind the lens, but if traced backwards, they do in front of the lens, creating a virtual image.

6. Discussion

We have treated lens imaging as a superposition of images from different viewpoints, so-called elemental images. Previously, some teachers have introduced the convex lens as a device that can superimpose the images produced by a pinhole array [31]. Still, they have explained lens imaging in

terms of individual image points, ignoring the variation in perspective. We have introduced the pinhole array as a device that can reveal the images produced by individual points of a convex or concave lens. Accordingly, we have explained lens imaging in terms of whole images, emphasizing the variation in perspective.

The simulations presented in section 3 have a digital counterpart in Synthetic Aperture Integral Imaging (SAII) [23,24,27-29]: In the pick-up stage, the scene is captured with a dense camera array. In the reconstruction stage, the camera images are computationally superimposed by projecting them backwards through a virtual pinhole array. SAII allows computer vision experts to reconstruct a three-dimensional scene from the corresponding image space, and to see through occlusions thanks to the synthesized defocus blur [24]. Using SAII, *Google Inc.* has recently introduced a cell phone app called *Lens Blur*: The user takes a series of photos while moving the camera; afterwards, the app generates the desired defocus blur, called *bokeh* [32].

Although lens imaging and SAII are qualitatively similar, there are notable terminological and quantitative discrepancies: In lens imaging, the term ‘focal plane’ refers to the plane where the elemental images of infinitely distant objects are completely overlapping; in SAII, it refers to the plane where the elemental images of any object of interest are completely overlapping. This terminological discrepancy reflects the fact that the image space in SAII is congruent with the object space [23,24,27-29], whereas the image space behind a lens is distorted along the optical axis [14,16]. Consequently, the reconstruction stage in SAII is based on diagrams and formulas that are not applicable to lens imaging.

In section 4, we have introduced rays as purely geometric constructs, *cf* [20,33]. As such, they are open to interpretation: In our multi-view approach, rays in front of the lens represent lines of sight [33] proceeding from a point on the lens; consequently, ray bundles in front of the lens represent visual cones, corresponding to many students’ preconceptions about light and vision [19,34]. Likewise, rays behind the lens may be interpreted as lines of sight, or, alternatively, as lines of light going toward an elemental image. In accord with the students’ holistic approach [18-21], all rays can be visualized as carrying elemental images from the object to the screen. In accord with Kepler’s point-to-point approach [1,2], the rays can be reinterpreted as lines of light.

The re-definitions of focal points in section 5 are more practical than the conventional definitions: It is always possible to place an object at a finite distance in front of the lens or to identify—at least conceptually, as in figure 9(e)—horizontal lines of sight (as required by our definition), but it is impossible to have a point source or an infinitely distant object (as required by the conventional definition [1,2]).

The construction method proposed in section 5 represents refracted camera obscura projections, *cf* [22]. We have constructed the shift of each camera obscura image based on the deflection of horizontal rays (conventionally called parallel rays), *cf* [35]. This deflection is known as *prismatic effect* [6], because a lens can be thought of as an array of prisms [6,23], or prism-pinhole pairs [35].

Including the point-to-point construction [12] as a special case, our method has the same limitations as the conventional one. It is only valid for paraxial rays and for a thin lens [5]. Geometric and chromatic aberrations—observable as an imperfect overlap of elemental images—are neglected. Likewise, diffraction is neglected.

Our construction method provides several scientific and pedagogic benefits. First, it is based on concrete phenomena rather than abstract concepts. Second, it implies that any point on the lens can create a

complete image, whereas many students think that partially covering the lens would partially destroy the image [18,20]. Third, it includes only those rays that actually pass the lens. Finally, it does not over-emphasize the principal rays, cf [15].

7. Conclusion

Until now, lens imaging has been taught according to Kepler's approach, which is based on the different ray bundles proceeding from different object points. By reinterpreting Kepler's ray drawing, we have developed a teaching approach that is based on the different views projected by different points of a lens. We have uncovered these so-called elemental images by covering the lens with a pinhole array. In superposition, these two-dimensional images compose a three-dimensional image. When projected onto a screen, this composite image looks blurry except where the elemental images coincide. Accordingly, we have simulated lens imaging as a superposition of images with different perspective. Our hands-on simulations have a digital counterpart in Synthetic Aperture Integral Imaging (SAII). This allows teachers to relate the principles of lens imaging to analogous applications in computer vision.

In line with students' preconceptions, we have introduced rays as connections between elemental images. We have proposed a method of constructing lens ray diagrams based on bundles of elemental images. Our method includes the conventional method as a special case.

We have proceeded from the student's own eye to an artificial lens setup, from concrete images to abstract rays, from qualitative descriptions to quantitative predictions, and from a general construction method to the conventional one. Hence, the presented approach may help students to adapt their preconceptions toward the scientific concepts.

Acknowledgments

I thank some two dozen 12th-grade high school students at the Einstein-Gymnasium in Potsdam/Germany for participating in the course 'Scharfe Bilder' in February 2015, where we took the proposed multi-view approach. Moreover, I am thankful for constructive remarks by Prof. Dr. Jan-Peter Meyn and Dr. Oliver Passon. I am grateful to Prof. Dr. Florian Theilmann for providing useful feedback throughout my research.

References

- [1] Kepler J 1611 *Dioptrik* (Augsburg: David Franke)
- [2] Rottmann G 2008 *The Geometry of Light: Galileo's Telescope, Kepler's Optics* (Baltimore, MD: Gerald Rottmann)
- [3] Descartes R 1637 *Discourse on Method, Optics, Geometry, and Meteorology* (Indianapolis, IN: Hackett Publishing) (translated, with an introduction, by P J Olscamp 2001)
- [4] Newton I 1730 *Opticks* 4th edn (Mineola: Dover) (republished 1979 by I B Cohen)
- [5] Mouroulis P and Macdonald J 1997 *Geometrical Optics and Optical Design* (Oxford: Oxford University Press)
- [6] Katz M 2004 *Introduction to Geometrical Optics* (Singapore: World Scientific)
- [7] Niedrig H 2004 *Bergmann – Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3: Optik; 10. Auflage* (Berlin: Walter de Gruyter)
- [8] Möller K D and Bérgeot C 2007 *Cours d'Optique* (Paris: Springer)
- [9] Bass M and Mahajan V N 2010 *Handbook of Optics* 3rd edn (New York: McGraw-Hill)
- [10] Halliday D, Resnick R and Walker J 2014 *Fundamentals of Physics* 10th edn (New York: Wiley)
- [11] Wiesner H 1994 Ein neuer Optikkurs für die Sekundarstufe I, der sich an Lernschwierigkeiten und Schülervorstellungen orientiert *NiU Phys.* **22** 7
- [12] Evans J G 2003 Lens diagrams and PowerPoint *Phys. Educ.* **38** 281

- [13] Molesini G 2005 The lens equation revisited *Phys. Educ.* **40** 151
- [14] Razpet N, Susman K and Čepič M 2009 Experimental demonstration of longitudinal magnification *Phys. Educ.* **44** 84
- [15] Suppattayaporn D, Panijpan B and Emarat N 2010 Can we trace arbitrary rays to locate an image formed by a thin lens? *Phys. Teach.* **48** 256
- [16] Rabal H, Cap N and Trivi M 2011 Images of axial objects *Phys. Educ.* **46** 407
- [17] Santana A, Rodríguez Y, Gómez E A 2012 Construction of ray diagrams in geometrical optics: a media-focused approach *Phys. Educ.* **47** 715
- [18] Goldberg F M and McDermott L C 1987 An investigation of student understanding of the real image formed by a converging lens or concave mirror *Am. J. Phys.* **55** 2
- [19] Galili I and Hazan A 2000 The influence of an historically oriented course on students' content knowledge in optics evaluated by means of facets-schemes analysis *Am. J. Phys.* **68** S3
- [20] Viennot L 2004 *Reasoning in Physics: The Part of Common Sense* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers)
- [21] Hubber P 2005 Explorations of year 10 students' conceptual change during instruction *Asia-Pac. Forum Sci. Learn. Teach.* **6** 1
- [22] Adelson E H and Wang J Y A 1992 Single lens stereo with a plenoptic camera *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **14** 99
- [23] Georgiev T, Zheng K C, Curless B, Salesin D, Nayar S and Intwala C 2006 Spatio-angular resolution tradeoffs in integral photography *Rendering Tech.* **2006** 263
- [24] Vaish V 2007 *Synthetic Aperture Imaging Using Dense Camera Arrays* (Stanford: Stanford University) <https://graphics.stanford.edu/~vaibhav/pubs/thesis.pdf> (accessed 9 July 2015)
- [25] Dilek U and Sahin M 2013 Investigating accommodation using eyes and lenses *Phys. Educ.* **48** 194
- [26] Colicchia G, Hopf M, Wiesner H and Zollman D 2008 Pinhole glasses *Phys. Teach.* **46** 26
- [27] Tavakoli B, Javidi B and Watson E 2008 3D visualization by photon counting computational Integral Imaging *Opt. Express* **16** 4426
<https://www.osapublishing.org/vjbo/fulltext.cfm?uri=oe-16-7-4426&id=154957> (accessed 9 July 2015)
- [28] Daneshpanah M and Javidi B 2008 3D multi perspective imaging with randomly distributed sensors *J. Phys. Conf. Ser.* **139** 012017 http://iopscience.iop.org/1742-6596/139/1/012017/pdf/jpconf8_139_012017.pdf (accessed 9 July 2015)
- [29] Xiao X, Javidi B, Martínez-Corral M and Stern A 2013 Advances in 3D integral imaging: sensing, display, and applications *Appl. Opt.* **52** 546
- [30] Grusche S and Theilmann F (2015) An RGB approach to extraordinary spectra *Eur. J. Phys.* **36** 055018
- [31] Ziegler M and Priemer B 2015 From the pinhole camera to the shape of a lens: the camera-obscura reloaded *Phys. Educ.* **50** 706
- [32] Hernández C 2014 *Lens Blur in the New Google Camera App* (<http://googleresearch.blogspot.de/2014/04/lens-blur-in-new-google-camera-app.html>) (accessed 14 March 2015)
- [33] Holtsmark T 1970 Newton's experimentum crucis reconsidered *Am. J. Phys.* **38** 1229
- [34] Hardman M and Riordan J P 2014 How might educational research into children's ideas about light be of use to teachers? *Phys. Educ.* **49** 644
- [35] Mohan A, Lanman D, Hiura S and Raskar R 2009 Image destabilization: programmable defocus using lens and sensor motion *IEEE Int. Conf. Computational Photography (ICCP)* p 1

Manuskript 4

This is an **Accepted Manuscript** of an article published by IOP in *Physics Education* on 18 July 2016, available online: <https://doi.org/10.1088/0031-9120/51/5/056501>

Comment on ‘From the pinhole camera to the shape of a lens: the camera-obscura reloaded’

Sascha Grusche

Physikdidaktik, Pädagogische Hochschule Weingarten, Kirchplatz 2, 88250 Weingarten

E-mail: saschagrusche@gmail.com

Abstract

In the article ‘From the pinhole camera to the shape of a lens: The camera-obscura reloaded’ (*Phys. Educ.* **50** 706), the authors show that a prism array, or an equivalent lens, can be used to bring together multiple camera obscura images from a pinhole array. It should be pointed out that the size of the camera obscura images is conserved by a prism array, but changed by a lens. To avoid this discrepancy in image size, the prism array, or the lens, should be made to touch the pinhole array.

In their article ‘From the pinhole camera to the shape of a lens: The camera-obscura reloaded’ [1], M. Ziegler and B. Priemer derive the shape of a lens from a prism array behind a pinhole array. With a pinhole array in front of a luminous object, they produce an array of camera obscura images, that is, multiple dim images of the luminous object. To get a single bright image, the only thing left to do is to ‘overlap the images produced by the different holes’. The authors achieve this image overlap by placing a prism array between the pinhole array and the projection screen. After this prism experiment, they continue with a thought experiment: ‘If one applies the principle further [...], then the diaphragm would become increasingly perforated and essentially disintegrate while the number of prisms would continue to increase and their size would decrease’, making a plano-convex lens. Finally, the authors derive the thin lens equation based on a single ray going through a prism.

Although the prism experiment and the lens equation are related to one another, there is a discrepancy that has been overlooked: If a prism is large enough to receive a whole camera obscura image, different image points are shifted by about the same amount (because different rays going through the same prism have about the same deflection angle). If various prisms are small enough to compose a lens, different image points are shifted by different amounts (because different rays going through different prisms have different deflection angles). Hence, the size of a camera obscura image on the screen is conserved by a prism, but changed by a lens, see figure 1.

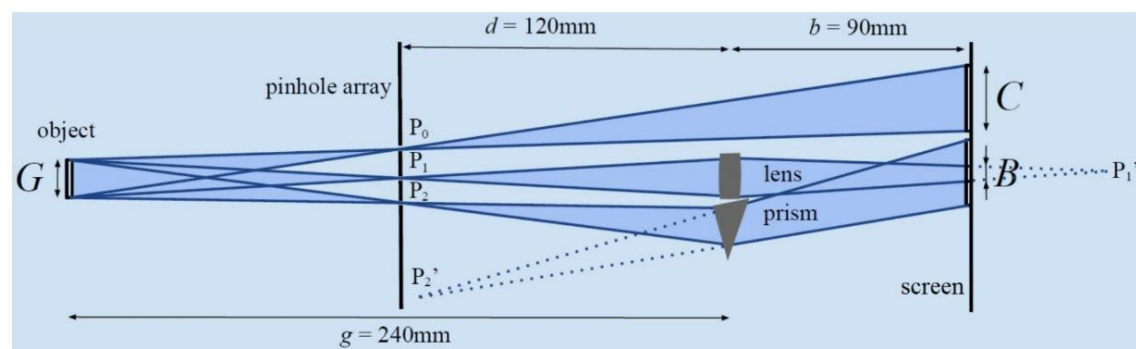


Figure 1. Camera obscura image behind a lens versus prism (cf Fig. 4 in [1]). The lens image P_1' of a given pinhole P_1 generally appears at some other distance from the lens than the pinhole itself, whereas the prismatic image P_2' of a given pinhole P_2 appears at about the same distance d from the prism as the pinhole. The rays that connect P_1' with the camera obscura image on the lens lead to a smaller camera obscura image on the screen than the rays that connect P_2' with the camera obscura image on the prism ($B < C$), unless the array of pinholes P_0 , P_1 and P_2 coincides with the prism or lens.

For an object of size G , let us calculate the size of the coincident camera obscura images behind a prism array, and a lens, respectively. Behind an array of thin prisms, each of the coincident images has about the same size as an ordinary camera obscura image, which is

$$C = \frac{d+b}{g-d} G \quad (1)$$

where d is the distance from the pinhole array to the prism array, b is the distance from the prism array to the coincident images, and g is the distance from the object to the prism array; see figure 1. Behind a thin lens, each of the coincident images has the same size as an ordinary lens image, which is

$$B = \frac{b}{g} G, \quad (2)$$

where b is the distance from the lens to the coincident images, and g is the distance from the object to the lens; see figure 1.

In the authors' example ($g = 240$ mm, $d = 120$ mm, $b = 90$ mm) [1], cf figure 1, the size of the coincident images behind the prism array is, according to equation (1), $C = 1.75 G$. In contrast, the size of the coincident images behind an equivalent lens would be, according to equation (2), $B = 0.375 G$, which is much smaller.

Generally speaking, the ratio between the size B of the coincident images behind a lens and the size C of the coincident images behind a prism array is, according to equations (1) and (2),

$$\frac{B}{C} = \frac{b(g-d)}{g(b+d)}. \quad (3)$$

We conclude: The further the lens is behind the pinhole array, the smaller the lens image compared to each of the original camera obscura images.

To avoid this discrepancy in image size, we can set $d = 0$ by making the prism array touch the pinhole array. This corresponds to making the lens touch the pinhole array. In this special case, all the rays from a given pinhole are deflected equally so that all of the associated image points are shifted equally. Hence, the size of the camera obscura images is conserved, according to equation (3). Thus, we can strengthen the analogy between a prism array and a lens. Moreover, we can now treat the object as a whole, and trace arbitrary rays. This case is described in the article 'Seeing lens imaging as a superposition of multiple views' [2].

References

- [1] Ziegler M and Priemer B 2015 From the pinhole camera to the shape of a lens: the camera-obscura reloaded *Phys. Educ.* **50** 706
- [2] Grusche S 2016 Seeing lens imaging as a superposition of multiple views *Phys. Educ.* **51** 015006

Manuskript 5

This is an **Accepted Manuscript** of an article published by IOP in *Physics Education* on 15 September 2016, available online: <https://doi.org/10.1088/0031-9120/51/6/064001>

Two different looks at Kepler's refraction experiment

Sascha Grusche¹ and Steffen Wagner²

¹ *University of Education Weingarten, Physics Education, Kirchplatz 2, Weingarten/Germany*

² *Humboldt-Universität zu Berlin, Physics Education, Newtonstraße 15, Berlin/Germany*

E-mail: saschagrusche@gmail.com

Abstract

Most refraction experiments are theory-laden and far from everyday experience. Accordingly, many students fail to apply the law of refraction to phenomena. To guide students from phenomena to theory, teachers can use a refraction experiment proposed by Kepler, where measurements are based on shadow images. For a different look at Kepler's experiment, one can use the principle of reversibility to get equivalent results, but based on apparent depth. For this reversal, rays of light are reinterpreted as lines of sight, and vice versa. The principle allows students to relate refracted rays to shifted images, and applies to other optical phenomena.

1. Introduction

Phenomena of refraction can be observed in everyday life: If you look at a spoon in a cup of tea, it appears broken; if you look into a swimming pool, the floor appears to bend upwards toward the edges; if you look into an aquarium, the fish appear closer than they actually are. These phenomena are in the realm of images.

School experiments on refraction, however, are mostly in the realm of rays [1-6]. To visualize the geometric concept of light rays, teachers typically use narrow light beams from a white-light 'ray box' [7], or from a laser [1-5]. To avoid two-fold refraction, teachers often use a semi-circular prism [2-4]. What students can see in these theory-laden experiments is not images, but reified rays. Accordingly, many students struggle relating the law of refraction to everyday phenomena [8-11], and many students treat rays as corporeal entities [12].

How can teachers help students to understand the connection between refracted rays and shifted images? We recommend performing a refraction experiment proposed by Kepler, which is based on the *projection* of shadow images through transparent media and onto a measuring scale (section 2). We show how the principle of reversibility allows us to exchange the light source from Kepler's experiment with an observer. This way, we design a reverse version, which is based on the *inspection* of the measuring scale through transparent media (section 3). The results from both versions of the experiment are equivalent. Thus, we can arrive at the law of refraction based on images (section 4). Discussing measurement uncertainties is insightful in itself (section 5), and the apparatus can be used for further related experiments (section 6). In section 7, we highlight the advantages of Kepler's experiment, and its reversal.

2. Kepler's refraction experiment

In his *Dioptrik* [13], the German astronomer Johannes Kepler proposes an experiment for measuring the angles of incident and refracted rays based on shadow images. For this refraction experiment, a transparent block is attached inside one of the corners of a container whose walls are as high as the block, see figure 1. When this apparatus is placed into direct sunlight, the shadow image of the wall is shorter inside the block than outside the block. With scale markings beside the block and underneath, one can measure the different sizes a and b of these shadow images. Based on these measurements and the height h of the block, one can calculate the angle of incidence and the angle of refraction. By Kepler's definition, a ray of light is simply a line that indicates the path of light [14]. In the context of Kepler's refraction experiment, teachers may introduce rays as lines that are used to connect the shadow image of the wall—via the wall itself—with the sun.

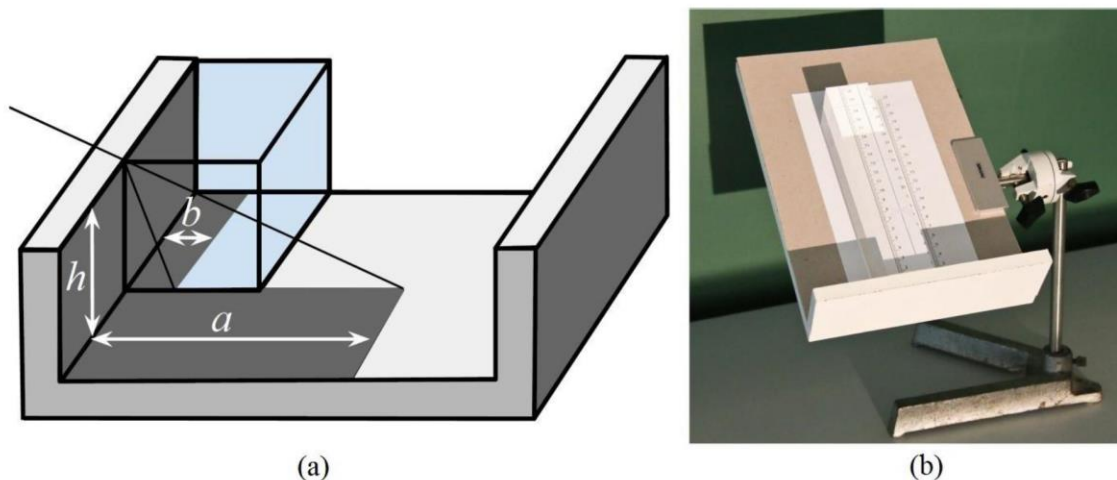


Figure 1. Kepler's refraction experiment. (a) Schematic representation (adapted from figure 1 in Kepler's *Dioptrik* [13]). Based on the two shadow images of the wall, one can construct the incident ray and the refracted ray. From the height h of the wall and the widths a and b of its shadow images outside and inside the transparent block, Kepler proposes to calculate the angle of incidence α and the angle of refraction β . (b) Photo of the apparatus, featuring a block of acrylic glass with height $h = 5.3$ cm.

For Kepler's experiment, we need direct sunlight from a clear sky, otherwise the shadow image is too blurry. To vary the angle of incidence, we need to tilt the apparatus at various angles, otherwise we would have to wait several hours for the sun to move relative to the horizon. In any case, we must always make sure that the shadow images are rectangular, otherwise the perpendicular side of the block does not coincide with the plane of refraction.

3. Kepler's experiment in reverse

Before he describes his refraction experiment, Kepler states the optical **principle of reversibility**:

'The refraction remains the same, whether the rays are entering or exiting, whichever way you want to imagine it'. (translated from the German version [13])

Unlike Kepler, we will apply this principle to his refraction experiment. According to this principle, the refraction should be the same whether we imagine the rays to go from the air into the transparent block, or the other way around, from the transparent block into the air.

In other words, we can replace Kepler's rays of light by lines of sight: Instead of projecting the edge of the wall onto the measuring scale, we can inspect the measuring scale via the edge of the wall. Thus, we can move our head up and down in front of the apparatus, rather than tilting the apparatus to and fro.

Conversely, we can replace Kepler's lines of sight—which he did not draw in his diagram—by rays of light: Instead of viewing the measuring scale from arbitrary directions, we can now illuminate it from arbitrary directions. Thus, we may even use diffuse light, rather than direct sunlight.

Literally, then, the principle of reversibility allows us to have a different look at Kepler's apparatus, and to see it in a new light.

4. Results from both versions

In our reverse version of Kepler's refraction experiment, the part of the floor that is hidden from view always corresponds to the part of the floor onto which the shadow image is projected in Kepler's own version, cf figures 2(a) and (b). Just as the shadow image is shorter when projected through the block rather than through air, the hidden part of the measuring scale is shorter when inspected through the block rather than through air. Thus, measuring the lengths a and b of the shadow images is equivalent to measuring the lengths a and b of the hidden parts of the floor.

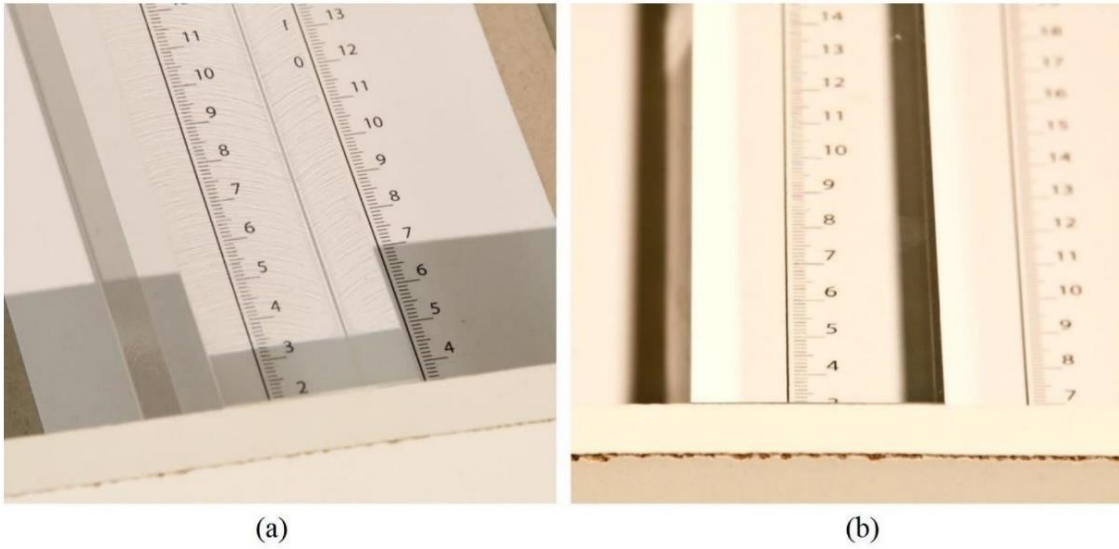


Figure 2. Performing both versions of the refraction experiment. (a) Kepler's version: Projection of shadow images of the wall. The lengths of the shadow images are $b = 3.3$ cm (inside the block of acrylic glass) and $a = 7.0$ cm (outside the block). (b) Reverse version: Inspection of the scale via the wall. The lengths of the hidden parts of the scale are $b = 3.3$ cm (under the block) and $a = 7.0$ cm (beside the block).

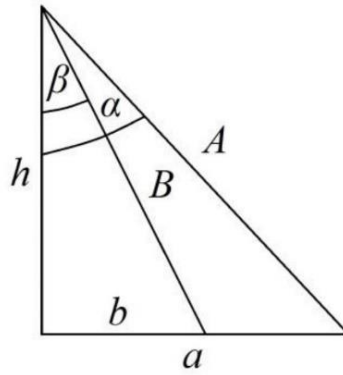


Figure 3. Relevant variables. These are the height h of the wall, the lengths a and b of the shadow images (or hidden parts), the distances A and B between the edge of the wall and the scale markings for a and b , and the angles of incidence α and refraction β .

For a given height h of the wall, we can use the lengths a and b to calculate the angle of incidence α and the angle of refraction β , see figure 3:

$$\alpha = \arctan \frac{a}{h} \quad (1)$$

$$\beta = \arctan \frac{b}{h} \quad (2)$$

However, plotting the angle of refraction β versus the angle of incidence α yields no linear graph. Instead of angles, let us try distances. Plotting b versus a yields no simple relationship, either. Plotting b/h versus a/h would make no qualitative difference, because the height h is constant. The only obvious option that remains is to plot b/B versus a/A , where B and A are the distances between the edge of the wall and the documented scale markings for b and a , see figure 3. Using the Pythagorean theorem, we can use our measurements of h , a and b to calculate

$$\frac{b}{B} = \frac{b}{\sqrt{h^2 + b^2}}, \quad (3)$$

$$\frac{a}{A} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}}. \quad (4)$$

With the definition of the sine function,

$$\frac{b}{B} = \sin\beta, \quad (5)$$

$$\frac{a}{A} = \sin\alpha, \quad (6)$$

plotting b/B versus a/A amounts to plotting $\sin\beta$ versus $\sin\alpha$.

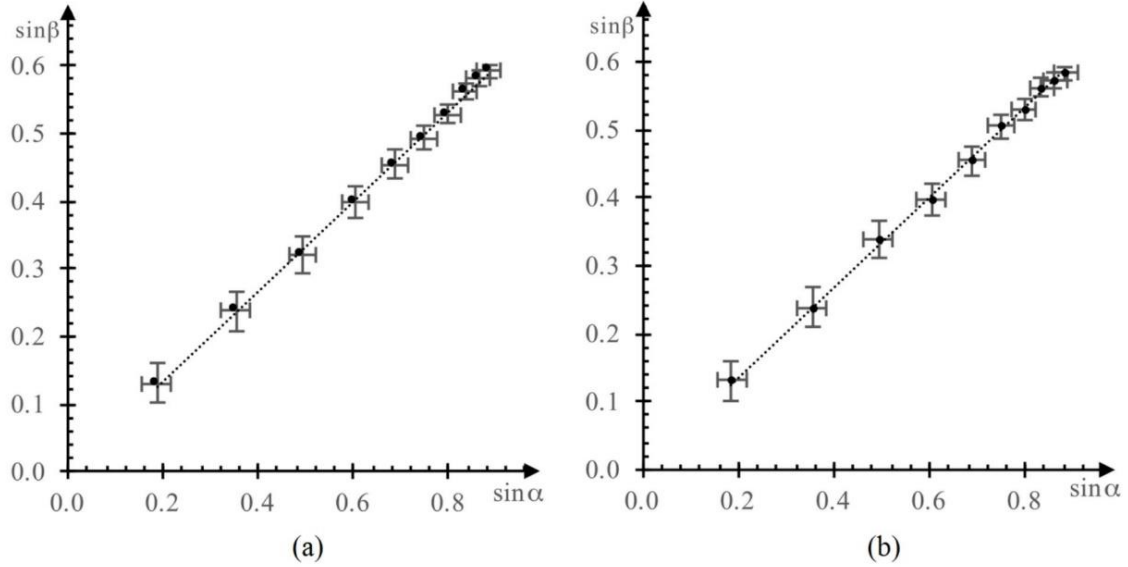


Figure 4. Plotting $\sin\beta$ versus $\sin\alpha$ yields a linear graph. (a) Data from Kepler's experiment (projection). (b) Data from the reverse version (inspection).

This way, we do get a linear graph, see figure 4. Its slope is

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \text{const.} \quad (7)$$

The slope varies according to the medium. Its inverse is known as the refractive index n (relative to air). Thus, with a heuristic approach to the data from Kepler's apparatus, we have arrived at the law of refraction.

Unfortunately, Kepler failed to find this law. This is partly because he relied on others' inaccurate data, instead of measuring the angles himself [15]. Kepler and his contemporaries did not even know that the law had already been discovered in the 10th century by the Arab scholar Ibn Sahl [16]. It had to be rediscovered in the 17th century by the English astronomer Thomas Harriot [15], the Dutch mathematician Willebrord Snell, and the French philosopher René Descartes [17].

5. Discussion

Regarding our measurements, we need to consider two sources of measurement uncertainties: One is related to the measuring scales, the other one to the extent of the light source or eye pupil, respectively. We will discuss the error due to measurement uncertainties for the angle of incidence α ; the same considerations are applicable to the angle of refraction β .

First, let us consider the uncertainty due to the measuring scales, see figure 5(a). The length of the shadow (or of the hidden floor) is $a \pm \Delta a$, where $\Delta a = 1$ mm, if the smallest scale unit is 1 mm. This is true for projection as well as inspection. The wall casting the shadow (or being looked across) has a height of $h \pm \Delta h$, where $\Delta h = 1$ mm for a typical ruler. Instead of following the complicated propagation of uncertainty via $\tan\alpha = a/h$, we approximate the error using geometry: For a measured wall height h and a measured shadow length a , the greatest possible error occurs if the actual wall height is $h \pm \Delta h$ and length of the shadow (or of the hidden floor) is $a \mp \Delta a$.

Now, let us consider the uncertainty due to the extent of the light source or of the eye pupil, respectively; see figure 5(b). In the case of projection, the sun produces a shadow image with blurry edges. This is because the sun illuminates the wall from multiple directions at once, having angular size $\delta = 0.5^\circ$, as measured from the edge of the wall. In the case of inspection, the wall appears blurry if the measuring scale appears sharp, and vice versa. This is because the pupil provides multiple views at once [18], subtending an angle $\delta \approx \arctan d/D$ at the edge of the wall, where d is the pupil diameter, and D is the distance between the pupil and the edge of the wall. The angle δ contributes to the measurement uncertainty.

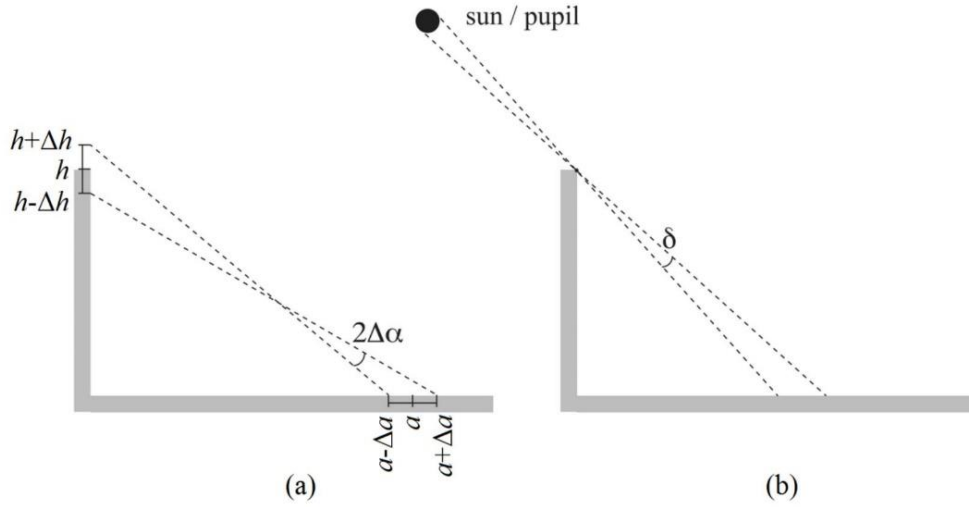


Figure 5. Geometric estimation of measurement uncertainties. (a) Uncertainties related to the scale markings. (b) Uncertainties related to the apparent diameter of the sun or pupil, respectively.

If both types of errors are taken together, the maximum angle is:

$$\alpha_{max} = \arctan\left(\frac{a+\Delta a}{h-\Delta h}\right) + \delta \quad (8)$$

The corresponding minimum angle is:

$$\alpha_{min} = \arctan\left(\frac{a-\Delta a}{h+\Delta h}\right) - \delta \quad (9)$$

The resulting error is estimated to be:

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_{max} - \alpha_{min}}{2} \quad (10)$$

From here on, the error propagates through $\sin \alpha$, $\sin \beta$, and their ratio, that is, to the index of refraction n . The error bars in figure 4 represent these considerations.

For the blurriness of the wall to be equal to the blurriness of its shadow image, the apparent size of the pupil should be the same as the apparent size of the sun, which is half a degree. For example, if the pupil diameter is $d = 4$ mm, the distance between the eye and the edge of the wall should be $D \approx 0.5$ m. Only then is the measurement uncertainty the same as in Kepler's original experiment. In our reverse version, we may reduce the measurement uncertainty by placing a pinhole in front of the pupil.

Further uncertainties arise from chromatic aberrations due to spectral dispersion, but those are negligible. Serious errors may occur if the relevant edges of the block are bevelled. Moreover, the scale readings are invalid if the plane of refraction is markedly tilted with respect to the side of the block.

6. Outlook

The setup for Kepler's experiment lends itself to further investigations into aspects of refraction, namely apparent depth, total internal reflection, and refraction at a plane-parallel plate. We will outline these investigations in the following.

6.1. Apparent depth

In the reverse version of Kepler's experiment, it appears as though the scale is lifted. Let us find out the height at which the scale appears. To that end, we use an additional scale beside the block: We lift that scale until the hidden part of it has the same length as the scale under the block. Then, the lifted scale beside the block is at the same height as the corresponding virtual image inside the block, see figures 6(a) and 7. In this case, we are measuring the apparent depth of the so-called *sagittal* image, which appears perpendicularly above the object. (Note that there is also the so-called *meridional* image, which appears above and in front of the object. However, the meridional image is only noticeable if both eyes are used and the eyeline is not parallel to the refracting surface.) Thus, we can use Kepler's experiment as a bridge to the phenomenon of *apparent depth*, cf [14, 19-21].

In Kepler's own version, we can obtain the same data by lifting the scale beside the block until the shadow image on it has the same length as the shadow image inside the block, see figure 6(b). However, there is another way to understand why the shadow image inside the block is otherwise shorter than the shadow image outside: To an observer inside the block, the sun would appear higher in the sky than it actually is.

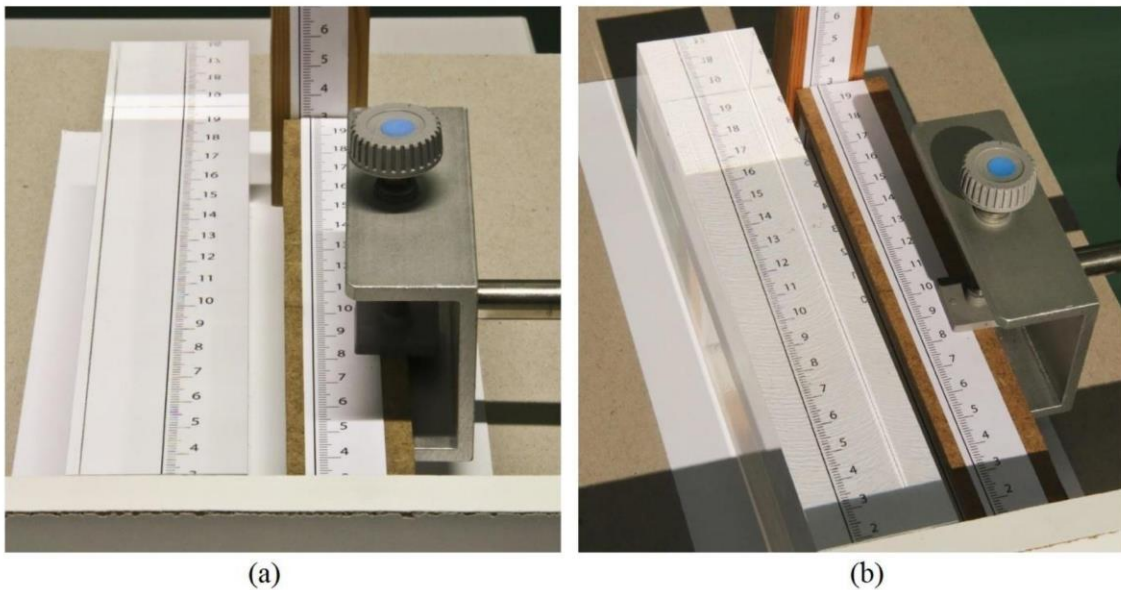


Figure 6. Measuring apparent depth. (a) Inspection. The scale beside the transparent block is lifted so that its hidden part has the same length b as the hidden part of the scale under the block. For $b = 3.3$ cm, the scale is lifted by about 3.2 cm. (b) Projection. The scale beside the transparent block is lifted so that the shadow image on it has the same length b as the shadow image inside the block. For $b = 3.3$ cm, the scale is lifted by about 3.2 cm.

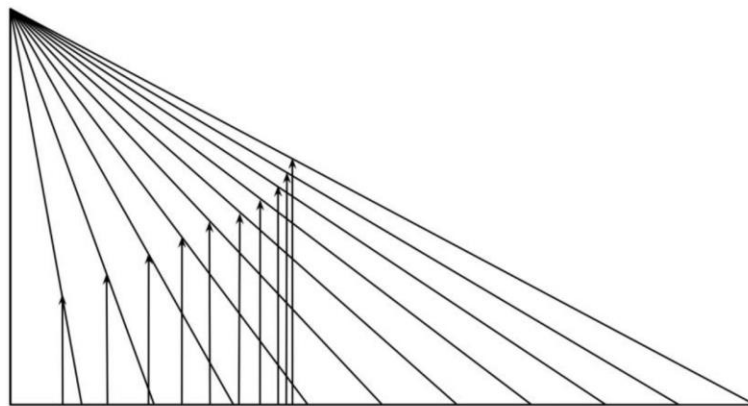


Figure 7. Dependence of apparent depth on the angle of incidence. As indicated by the arrows, the scale under the block appears to be lifted, depending on the angle of incidence. The schematic diagram is based on the measurements for ten different angles of incidence, cf figure 4.

6.2. Total internal reflection

In Kepler's original experiment, we find a shadow image behind the transparent block, and an extraordinarily bright area inside the block, see figure 8(a). With the sun as the light source, the shadow image of the block is always as long as the shadow image of the wall, and the bright area inside the block is always as long as the shadow image inside the block. We conclude that light is refracted at the top surface of the block and reflected at the backside of the block. By varying the angle of incidence and the medium, we can find out the conditions under which the bright area appears and disappears. Thus, we can use Kepler's experiment as an introduction to *total internal reflection*, cf [5].

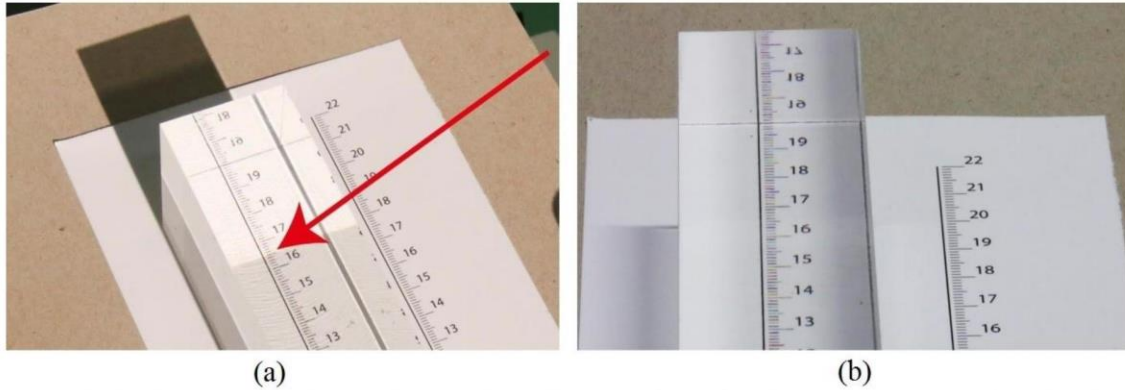


Figure 8. Total internal reflection. (a) In Kepler's version, there is a shadow behind the transparent block and an extraordinarily bright area inside the block. (b) In the reverse version, there is a mirror image in the backside of the block, corresponding to the extraordinarily bright area.

For the reverse version, we need to ensure that all lines of sight (for a given point of the pupil) coincide with the corresponding rays of light (for a given point of the light source). This is almost impossible with almost parallel rays from the sun. Thus, we recommend using a bright, point-like lamp instead of the sun, such as a smartphone flashlight. For convenience, we place the lamp at about the same level as the refraction apparatus. To vary the angle of incidence, we tilt the apparatus to and fro. If we place the eye at the position of the lamp, we can see a mirror image of the scale in the backside of the block, see figure 8(b). The mirrored part of the scale has the same length as the additionally illuminated part of the scale. Because the eye is at the same position as the lamp, all lines of sight coincide with all rays of light, see figure 9. In contrast to rays from the sun, different rays from a given point of the lamp have markedly different angles of incidence. Hence, the extraordinarily bright area is now longer than the shadow image inside the block.

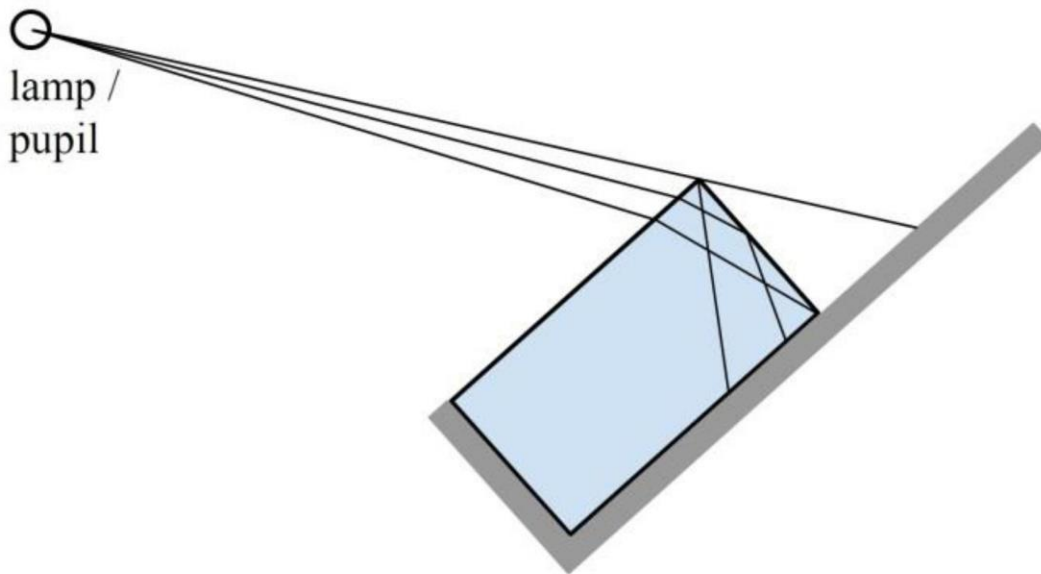


Figure 9. Rays of light, or lines of sight, for total internal reflection.

6.3. Refraction at a plane-parallel plate

We can use two parallel refracting surfaces of the block instead of one, and have them perpendicular to the floor, rather than parallel to it. For convenience, we recommend using a small lamp instead of the sun. We place it about half a meter away from the block, but on the same level. An opaque barrier placed in front of the block will cast a shadow onto the floor, see figure 10(a). If the edge of the shadow is inclined to the block, we can see that it is refracted at both sides of the block. The edges of the shadow before and after the block are mutually parallel. On a wall behind the block, we see two shadow images of the barrier: One, which appears within the faint shadow of the transparent block, is horizontally displaced from the other, which appears without that faint shadow. On the one hand, we mark the two shadow images on the wall; on the other hand, we mark the two places where the edges of the shadow meet the block, see figure 10(a). Afterwards, we can connect these marks by drawing rays outside and inside the block. Thus, we can use a variation of Kepler's experiment to treat refraction at a *plane-parallel plate*.

To switch from rays of light to lines of sight, we replace the lamp with the eye. Then, both marks on the wall, as well as both marks on the block, appear just along the edge of the barrier, see figure 10(b). Conversely, this part of the experiment offers students an intuitive approach to a commonly-used method: They can place pins along the line of sight to represent points along the rays of light [17,22].

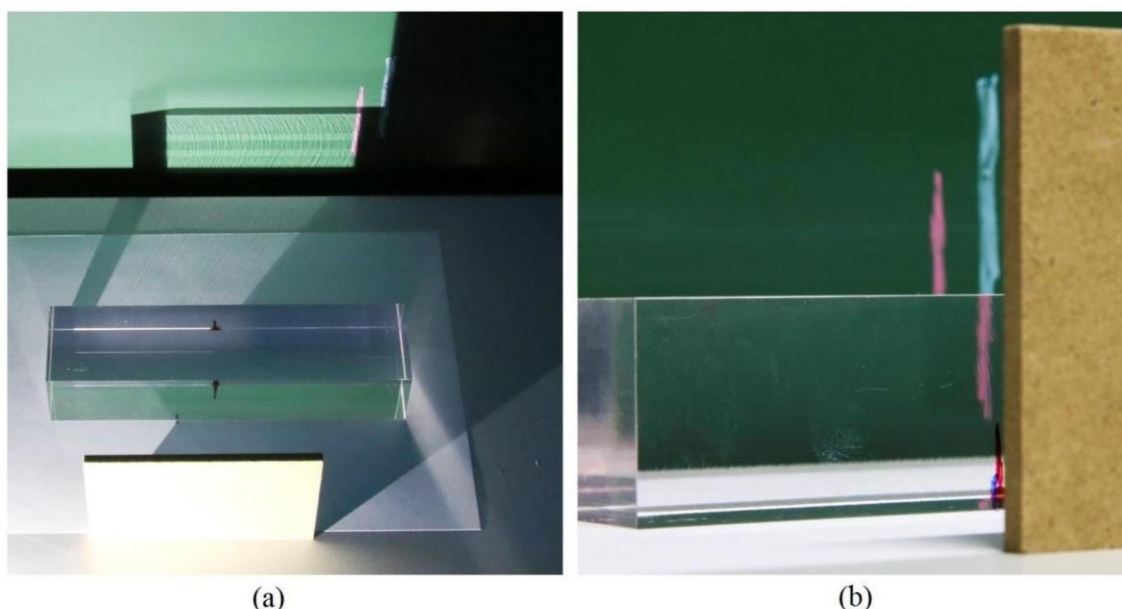


Figure 10. Refraction at a plane-parallel plate. (a) Projection. The marks on the wall and on the block indicate the edges of non-refracted and refracted shadows. (The mark appearing in the middle of the block is a reflection of the mark on the backside of the block.) (b) Inspection. All marks appear along the edge of the barrier.

7. Conclusion

There are several advantages in Kepler's refraction experiment, and our reverse version. First, the apparatus is easy to build, even for liquids. Second, the measurements are based on images, not beams of light; thus, the ray model is introduced by abstracting from visual experience, not by visualizing an abstract concept. Third, students can see the link between light and sight by switching between the 'objective' perspective on projected images and the 'subjective' perspective on virtual images. In these image-based experiments, students can gain the same insights as in ray-based experiments—yet their observations will be closer to everyday phenomena.

References

- [1] Lanchester P C 2014 Studies of the reflection, refraction and internal reflection of light *Phys. Educ.* **49** 532-536
- [2] Rodrigues M and Carvalho P S 2014 Teaching optical phenomena with Tracker *Phys. Educ.* **49** 671-677

- [3] Azevedo A C, Vieira L P, Aguiar C E and Santos A C F 2015 Teaching light reflection and refraction to the blind *Phys. Educ.* **50** 15-18
- [4] Wong S L and Mak S-Y 2008 Investigative studies of refractive indices of liquids and a demonstration of refraction by the use of a laser pointer and a lazy Susan *Phys. Educ.* **43** 198-202
- [5] Tamang S, Nopparatjamjomras S, Chitaree R and Nopparatjamjomras T R 2015 Using the missing pin to challenge concepts of refraction and total internal reflection *Phys. Educ.* **50** 28-31
- [6] Joshi A and Serna J D 2012 Refractive index of a transparent liquid measured with a concave mirror *Phys. Educ.* **47** 559-562
- [7] Hardman M and Riordan J P 2014 How might educational research into children's ideas about light be of use to teachers? *Phys. Educ.* **49** 644-653
- [8] Kaewkhong K, Mazzolini A, Emarat N and Arayathanitkul K 2010 Thai high-school students' misconceptions about and models of light refraction through a planar surface *Phys. Educ.* **45** 97-107
- [9] Corni F 2006 Water tank experiment clears up some refraction misconceptions *Phys. Educ.* **41** 103-104
- [10] Wagner S, Priemer B, Boczianowski F and Linder C 2014 Analyse des Modellverständnisses Physikstudierender am Beispiel der optischen Brechung *Heterogenität und Diversität – Vielfalt der Voraussetzungen im naturwissenschaftlichen Unterricht* ed S Bernholt (Kiel: IPN) pp. 178-180 (www.gdcp.de/index.php/tagungsbaende/tagungsband-uebersicht/161-tagungsbaende/2015/10017-2015-4285) (accessed 4 September 2016)
- [11] Kaltakci D and Eryilmaz A 2010 Sources of optics misconceptions. *Contemporary Science Education Research: Learning and Assessment* ed G Cakmakci and M F Tasar (Ankara: Pegem Akademi) pp 13-16 (www.esera.org/media/conferences/Book4.pdf) (accessed 4 September 2016)
- [12] Viennot L 2004 *Reasoning in Physics: The Part of Common Sense* (Dordrecht: Kluwer)
- [13] Kepler J 1611 *Dioptrik* (Augsburg: David Franke)
- [14] Kepler J 1604 *Ad Vitellionem Paralipomena* (Frankfurt: C. Marnius & Heirs of J. Aubrius)
- [15] Lohne J A 1975 Kepler and Harriot – their search for a law of refraction *Vistas Astron.* **18** 857-858
- [16] Rashed R 1990 A pioneer in anaclasses: Ibn Sahl on burning mirrors and lenses *Isis* **3** 464-491
- [17] Fincham W H A and Freeman M H 1974 *Optics*. 8th edn (London: Butterworth)
(http://samples.sainsburysebooks.co.uk/9781483103235_sample_760680.pdf) (accessed 6 May 2016)
- [18] Grusche S 2016 Seeing lens imaging as a superposition of multiple views *Phys. Educ.* **51** 015006
- [19] Farkas N, Henriksen P N and Ramsier R D 2006 Index of refraction without geometry *Phys. Educ.* **41** 69-72
- [20] Grebe-Ellis J, Theilmann F and Rang M 2009 Lichtspuren im Wasser. Ein Experiment zum Verhältnis von Brechung und Hebung *PhyDid A* **3** 86-91
(<http://www.phydid.de/index.php/phydid/article/view/90/96>) (accessed 6 May 2016)
- [21] Yang P-K, Liu J-Y and Ying S-P 2015 Experimentally determining the locations of two Astigmatic images for an underwater light source *Am. J. Phys.* **83** 403-408
(<http://scitation.aip.org/content/aapt/journal/ajp/83/5/10.1119/1.4905118>) (accessed 6 May 2016)
- [22] García-Martínez P *et al* 2015 Innovative education networking aimed at multimedia tools for geometrical optics learning *Proc. SPIE* **9793** 9730L
(http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/50261/1/2015_Garcia-Martinez_etal_ProcSPIE.pdf) (accessed 6 May 2016)

Manuskript 6

Didaktik der Physik

Frühjahrstagung – Hannover 2016

Präkonzepte zur Projektion und Inspektion durch ein Prisma

Sascha Grusche*

*Pädagogische Hochschule Weingarten, Kirchplatz 2, 88250 Weingarten
saschagrusche@gmail.com

Kurzfassung

Das Thema Brechung und Dispersion am Prisma hat einen festen Platz im Kanon des Optikunterrichts. Für die Entwicklung von Unterrichtskonzepten ist es notwendig, die Präkonzepte der Lernenden zu erfassen. Bisher wurden Präkonzepte einerseits zur brechungsbedingten Bildverrückung, andererseits zur dispersionsbedingten Farbauffächerung erhoben. Damit wurden zwei Phänomene getrennt behandelt, obwohl sie stets zusammen auftreten, nämlich als farbabhängige Bildverrückung. Um Präkonzepte im Hinblick auf dieses Gesamtphänomen zu erfassen, wurden schriftliche und mündliche Befragungen zur Projektion und Inspektion durch ein Prisma durchgeführt. Die Ergebnisse können dazu dienen, das Thema Brechung und Dispersion am Prisma lernergerechter als bisher aufzubereiten.

1. Einleitung

Ein weißer Kreis wird durch ein Prisma projiziert: „Es war zuerst eine angenehme Ablenkung, die lebhaften [...] Farben zu sehen [...] Aber [...] ich war überrascht, dass ich sie in einer länglichen Form sah, die meiner Erwartung nach [...] hätte rund sein sollen.“ (Ins Deutsche übersetzt aus [1])

Eine weiße Wand wird durch ein Prisma inspiert: „Ich erwartete, [...] die ganze weiße Wand nach verschiedenen Stufen gefärbt [...] zu sehen. Aber wie verwundert war ich, als die durchs Prisma angeschaute weiße Wand nach wie vor weiß blieb.“ [2]

Hier äußern Newton [1] und Goethe [2] ihre vorwissenschaftlichen Vorstellungen zur Projektion und Inspektion durch ein Prisma. In ähnlicher Weise verfügen Schülerinnen und Schüler über vorunterrichtliche Vorstellungen zu diesem klassischen Thema. Diese Präkonzepte sollen im Unterricht berücksichtigt werden. Bereits erhobene Präkonzepte fassen wir im Folgenden zusammen.

Bei der **Inspektion eines Gegenstands** durch ein Prisma wissen viele Lernende, dass das prismatische Bild mit Lichtbrechung zu tun hat, deuten aber die Erzeugung und Betrachtung des virtuellen Bildes als zwei getrennte Vorgänge [3]. Vor dem Optikunterricht nutzen die Lernenden typischerweise eine *holistische* Denkfigur („Image Holistic Scheme“), in der das Bild als Ganzes sich vom Gegenstand ablöst und durch das Prisma geht [3,4]. Im Unterricht lernen sie eine *Punkt-zu-Punkt*-Denkfigur („Point-to-Point Mapping“) kennen. Demzufolge gehen von jedem Objektpunkt mehrere Strahlen derart durch das Prisma zum Auge, dass sie von einem entsprechenden Bildpunkt zu kommen scheinen [3,4]. Nach

dem Optikunterricht nutzen die Lernenden typischerweise eine *hybride* Denkfigur („Image Projection Scheme“), in der jeder Bildpunkt entlang jeweils eines Strahls zum Betrachter transportiert wird [3,4,5]. Nur selten können sie den korrekten *Strahlenverlauf* angeben. Häufig nehmen sie an, dass ein Strahl vom Objekt zum Prisma auf direktem Wege geht, statt schräg [3,4,5]. Hierbei verwenden die meisten Lernenden einen Strahlbegriff, bei dem Strahlen keine geometrischen Linien, sondern körperhaft sind [4]. Einige Lernende nehmen an, dass Strahlen vom Auge den Gegenstand erfassen [6].

Bei der **Projektion eines Spaltbildes** durch ein Prisma gehen die meisten Lernenden von einem Färbeverhalten des Prismas aus [7]. Viele Lernende akzeptieren jedoch die Erklärung, dass ein Prisma sonnenartiges Licht in seine verschiedenfarbigen Bestandteile zerlegt [7]. Hierbei machen sie aber eher das Glas als die Form des Prismas verantwortlich [7]. Werden Farbfilter in das Spektrum gehalten, gehen einige Lernende von einem Farbmischverhalten oder von einem Färbeverhalten des Filters aus [7]. Selbst nach Unterricht über Spektroskopie verstehen nicht alle Lernenden die optische Wirkung eines Prismas. Nur wenige Lernende erwarten, dass sich ein Spaltspektrum in ein einziges Spaltbild verwandelt, wenn man das Prisma aus dem spektroskopischen Aufbau entfernt [8]. Der *Strahlenverlauf* am Prisma wird meist oberflächlich gelernt; ohne ein tieferes Verständnis für die Lichtbrechung [9,10,11]. Für Lernende sind Brechung und Dispersion meist getrennte Begriffe [10]; manche verbinden Dispersion mit Reflexion oder einem opakem Medium [11].

Diese Erhebungen weisen jedoch einige Schwachpunkte seitens der Physikdidaktiker/innen selbst auf:

- Ähnlich wie die Lernenden *trennen* die Physikdidaktiker/innen oft zwischen Brechung und Dispersion, vgl. [3-5,9].
- Meist sind die Physikdidaktiker/innen auf das *Strahlenmodell* fixiert, vgl. [9-11]. Prismatische *Phänomene* werden kaum thematisiert.
- Auch die Physikdidaktiker/innen unterliegen *Fehlvorstellungen*. Sie erwarten zum Beispiel, dass ein weißes Lichtbündel nach zwei umgekehrten Prismen wieder als solches austritt [10]. Richtige Antworten werden dadurch als falsche bewertet und umgekehrt. Fragen zu Perspektivunterschieden und Farbsäumen bei der Inspektion durch ein Prisma fehlen, vgl. [3-5].

Deshalb führen wir eine Erhebung durch, bei der die Farbzerlegung und die Bildverrückung als Gesamtphänomen thematisiert werden.

2. Gegenstand der Erhebung

Ziel der Erhebung ist es, Vorstellungen von Schüler/innen der 7. Jahrgangsstufe zur Projektion und Inspektion durch ein Prisma zu erfassen. Vorstellungen sind gedankliche Prozesse; als solche sind sie wandelbar [12]. Die Vorstellungen werden im Rahmen des bewährten Modells der Didaktischen Rekonstruktion erhoben [13]. Demnach kommt es nicht auf die Häufigkeit, sondern auf das Wesen der Vorstellungen an [13]. Mit steigender Komplexität werden sie als *Begriffe*, *Konzepte*, *Denkfiguren* oder *Theorien* eingestuft und beschrieben [13].

Im Hinblick auf die didaktische Strukturierung in Form eines bildbasierten Zugangs zur Spektroskopie [14-16] stellen wir folgende Leitfragen:

- Welcher *Begriff* liegt dem Wort „Strahl“ zu Grunde?
- Mit welchen *Konzepten* werden Bilder untereinander und mit Strahlen in Bezug gesetzt?
- Mit welchen *Denkfiguren* werden prismatische Phänomene vorhergesagt oder nachvollzogen?

3. Methoden der Erhebung

Um einen Überblick über Präkonzepte von Siebtklässler/innen zu gewinnen, wurden *Fragebögen im offenen Format* verwendet. 19 Fragebögen zu Prismen (und Linsen) wurden in insgesamt zwei siebten Klassen ausgeteilt; hiervon wurden drei nicht bearbeitet ($N = 16$). Die Bearbeitungszeit betrug 45 Minuten. Die Schüler/innen hatten bereits die Schattenlehre und die Farbzerlegung von Sonnenlicht am Prisma behandelt, aber weder das Strahlenmodell, noch andere Prismenversuche kennengelernt.

Um einen tieferen Einblick zu erhalten und den Wandel der Präkonzepte bei einem bildbasierten Zugang zu untersuchen, wurden *leitfadengestützte, problemzentrierte Interviews* durchgeführt, vgl. [12]. Das Interview hatte zwei Prismenversuche zum Lerngegenstand: einerseits die Projektion eines Schwarzweißbildes eines Frauengesichts durch ein

Prisma, andererseits die Inspektion eines weißen Spielzeugautos und einer dahinter befindlichen weißen Streichholzschachtel mit buntem Logo durch ein Prisma. Bei beiden Versuchen wurden im Verlauf des Interviews Farbfilter hinzugefügt, um Einzelbilder innerhalb der Spektren zu offenbaren. Bei diesem Vermittlungsexperiment sollten die Schüler Beobachtungen vorhersagen, beschreiben und erklären, vgl. [17,18]. Der Interviewer lieferte Erklärungsansätze so spät und sparsam wie möglich. Eines der Interviews (30 Minuten) wurde mit einem Schüler durchgeführt; zwei andere Interviews (45 Minuten und 55 Minuten) wurden auf Nachfrage der Schüler mit je zwei Schülern durchgeführt. Die Interviews ($N = 5$) wurden videodokumentiert.

Durch die zwei unterschiedlichen Methoden der Erhebung sollte die Validität der Interpretation erhöht werden.

Die Fragebögen und Videotranskripte wurden gemäß der *didaktischen Version der Qualitativen Inhaltsanalyse* [12,19] ausgewertet. Zusammenhängende individuelle Konzepte wurden einer individuellen Denkfigur zugeordnet. Ähnlichkeiten zwischen individuellen Vorstellungen wurden als verallgemeinerte Vorstellung beschrieben [20].

4. Fragebogen-Ergebnisse

Im schriftlichen Teil wurden drei verschiedene Verwendungsmöglichkeiten für das Prisma genannt:

- *Farb-Erzeugung*: „Aus weißem Licht buntes machen“, „Regenbogen machen mit licht [sic]“
- *Reflexion*: „zum reflektieren [sic]“
- *Durchsicht*: „zum durchkucken [sic]“

In den Zeichnungen zu den erwarteten Phänomenen erkennen wir bei der **Projektion** die Vorstellungen *Schatten-Bildung* (Abb. 1) und *Farb-Erzeugung* (Abb. 2). Bei der **Projektion und Inspektion** finden wir die Vorstellung *Reflexion* (Abb. 3) wieder. Bei der **Inspektion** treffen wir wieder auf die Vorstellung *Durchsicht* (Abb. 4). Zwar werden Bilder und Strahlen gezeichnet, sie werden aber nur lose miteinander verbunden, etwa im Konzept *Bild-begrenzende Strahlen* (Abb. 1(b), 2(b)) oder im Konzept *Bild-erzeugende Strahlen* (Abb. 2(c)) beziehungsweise *Extramission* (Abb. 3(b)).

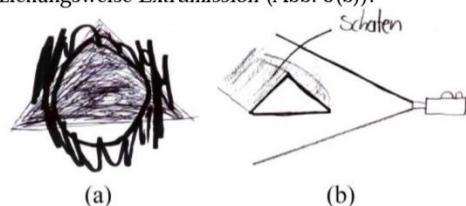


Abb. 1: Verallgemeinerte Vorstellung *Schatten-Bildung*. Bei Projektion eines weißen Kreises durchs Prisma erwarten Schüler (a) eine *Bild-Abschattung* oder (b) eine *Schattenraum-Bildung*, „weil das licht [sic] nicht durch kann.“

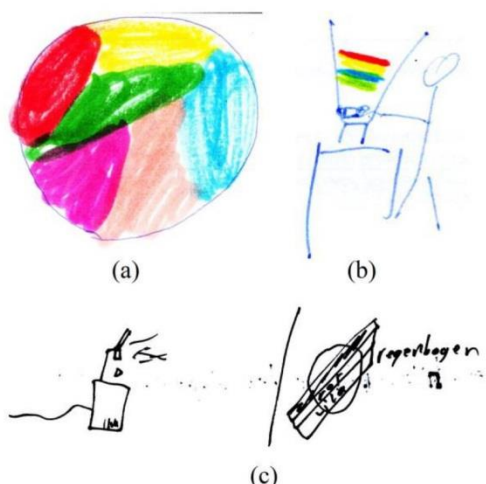


Abb. 2: Verallgemeinerte Vorstellung *Farb-Erzeugung*. Bei Projektion eines weißen Kreises durchs Prisma erwarten Schüler eine (a) *Farbige Bild-Unterteilung*, denn man kann „aus weißem Licht buntes machen“, (b) *Verwandlung zum Farbband*, „weil das Licht in seiner [sic] Ersatzteile [sic] zerteilt wird“, (c) *Farbband-Hinzugabe*, denn ein Prisma dient dazu „regenbogen [sic] zu erzeugen.“

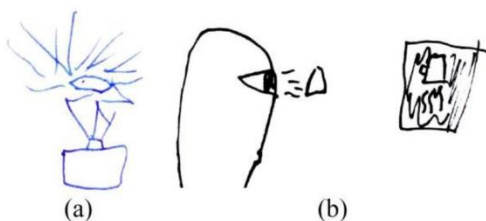


Abb. 3: Verallgemeinerte Vorstellung *Reflexion*. (a) Bei der Projektion eines weißen Kreises durch ein Prisma wird eine *Strahlen-Reflexion* erwartet; man kann ein Prisma „zum reflektieren [sic]“ verwenden. (b) Bei der prismatischen Inspektion einer weißen Tasse durch ein Prisma wird eine *Bild-Umkehr* erwartet: „Durch die Spiegelung [sic] wird [sic] das Bild [sic] umgedreht.“ Die Ansatzpunkte der Strahlen deuten auf das Konzept der *Extramission*.

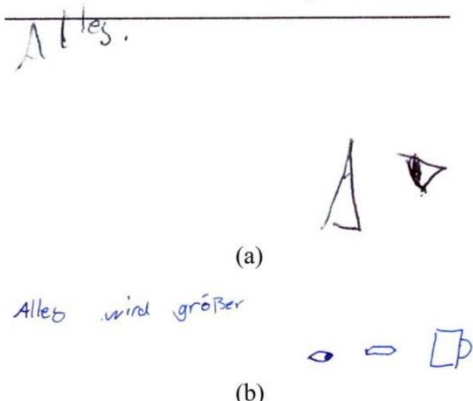


Abb. 4: Verallgemeinerte Vorstellung *Durchsicht*. Bei der Inspektion einer weißen Tasse durch ein Prisma wird je nach individueller Ausprägung dieser Vorstellung (a) eine *Bild-Erhaltung* oder (b) eine *Bild-Vergrößerung* erwartet.

Diesen Vorstellungen liegen unterschiedliche Begriffe vom **Lichtstrahl** zu Grunde:

- *Lichtgebilde*: „Ein Strahl [,] wo [sic] aus Licht besteht“, „Einen [sic] Licht [sic] aus Licht“, „Ein Strahl aus Licht“, „Ein Strahl [sic] aus UV-Strahlen [sic]“, „Ein langer gebündelter heller Strahl.“
- *Lichtbestandteil*: „Das[s] den [sic] ein Strahl ist vom Licht wo [sic] jetzt z.B. aufs Buch fällt.“

5. Interview-Ergebnisse

Vorhersagebezogene Konzepte (vor der Durchführung eines Teilversuchs) werden im **Futur** beschrieben. Nachvollziehende Konzepte (nach der Durchführung eines Teilversuchs), sowie Denkfiguren, werden im **Präsens** beschrieben. Je nachdem, wie die Lernenden die Angemessenheit beurteilen, werden die Konzepte mit Symbolen markiert, vgl. [12]:

- Vertretene Vorstellung
- ? Zweifelbehaftete Vorstellung
- △ Abgelehnte Vorstellung
- ▽ Vertretene, aber später verworfene Vorstellung

Die Namen wurden zwecks Anonymität geändert.

5.1. Einzelstrukturierung Adam

Bei Adam findet man die Denkfiguren *Licht-Ablenkung* (Tab. 1, vgl. Abb. 1(b)) und *Bild-Einfärbung* (Tab. 2). Im Verlauf des Vermittlungsexperiments bildet er zudem die Denkfiguren *Bild-Verschwimmung* (Tab. 3), *Bilder-Überlagerung* (Tab. 4) und *Projektions-Analogismus* (Tab. 5) aus.

| Das Prisma lenkt das Licht ab. | |
|--------------------------------|---|
| Projektion | |
| • | Bild-ablenkendes Prisma: Am und im Prisma wird das Bild jeweils abgelenkt werden, ähnlich wie bei einem Spiegel. |
| • | Versetztes Bild: Das gefärbte Bild wird woanders erscheinen als das ursprüngliche Bild. |
| Inspektion | |
| • | Vervielfachung: Den Gegenstand wird man mehrfach sehen, weil das Prisma mehrere Flächen hat. |
| • | Spiegelndes Prisma: Im Prisma wird der Blick jeweils in eine andere Richtung gelenkt, weil im Prisma Spiegel sind. |
| • | Scheinbarer Gegenstands-Ort: Der Gegenstand erscheint in anderer Richtung hinter dem Prisma. |
| ? | Extramission: Lichtstrahlen gehen vom Auge durch das Prisma (zum Gegenstand oder Bild). |
| ? | Intromission: Lichtstrahlen gehen vom Gegenstand durch das Prisma zum Auge. |

Tab. 1: Adams Denkfigur *Licht-Ablenkung*.

Die Farben im Prisma machen das Bild bunt.

- **Gefärbtes Bild:** Das Schwarzweißbild wird Regenbogenfarben bekommen.
- **Abfärbendes Prisma:** Das Innere vom Prisma mischt dem Schwarzweißbild Farben bei.

Tab. 2: Adams Denkfigur *Bild-Einfärbung*.

Die Prismenform macht das Bild verschwommen.

Projektion

- **Verschwommenes Bild:** Das regenbogenfarbige Bild ist unscharf.
- Δ **Unschärfe durch Färbung:** Die Unschärfe hat etwas mit den Farben zu tun.
- **Weichzeichnendes Prisma:** Die Form des Prismas macht das Bild unscharf.

Inspektion

- **Bewegungsunschärfe-Analogie:** Der Gegenstand erscheint unscharf, ähnlich wie bei einem verlangsamten Video.

Tab. 3: Adams Denkfigur *Bild-Verschwimmung*.

Verschieden gefärbte Bilder überlagern sich.

Projektion

- **Freilegender Farbfilter:** Ein Filter legt den gleichfarbigen Bereich des regenbogenfarbigen Bildes frei.
- **Schmaleres Filterbild:** Der freigelegte Bereich ist schmaler als das regenbogenfarbige Bild.
- **Scharfes Filterbild:** Das gefilterte Bild ist scharf.
- **Gemischte Farbbereiche:** Die freigelegten Farbbereiche vermischen sich.

Inspektion

- **Abstandsabhängiger Bildversatz:** Der Versatz zwischen rotem und blauem Einzelbild ist bei nahen Gegenständen kleiner als bei fernen.
- **Gemischte Bilder:** Die verschiedenfarbigen Einzelbilder vermischen sich.

Tab. 4: Adams Denkfigur *Bilder-Überlagerung*.

Die Inspektion ähnelt der Projektion.

- **Buntes Bild:** Durch das Prisma sieht der Gegenstand bunt aus, wie bei der Projektion.
- **Verschobenes Bild:** Der Gegenstand erscheint verschoben, aber weniger als bei der Projektion.

Tab. 5: Adams Denkfigur *Projektions-Analogismus*.

Wenn Adam von „Reflexion“ spricht, meint er damit eine irgendwie geartete Ablenkung von Licht.

Adams Vorstellungen zur Projektion und Inspektion am Prisma liegt nur ein vager Strahlbegriff zu Grunde. Adam stellt sich Lichtstrahlen so *ähnlich wie Laserstrahlen* vor.

5.2. Einzelstrukturierung Flavio

Bei Flavio findet man die Denkfiguren *Licht-Spiegelung* (Tab. 6), *Bild-Färbung* (Tab. 7) und *Inspektions-Analogismus* (Tab. 8). Im Verlauf des Vermittlungsexperiments bildet er wie Adam die Denkfigur *Bilder-Überlagerung* (Tab. 4) aus.

Das Prisma spiegelt das bildführende Licht.

Projektion

- **Spiegelndes Prisma:** Im und am Prisma wird das Licht gespiegelt werden.
- ▽ **Konstanter Bildort:** Das regenbogenfarbige Bild wird am Ort des Schwarzweißbildes sein.
- **Versetztes Bild:** Das regenbogenfarbige Bild ist an einem anderen Ort als das Schwarzweißbild.
- **Verschwommenes Bild:** Das regenbogenfarbige Bild ist unscharf.
- **Spiegelungsbedingte Unschärfe:** Spiegelungen im Prisma machen das Bild unscharf.
- ▽ **Farbunabhängiger Bildort:** Das Prisma versetzt das Bild für alle Farben gleich stark.

Inspektion

- **Spiegelndes Prisma:** Im und am Prisma wird das Licht beziehungsweise Bild gespiegelt.
- ▽ **Wand-Bild:** Bei einäugiger Sicht wird es so wirken, als ob der Gegenstand an der Wand ist.
- **Scheinbarer Gegenstandsart:** Der Gegenstand erscheint in anderer Richtung hinterm Prisma.
- Δ **Extramission:** Strahlen gehen vom Auge zum Prisma.
- **Intromission:** Strahlen gehen vom Prisma zum Auge.
- **Bildführende Lichtstrahlen:** Das Bild geht entlang der gespiegelten Lichtstrahlen.

Tab. 6: Flavios Denkfigur *Licht-Spiegelung*.

Das Bild bekommt Farben.

- **Gefärbtes Bild:** Das Schwarzweißbild wird Regenbogenfarben bekommen.
- Δ **Abfärbendes Prisma:** Das Innere vom Prisma mischt dem Schwarzweißbild Farben bei.
- ▽ **Abfärbende Umgebung:** Gegenstände in der Umgebung färben auf das Schwarzweißbild ab.

Tab. 7: Flavios Denkfigur *Bild-Färbung*.

Auch Flavio stellt sich Lichtstrahlen *ähnlich wie Laserstrahlen* vor. Allerdings seien Lichtstrahlen nur manchmal und *nicht direkt zu sehen*, sondern nur, wenn sie an einem Gegenstand gestreut werden.

| Die Projektion ähnelt der Inspektion. |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Gefärbtes Bild: Das Schwarzweißbild wird regenbogenfarbig werden, denn beim Blick ins Prisma sieht man Farben. • Spiegelndes Prisma: Das Prisma wird das Schwarzweißbild spiegeln, denn beim Blick ins Prisma sieht man die Umgebung gespiegelt. |

Tab. 8: Flavios Denkfigur *Inspektions-Analogismus*.

5.3. Einzelstrukturierung Oliver

| Das Prisma lenkt das bilderzeugende Licht ab. |
|--|
| Inspektion <ul style="list-style-type: none"> ▽ Normale Durchsicht: Durch das durchsichtige Prisma wird der Gegenstand normal aussehen. • Innere Strahl-Ablenkung: Das Innere vom Prisma lenkt die Lichtstrahlen ab. • Ablenkungsbedingte Farben: Die Farben entstehen durch die Strahl-Ablenkung im Prisma. |
| Projektion <ul style="list-style-type: none"> • Äußere Strahl-Ablenkung: Die Außenseite vom Prisma lenkt die Lichtstrahlen ab. △ Eindringende Strahlen: In das Prisma dringen Lichtstrahlen ein. • Ablenkungsbedingte Bildverrückung: Durch die Strahl-Ablenkung ist das Bild verschoben. ? Ablenkungsbedingte Unschärfe: Durch die Strahl-Ablenkung ist das Bild unscharf. |

Tab. 9: Olivers Denkfigur *Strahl-Ablenkung*.

| Das Bild wird mit Farben hinterlegt. |
|---|
| Inspektion <ul style="list-style-type: none"> • Hinzugefügte Farben: Zusätzlich zum Gegenstand tauchen Regenbogenfarben auf. • Farbenentfernender Filter: Ein Filter wird alle bis auf eine der Regenbogenfarben entfernen, so dass alles einfarbig scharf aussehen wird. ▽ Farbunabhängiger Bildort: Der Gegenstand erscheint mit jedem Farbfilter am selben Ort. |
| Projektion <ul style="list-style-type: none"> • Buntes Bild: Das durchs Prisma projizierte Bild wird bunt erscheinen. ▽ Farbunabhängige Unschärfe: Über die Farben legt sich das unscharf gemachte Bild. ? Farbenbedingte Unschärfe: Durch Hinterlegung mit den unterschiedlichen Farben wirkt das scharfe Bild unscharf. |

Tab. 10: Olivers Denkfigur *Farben-Hinterlegung*.

| Das Prisma erzeugt ein vergrößertes Bild. |
|---|
| Inspektion <ul style="list-style-type: none"> • Vergrößerte Ansicht: Der Gegenstand wirkt durch das Prisma betrachtet größer. |
| Projektion <ul style="list-style-type: none"> ? Vergrößertes Bild: Das Prisma wird das projizierte Bild vergrößern, ähnlich, wie man bei der Inspektion beobachten kann. |

Tab. 11: Olivers Denkfigur *Bild-Vergrößerung*.

Olivers Vorstellungen bewegen sich innerhalb der drei Denkfiguren *Strahl-Ablenkung* (Tab. 9), *Farben-Hinterlegung* (Tab. 10, vgl. Abb. 2(b)) und *Bild-Vergrößerung* (Tab. 11). Für Olivers Begriff sind Strahlen unsichtbare—da *durchsichtige und farblose—Lichtbestandteile* mit *hellmachender und Bilderzeugender Wirkung*.

5.4. Einzelstrukturierung Thanh

Bei Thanh finden wir die Denkfiguren *Farb-Verwandlung* (Tab. 12), *Licht-Spiegelung* (Tab. 13 und Abb. 5(a)), *Wellen-Bildung* (Tab. 14), *Bild-Überlagerung* (Tab. 15 und Abb. 5(b)) und *Knickung* (Tab. 16). Für Thanh sind Strahlen *mechanistische, Bild-tragende Lichtgebilde*. Wenn Thanh davon redet, dass farbige Lichter „gebrochen“ werden, meint er damit, dass sie „ineinander gehen“.

| Das Prisma verwandelt die Farben. |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Veränderte Farben: Das Prisma wird Farbiges andersfarbig machen; so, wie es aus weißem Licht farbiges machen wird. ▽ Kollisionsbedingte Farbentstehung: Die Farben werden entstehen, weil Strahlen im Prisma aufeinanderprallen und sich vermengen werden. |

Tab. 12: Thanh's Denkfigur *Farb-Verwandlung*.

| Das Prisma spiegelt das bildtragende Licht. |
|--|
| Inspektion <ul style="list-style-type: none"> • Indirekte Sicht: Man wird die seitlich befindlichen Gegenstände sehen. ? Prismatische Einspiegelung: Über das Prisma wird etwas anderes eingespiegelt werden. |
| Projektion <ul style="list-style-type: none"> • Spiegelndes Glas: Das gläserne Prisma spiegelt, weil Glas spiegelt. ▽ Spiegelungsbedingte Bildverrückung: Das verschobene Bild entsteht dadurch, dass die Strahlen im Prisma gespiegelt werden. |

Tab. 13: Thanh's Denkfigur *Licht-Spiegelung*.

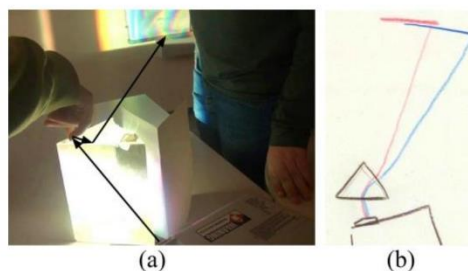
| Die Unschärfe entsteht durch Verwellung. | |
|--|--|
| ▽ | Verwelltes Licht: Die Unschärfe entsteht, da das Licht vom Gegenstand beim Aufprallen an den Prismenwänden eine Wellenform bekommt. |
| ▽ | Verwellte Farben: Die Unschärfe entsteht, da die neuen Farben eine Wellenform bekommen. |

Tab. 14: Thanks Denkfigur *Wellen-Bildung*.

| Mehrere Bilder überlagern sich. | |
|---------------------------------|---|
| Inspektion | |
| ▽ | Farbenbedeckte Unschärfe: Über ein verschwommenes Bild legen sich Farben. |
| ▽ | Unscharfe Farbenbedeckung: Über ein scharfes Bild legen sich verschwommene Farben. |
| • | Farbenentfernender Filter: Ein FarbfILTER beseitigt bestimmte Farben. |
| Projektion | |
| ▽ | Unscharfe Farbenbedeckung: Über ein scharfes Bild legen sich verschwommene Farben. |
| ▽ | Bilderbedecktes Bild: Verschiedenfarbige, scharfe Bilder bedecken das Schwarzweißbild. |
| • | Ersetztes Bild: Eine Reihe von verschiedenfarbigen, scharfen Bildern ersetzt das Schwarzweißbild und ergibt das unscharfe, bunte Bild. |
| ▽ | Versetzt startende Strahlen: Die roten und blauen Strahlen kommen versetzt ins Prisma. |

Tab. 15: Thanks Denkfigur *Bild-Überlagerung*.

| Der Knick am Prisma knickt alles. | |
|-----------------------------------|--|
| Inspektion | |
| • | Prismen-Knick: Das Prisma hat einen Knick. |
| ▽ | Bildwärtig abknickende Strahlen: Strahlen vom Gegenstand knicken zum Bild hin ab. |
| ? | Augwärtig abknickende Strahlen: Strahlen vom Gegenstand knicken zum Auge hin ab. |
| Δ | Extromission: Vom Auge gehen Lichtstrahlen über das Prisma zum Gegenstand. |
| Projektion | |
| • | Strahlen-Knick: Die Strahlen bekommen am Prismen-Knick einen Knick. |
| ▽ | Bilder-Knick: Die überlagerten Bilder bekommen im Prisma einen Knick in der Mitte. |
| ▽ | Knickbedingter Versatz: Durch den Bilder-Knick entsteht der gegenseitige Versatz. |
| • | Versetzt abknickende Strahlen: Rote und blaue Strahlen knicken am Prisma versetzt ab. |

Tab. 16: Thanks Denkfigur *Knickung*.Abb. 5: Thanks Konzepte zu Strahlen bei der Projektion. (a) Zuerst zeigt er *Spiegelungsbedingte Bildverrückung*. (b) Später zeichnet er *Versetzt abknickende Strahlen*.

5.5. Einzelstrukturierung Indigo

Indigo nutzt die Denkfiguren *Strahlen-Mix* (Tab. 17), *Bild-Verwerfung* (Tab. 18), *Licht-Spiegelung* (Tab. 19 und Abb. 6), und *Farben-Versatz* (Tab. 20 und Abb. 6). Strahlen sind *mechanistische, Bild-tragende Lichter*.

| Das Prisma mixt Farben. | |
|-------------------------|---|
| Inspektion | |
| • | Veränderte Farben: Das Prisma wird die Farben verändern. |
| • | Reflexionsbedingter Mix: Die im Prisma reflektierten Strahlen werden gemixt werden. |
| • | Verfärbender Filter: Mit Filter wird alles einen Farbstich bekommen. |
| • | Farbenentfernender Filter: Ein FarbfILTER beseitigt bestimmte Farben. |
| • | Effektiver Filterstapel: Ein Stapel verschiedenfarbiger Filter beseitigt noch mehr Farben. |
| Projektion | |
| • | Gefärbtes Bild: Das Bild wird farbig werden. |
| • | Reflexionsbedingter Mix: Die im Prisma reflektierten Strahlen werden gemixt werden. |
| ? | Abknickungsbedingte Farbentstehung: Beim Abknicken der Strahlen im Prisma entstehen neue Farben. |
| ▽ | Unscharfe Farbenbedeckung: Über das scharfe Bild legen sich verschwommen gemixte Farben. |

Tab. 17: Indigos Denkfigur *Strahlen-Mix*.

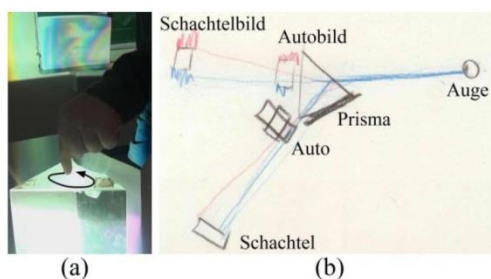
| Am Prisma verwirft sich das Schwarzweißbild. | |
|--|--|
| Inspektion | |
| • | Verworfenes Bild: Das Bild wird auf die Prismenecke geworfen und dabei unscharf verzerrt. |
| Projektion | |
| • | Farbenbedeckte Unschärfe: Auf das verworfene Schwarzweißbild werden verschiedenfarbige scharfe Bilder geworfen. |

Tab. 18: Indigos Denkfigur *Bild-Verwerfung*.

| Das Prisma spiegelt das bildtragende Licht. | |
|---|--|
| Inspektion | |
| ▽ | Vervielfachtes Bild: Mehrere Prismenflächen werden den Gegenstand mehrfach einspiegeln. |
| • | Normales Spiegelbild: In der Seitenfläche erscheint ein normales Spiegelbild. |
| • | Indirekte Sicht: Man sieht die seitlich befindlichen Gegenstände. |
| ▽ | Bildwärtig reflektierte Strahlen: Strahlen vom Gegenstand werden zum Bild hin reflektiert. |
| • | Augwärtig abgelenkte Strahlen: Strahlen vom Gegenstand werden zum Auge abgelenkt. |
| Projektion | |
| • | Spiegelungsbedingte Bildverrückung: Das bunte Bild ist woanders als das ursprüngliche, da die Strahlen im Prisma gespiegelt werden. |

Tab. 19: Indigos Denkfigur *Licht-Spiegelung*.

| Farben kommen versetzt aus dem Prisma. | |
|--|--|
| Inspektion | |
| • | Farbränder: Weiße Gegenstände bekommen rote und blaue Ränder. |
| • | Beidseitig versetzte Strahlen: Rote und blaue Strahlen treten am Prisma versetzt ein und aus. |
| Projektion | |
| • | Versetzte Bilder: Das rote und blaue Filterbild sind gegeneinander versetzt. |
| • | Verbreitertes Bild: Die versetzt überlagerten Bilder ergeben ein unscharf verbreitertes Bild. |
| • | Einseitig versetzte Strahlen: Rote und blaue Strahlen treten am Prisma versetzt aus. |

Tab. 20: Indigos Denkfigur *Farben-Versatz*.Abb. 6: Indigos Konzepte zum Strahlengang. (a) *Reflexionsbedingter Mix* bei der Projektion. (b) Für die Inspektion zeichnet er zuerst *Bildwärtig reflektierte Strahlen* und nach Diskussion *Augwärtig abgelenkte Strahlen*.

5.6. Ergänzende Bemerkungen

Manche Filterbilder wurden im Vergleich zum Spektrum als nicht schärfer angesehen; Perspektivunterschiede zwischen den roten und blauen Bildern wurden bei der Inspektion nur auf Hinweis erkannt.

6. Verallgemeinerte Vorstellungen

Im Folgenden verallgemeinern wir die Ergebnisse der Fragebögen und Interviews mit Blick auf thematische Schwerpunkte.

6.1. Verallgemeinerte Begriffe

Zum Wort „Strahl“

- Lichtgebilde:** Ein Strahl ist ein Gebilde aus Licht (analog zum Wasserstrahl).
- Lichtbestandteil:** Ein Strahl ist ein Bestandteil des Lichts (analog zu Newtons Definition).

6.2. Verallgemeinerte Konzepte

Zur Bild-Färbung

- Gefärbtes Urbild:** Farben werden dem scharfen Bild hinzugefügt.
- Gefärbtes Zerrbild:** Farben werden dem unscharf verzerrten Bild hinzugefügt.
- Überlagerte Bilder:** Verschiedenfarbige Bilder überlagern sich.

Zur Bild-Unschärfe

- Ablenkungsbedingte Unschärfe:** Lichtablenkungen im Prisma machen das Bild unscharf.
- Farbenbedingte Unschärfe:** Hinzugefügte Farben machen das scharfe Bild unscharf.
- Bilderbedingte Unschärfe:** Scharfe Bilder überlagern sich zu einem unscharfen Bild.

Zur Filter-Wirkung

- Hinzufügender Filter:** Ein Filter fügt überall eine bestimmte Farbe hinzu.
- Beseitigender Filter:** Ein Filter beseitigt überall bestimmte Farben.

Zur Prisma-Wirkung

- Spiegelndes Prisma:** An den Prismenflächen wird das Licht gespiegelt.
- Brechendes Prisma:** An den Prismenflächen wird das Licht gebrochen.
- Durchsichtiges Prisma:** Das Prisma lässt Licht durch.
- Schattenbildendes Prisma:** Das beleuchtete Prisma bildet einen Schatten.
- Vergrößerndes Prisma:** Das Prisma macht das Bild größer.
- Unschärf machendes Prisma:** Das Prisma macht das Bild verschwommen.
- Farbveränderndes Prisma:** Das Prisma verändert die Farbwirkung des Lichts.

Zur Farb-Änderung

- Beigemischte Farben:** Das Prisma fügt dem eintretenden Licht Farben hinzu.
- Vermischte Farben:** Das Prisma vermischt die eintretenden farbigen Lichter.
- Entmischte Farben:** Das Prisma entmischt die eintretenden farbigen Lichter.

Zum Sehen

- Extramission:** Licht kommt aus dem Auge.
- Intromission:** Licht geht in das Auge.

Zum Strahlengang für das virtuelle Bild

- a) **Bildseitiger Strahlengang:** Strahlen befinden sich zwischen Prisma und Gegenstand sowie zwischen Prisma und dem Bild dahinter.
- b) **Augseitiger Strahlengang:** Strahlen befinden sich zwischen Gegenstand und Prisma sowie zwischen Prisma und Auge.

6.3. Verallgemeinerte Denkfiguren

Zur Dispersions-Bedingung

- a) **Spiegelungsbedingte Dispersion:** Das gefärbte Bild beruht auf Spiegelung.
- b) **Ablenkungsbedingte Dispersion:** Das gefärbte Bild beruht auf irgendeiner Art Ablenkung.

Zur Abbildung bei der Projektion

- a) **Holistischer Bild-Transport:** Strahlen tragen das Bild zum Schirm.
- b) **Holistische Bild-Erzeugung:** Strahlen malen das Bild auf den Schirm.

Zur Abbildung bei der Inspektion

- a) **Holistischer Bild-Transport:** Strahlen tragen das Bild zum Auge.
- b) **Holistische Objekt-Erfassung:** Strahlen vom Auge erfassen den Gegenstand.
- c) **Holistische Bild-Erfassung:** Strahlen vom Auge erfassen das Bild.

7. Diskussion

Anhand von Fragebögen und Interviews haben wir Schülervorstellungen zu prismatischen Phänomenen herausgearbeitet. Im Abgleich mit bisherigen Studien [3-12] scheinen die Ergebnisse ähnlich (vgl. Einleitung), aber umfangreicher und detailreicher.

Die Lernenden deuten die Wirkung des Prismas vor dem Hintergrund ihres Vorwissens zu Schatten und Spiegeln. Deshalb können viele dem Prisma nicht ansehen, dass oder wie es das Licht bricht. Umgekehrt haben Physikdidaktiker/innen–mich eingeschlossen–die Schattenbildung und Spiegelung am Prisma bisher wohl vernachlässigt.

In den Vermittlungsexperimenten haben wir unterschiedlich bedeutsame Erfahrungen gesammelt: Erstens deuteten die Schüler ein Phänomen anders als der Lehrer und bemerkten oder übersahen weitere Phänomene. Zweitens meinten manche Schüler mit den Worten ‚Reflexion‘ und ‚Brechung‘ etwas anderes als der Lehrer (Abschnitte 5.1 und 5.4). Drittens wechselten die Schüler über den bildbasierten Zugang zu neuen Konzepten, blieben aber oft in ihrer alten Denkfigur, vgl. Tab. 6, Tab. 10 und Tab. 19.

Streng genommen sind Präkonzepte jedoch unzugänglich. Die Ergebnisse dieser Untersuchung stellen vielmehr eine Deutung der Schüleraussagen dar: Wir können die Worte und Bilder des Gegenübers nur auf der Grundlage unserer eigenen Vorstellungen verstehen (*Hermeneutischer Zirkel*) [12] und müssen zumindest zeitweise von unseren eigenen

Vorstellungen zu denen des Gegenübers übergehen (*Konzeptwechsel*). Hierbei kann es zu Missverständnissen kommen. Zudem könnten andere Didaktiker/innen die Vorstellungen anders strukturieren, da die Qualitative Inhaltsanalyse [12,19] große Spielräume in der Deutung und Darstellung offenlässt. So lässt sich ein Konzept oft mehreren Denkfiguren zuordnen; zwecks Bündigkeit haben wir darauf verzichtet. Überdies bedarf die didaktische Version der Qualitativen Inhaltsanalyse einer **konstruktivistischen Begründung** und **methodologischen Ausschärfung** beim Schritt der Verallgemeinerung [20].

Um die Ergebnisqualität weitestgehend zu sichern, haben wir gewöhnliche Schülerinnen und Schüler befragt (*Auswahlgültigkeit*) und unsere Ergebnisse mit Ergebnissen anderer Schülerbefragungen sowie einer vorläufigen fachlichen Klärung abgeglichen (*Korrelative Gültigkeit*), vgl. [12]. Zudem haben wir auf die *Verfahrensgültigkeit* geachtet, vgl. [12]: Erstens haben wir die Qualitative Inhaltsanalyse Schritt für Schritt durchgeführt (*Schrittweises Vorgehen*). Zweitens haben wir alle Schritte dokumentiert (*Verfahrensdokumentation*). Drittens sind unsere Deutungen des Datenmaterials durch Begründungen gestützt (*Argumentative Interpretationsabsicherung*). Viertens haben wir in den Interviews eine wertschätzende Situation geschaffen (*Mitwirkung der Interviewpartner*). Fünftens haben wir mehrere Fragezugänge (zur Funktion eines Prismas, zu Phänomenen, Rückfragen) und verschiedene Darstellungsebenen (Versuchsaufbau abwandeln, zeigen; zeichnen; schreiben, sprechen) genutzt (*Interne methodologische Triangulation*). Die Auswertung sollte noch von qualifizierten Personen überprüft werden (*Kontrolliertes Vorgehen*), vgl. [12].

Die Liste der verallgemeinerten Vorstellungen ist sicher nicht vollständig: Bei weiteren Untersuchungen wird man auf weitere Vorstellungen treffen. Ähnlich wie in anderen Studien zur didaktischen Rekonstruktion haben wir nur wenige Schüler interviewt. Trotzdem enthält die Liste anscheinend wesentliche Vorstellungen, weil wir einerseits verschiedene Vorstellungen bei ein und demselben Schüler erfasst haben (*Intraindividuelle Variabilität* [12]) und andererseits ähnliche Vorstellungen bei verschiedenen Schülern bemerkt haben (*Intersubjektive Uniformität* [12]). Zumindest ist die Liste insofern vollständig, als wir die bisher dokumentierten Schüleräußerungen damit nachvollziehen können.

8. Ausblick

Die Liste verallgemeinerter Vorstellungen zur Projektion und Inspektion durch ein Prisma kann 1) beim weiteren qualitativen oder quantitativen Erfassen der Schülerperspektive leitend sein, 2) bei der fachlichen Klärung als Suchraster dienen und 3) bei der didaktischen Strukturierung und Durchführung von schülerorientiertem Unterricht hilfreich sein.

9. Danksagung

Ich bedanke mich bei der Lehrerin Eva Drescher und dem Lehrer Karsten Maluck, die die Befragungen ermöglicht haben, sowie bei den Schüler/innen der Gesamtschule Bergatreute, die teilgenommen haben. Ich danke Prof. Dr. Theilmann für die Gespräche über die Verallgemeinerung von Vorstellungen sowie für seine Kommentare zum fast fertigen Manuskript. Beim Mitbegründer des Modells der Didaktischen Rekonstruktion, Prof. Dr. Harald Gropengießer, bedanke ich mich für die Beantwortung meiner Fragen zur Verallgemeinerung. Dank geht auch an Prof. Dr. Hartmut Wiesner, der mir seinen Artikel [6] zugesandt hat. Für die Begutachtung bedanke ich mich bei Dipl.-Ing. Helmuth Grötzebach. Henriette Bast danke ich für das Korrekturlesen.

10. Literatur

- [1] Newton, Isaac (1671): A letter [...] containing his new theory of light and colors [...]. In: *Philos. Trans.* 6, S. 3075-3087
- [2] Goethe, Johann Wolfgang von (1979): *Farbenlehre*. Band 3. Hrsg. von Ott, Gertrud und Proskauer, Heinrich Oskar. Stuttgart: Freies Geistesleben
- [3] Galili, Igal; Bendall, Sheron; Goldberg, Fred (1993): The effects of prior knowledge on understanding image formation. In: *J. Res. Sci. Teach.* 30, S. 271-301
- [4] Galili, Igal; Hazan, Amnon (2000): Learners' knowledge in optics: interpretation, structure and analysis. In: *Int. J. Sci. Educ.* 22, 1, S. 57-88
- [5] Galili, Igal (1996): Students' conceptual change in geometrical optics. In: *Int. J. Sci. Educ.* 18, 7, S. 847-868
- [6] Wiesner, Hartmut (1986): Schülervorstellungen und Lernschwierigkeiten im Bereich der Optik. In: *NiU-P/C* 34, 13, S. 25-29
- [7] Fehrer, Iris (2013): Erstellung, Evaluation und Re-Design von forschungsbasierten Unterrichtsmaterialien zum Thema Farbenlehre in der Sekundarstufe 1. Diplomarbeit, Universität Wien
- [8] Ivanjek, Lana (2012): An investigation of conceptual understanding of atomic spectra among university students. Dissertation, Kroatien
- [9] Mestre, Jose P.; Ross, Brian H.; Brookes, David T.; Smith, Adam D.; Nokes, Timothy J. (2009): How cognitive science can promote conceptual understanding in physics classrooms. In: Saleh, Issa M.; Khine, Myint Swe: *Fostering scientific habits of mind: Pedagogical knowledge and best practices in science education*. Rotterdam: Sense Publishers, S. 145-171
- [10] Singh, Amarjit; Butler, Philip H. (1990): Refraction: Conceptions and knowledge structure. In: *Int. J. Sci. Educ.* 12, 4, S. 429-442
- [11] Palacios, F. Javier Perales; Cazorla, Francisco Nievas; Madrid, Agustin Cervantes (1989): Misconceptions on geometric optics and their association with relevant educational variables. In: *Int. J. Sci. Educ.* 11, 3, S. 273-286
- [12] Gropengießer, Harald (2007): *Didaktische Rekonstruktion des Sehens – Wissenschaftliche Theorien und die Sicht der Schüler in der Perspektive der Vermittlung*. Nachdruck der 2. überarbeiteten Auflage. Oldenburg: Didaktisches Zentrum
- [13] Kattmann, Ulrich; Duit, Reinders; Gropengießer, Harald; Komorek, Michael (1997): Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion – Ein Rahmen für naturwissenschaftsdidaktische Forschung und Entwicklung. In: *ZfDn* 3, 3, S. 3-18
- [14] Grusche, Sascha (2015): Ein bildbasierter Zugang zu spektroskopischen Versuchen. In: *PhyDid B, Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung*, 1-9, URL: <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/633/764>
- [15] Grusche, Sascha (2015): Revealing the nature of the final image in Newton's *experimentum crucis*. In: *Am. J. Phys.* 83, 7, S. 583-589
- [16] Grusche, Sascha (2016): Spielfilm auf Spaghetti: Spektrale Bildprojektion. In: *Piuz*, 47, 4, S. 180-184
- [17] Duit, Reinders; Komorek, Michael; Wilbers, Jens (1997): Studien zur Didaktischen Rekonstruktion der Chaostheorie. In: *ZfDn* 3, 3, S. 19-34
- [18] Stavrou, Dimitrios; Komorek, Michael; Duit, Reinders (2005): Didaktische Rekonstruktion des Zusammenspiels von Zufall und Gesetzmäßigkeit in der nichtlinearen Dynamik. In: *ZfDn* 11, S. 147-164
- [19] Gropengießer, Harald (2005): Qualitative Inhaltsanalyse in der fachdidaktischen Lehr-Lernforschung. In: Mayring, Philipp; Gläser-Zikuda, Michaela (Hrsg.): *Die Praxis der Qualitativen Inhaltsanalyse*. Weinheim; Basel: Beltz, S. 172-189
- [20] Gropengießer, Harald; Institut für Didaktik der Naturwissenschaften (IDN), Leibniz-Universität Hannover (E-Mail-Kommunikation über „Fragen zu Konzepten und Denkfiguren“ vom 23.04.-04.05.2016)

Manuskript 7

This is an **Accepted Manuscript** of an article published by Taylor & Francis in the *International Journal of Science Education* on 18 April 2017, available online:
<https://www.tandfonline.com/doi/ref/10.1080/09500693.2017.1312625>

Students' ideas about prismatic images: teaching experiments for an image-based approach

Sascha Grusche*

Physikdidaktik, Pädagogische Hochschule Weingarten, Weingarten, Germany

Abstract

Prismatic refraction is a classic topic in science education. To investigate how undergraduate students think about prismatic dispersion, and to see how they change their thinking when observing dispersed images, five teaching experiments were done and analysed according to the Model of Educational Reconstruction. For projection through a prism, the students used a 'split image projection' conceptualisation. For the view through a prism, this conceptualisation was not fruitful. Based on the observed images, six of seven students changed to a 'diverted image projection' conceptualisation. From a comparison between students' and scientists' ideas, teaching implications are derived for an image-based approach.

Keywords: *Physics education; learning activities; interview; Model of Educational Reconstruction*

*Physikdidaktik, Pädagogische Hochschule Weingarten, Kirchplatz 2, 88250 Weingarten/Germany.
 Email: saschagrusche@gmail.com

Introduction

Prismatic refraction and dispersion are among the classic topics in science courses. Exploring these topics allows students to understand the formation of a rainbow, to explain colour fringes in lens images, and to handle a spectroscope in astronomy, biology, and chemistry. Along the way, students get to discover the beautiful geometry of colour.

To guide students to the scientists' ideas, teachers need to base their lessons on the students' ideas. Fortunately, there have been many studies on student understanding of prisms (see Appendix 1, Table A1). In the following, we will summarise the main findings of these studies.

When a white slit image is projected through a prism, young learners often think that the prism adds colours (Fehringer, 2013). However, they readily accept that a prism separates white light into its diversely coloured components (Fehringer, 2013). Yet even undergraduate students have difficulty understanding the function of a prism. Even after instruction, only a few of them know that a slit spectrum will change into a normal slit image once the prism is taken out of a spectrograph (Ivanjek, 2012). Students' ray drawings are often based on superficial learning, without an understanding of the physical principles (Mestre, Ross, Brookes, Smith, & Nokes, 2009; Palacios, Cazorla, & Madrid, 1989; Singh & Butler, 1990; Vitharana, 2015). Many students treat refraction and dispersion as separate processes (Singh & Butler, 1990).

Prismatic inspection, in which an object is viewed through a prism, is especially hard for students to understand. Before instruction, students tend to use a '*holistic image*' conceptualisation, whereby the image goes as a whole from the object through the prism to the viewer (Galili, 1996; Galili, Bendall, & Goldberg, 1993; Galili & Hazan, 2000). In their optics lessons, students learn an analytical, '*point-to-point light flux mapping*' conceptualisation, whereby bundles of light from each object point are refracted by the prism, apparently coming from a virtual image point. After instruction, students tend to use a hybrid, the so-called '*image projection*' conceptualisation, whereby each image point is carried along a single ray from the object point through the prism to the viewer. Typically, students use a mechanistic ray concept, misinterpreting the geometric rays as corporeal entities (Galili, 1996; Galili et al., 1993; Galili & Hazan, 2000).

However, teachers need to realise that their teaching approach might promote such misconceptions: in lessons on prisms, students and teachers typically take rays for granted, unaware of the origin and meaning of the ray model. Visualising rays with narrow light bundles, teachers only contribute to the confusion between model and phenomenon. In a side view of light bundles, students cannot get a direct view of images, see Hahn (2016), Mendoza (2016), or Saced (2013). It is no wonder, then, why students struggle relating images to rays: such a ray-based approach does not start from the students' holistic viewpoint, but from the scientists' analytic viewpoint.

To guide students from their own viewpoint to the scientists' viewpoint, an image-based approach has recently been proposed (Grusche, 2015a, 2015b, 2016a). In this approach, the observed images form the basis for understanding the ray geometry. First, the students explore how the images change as the setup is varied. This way, they come to understand the imaging process as a progression from an original image to a final image. Afterwards, they use rays as geometric lines that connect images with one another, or with the viewer's eye. Several advantages can be anticipated for such an image-based approach: students understand the imaging process by thinking of whole images; they distinguish between phenomenon and model by seeing images and no light bundles; and they understand the origin and meaning of the ray model by experiencing the modelling process. This image-based approach has been developed with and for high school students, as well as undergraduate students.

Still, the image-based approach needs to be fine-tuned to the students' specific ways of thinking. In previous studies, student understanding of prismatic projection has been investigated only with regard to ray diagrams or abstract slit images (see Appendix 1). Student understanding of prismatic inspection has been investigated only in cases where dispersion is negligible (Galili et al., 1993; Galili & Hazan, 2000). For an image-based approach, we wanted to find out how students think about the dispersion of concrete images.

Recently, we have investigated German 7th graders' ideas (Grusche, 2016b). The teacher had just introduced the students to rays, so we already found an 'image projection' conceptualisation. Regarding prismatic projection, these 7th graders thought that streams or particles of light carry the image to the screen, or 'paint' the image on the screen. During prismatic inspection, they thought that rays carry the whole image to the eye, that rays from the eye reach the object, or that rays from the eye reach the image. Initially, many students thought that the dispersed image was produced by the prism adding colours to the sharp or blurred image. By projecting or looking through colour filters, they came to understand the dispersed image as a superposition of diversely coloured images. Many students initially thought that the dispersed image was caused by light being reflected. Covering various sides of the prism helped students understand that light was being refracted.

For the present study, we turned to German undergraduate students of physics education. Unlike 7th graders, undergraduate students have already learned much about light rays. Still, they are known to think in terms of whole images (Galili, 1996; Galili et al., 1993; Galili & Hazan, 2000). Thus, we had the two-fold goal of finding out (1) how German undergraduate students of physics education initially think about prismatic dispersion, and (2) how they change their initial thinking based on the images they observe in prism experiments.

Theoretical framework and research questions

The Model of Educational Reconstruction

To reach a scientific understanding, students typically need to reconstruct their ideas. To promote that conceptual change, teachers need to reconstruct the scientists' ideas for the students (Duit & Treagust, 2003). The *Model of Educational Reconstruction* provides a theoretical framework for education researchers to relate the scientists' ideas to the students' ideas; the purpose is to design principles, guidelines, and tools for teachers (Duit, Gropengießer, Kattmann, Komorek, & Parchmann, 2012; Kattmann, Duit, Gropengießer, & Komorek, 1996).

The model represents three interdependent and recursive tasks for education researchers: (1) Analysing scientists' ideas based on historical and current sources, such as articles in scientific journals and books, (2) analysing students' ideas (and perhaps affective or contextual factors) in empirical studies, and (3) synthesising the students' and scientists' ideas in the design of instruction (Duit et al., 2012). For the first task, we have analysed works on spectroscopy by Newton (1979), Lunazzi (1990), and Bershady (2010), to name just a few. For the second task, we have reviewed national and international studies on student understanding of prisms from the past three decades and performed teaching experiments with 7th graders (see introduction) as well as undergraduate students (for this study). For the third task, we have been designing, testing, and refining an image-based approach to spectroscopy (Grusche, 2015a, 2015b, 2016a), trying to synthesise the students' and scientists' ideas.

For the synthesis to be possible, the ideas of students and scientists need to be analysed and compared at corresponding levels of complexity. From low to high complexity, ideas are categorised as a concept, conception, or conceptualisation (Gropengießer, 2007):

A *concept* (German: 'Begriff') is an elementary idea; it is a thought process that refers to an item or event (such as a ray, or dispersion); it can be represented by a word.

A *conception* (in the narrower sense of 'notion'; German: 'Konzept') is a network of concepts; it is a thought process that refers to an actual situation (such as a spectrum on a projection screen, or a ray diagram); it can be stated in an assertion, cf. Kattmann et al. (1996), and Lewis & Kattmann (2004).

A *conceptualisation* (German: 'Denkfigur') is a thinking pattern; it is a thought process that refers to an aspect of reality (such as the imaging process in spectroscopy); it can be summarised in a principle, cf. Kattmann et al. (1996) and Lewis & Kattmann (2004).

Research questions

In line with our research goal, and within the theoretical framework of the Model of Educational Reconstruction, we posed three research questions:

- Research question 1: Which ray concepts do the students use (without specific intervention)?
- Research question 2: Which conceptions do the students use to relate images to one another, or to rays (before, during, or after image-based prism experiments)?
- Research question 3: Which conceptualisations do the students use to understand prismatically dispersed images (before, during, or after image-based prism experiments)?

Thus, we focused on conceptual aspects, paying only some attention to affective and contextual variables during data analysis.

Methods

Teaching experiment methodology

To get to know students' initial ideas, and to see how these ideas change in response to teaching actions, we applied the *teaching experiment methodology* (Steffe & Thompson, 2000). In a teaching experiment, the researcher acts both as an interviewer and as a teacher. Thus, the researcher can learn about students' ideas, and adapt the teaching during and after a session. Conversely, the subjects act both as interviewees and as students. This way, they have a chance to express their initial ideas, and to adapt them towards scientific ideas. Teaching experiments are meant to build a bridge between the research into students' ideas and the design of teaching guidelines (Steffe & Thompson, 2000).

Being exploratory, a teaching experiment serves to generate hypotheses about students' ideas. Accordingly, the researcher uses 'responsive and intuitive interactions' to "become the students and attempt to think as they do" (Steffe & Thompson, 2000, p. 278). However, "one does not embark on the intensive work of a teaching experiment without having major research hypotheses to test" (Steffe & Thompson, 2000, p. 275). Thus, the researcher also uses 'analytic interaction' to test a hypothesis about a student's thinking (Steffe & Thompson, 2000, pp. 280-281).

In line with our research questions, we had five major hypotheses to test:

- Hypothesis 1: The students will use a mechanistic ray concept, mixed with the concept of light waves.
- Hypothesis 2.1: The students will translate the conception of ray dispersion into the conception of mutually shifted images. After all, they probably know from school and media (such as the iconic cover for Pink Floyd's 'The dark side of the moon') that a prism splits up a white ray into differently coloured rays. Accordingly, they may conclude that a white image is split up into differently coloured images.
- Hypothesis 2.2: Students will come to understand a spectrum as the superposition of differently coloured images. After all, students are known to think in terms of whole images. This thinking may form a basis for further insights.
- Hypothesis 2.3: For prismatic inspection, the students will not predict that the perspective in the image depends on colour. Even scientists have only recently discovered this: dispersion transforms the actual viewer into a rainbow-coloured series of virtual viewers. This insight has led scientists to new applications (Grusche, 2014; Lunazzi, 1990), and may help students understand that a dispersive prism provides multiple viewing directions at once.
- Hypothesis 3: The students will use the 'image projection' conceptualisation reported by Galili et al. (1993, 1996) and Galili & Hazan (2000).

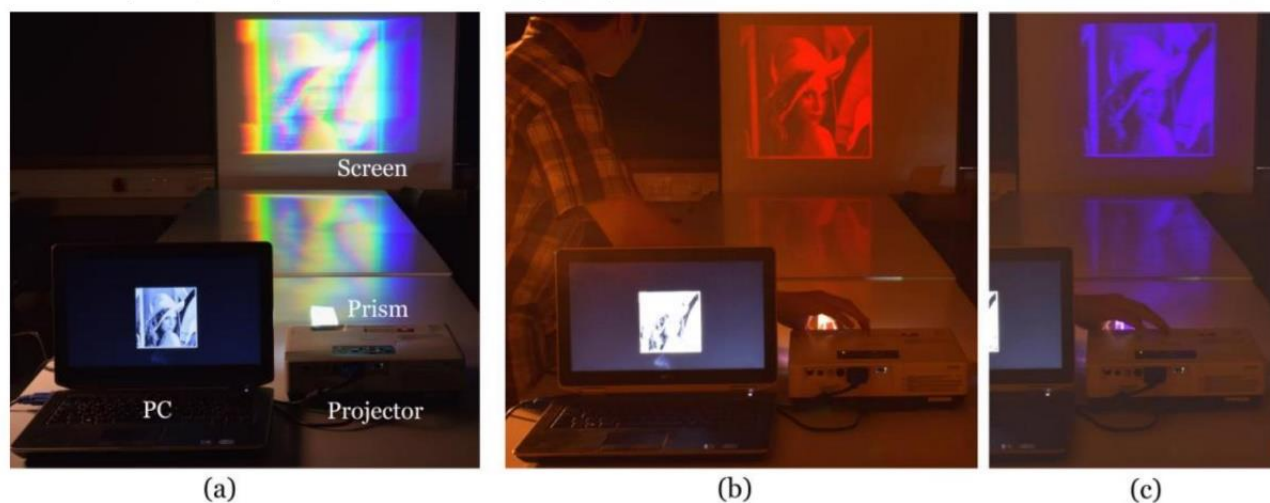


Figure 1. Prismatic projection. (a) Setup, (b) inserting a red filter, and (c) inserting a blue filter.

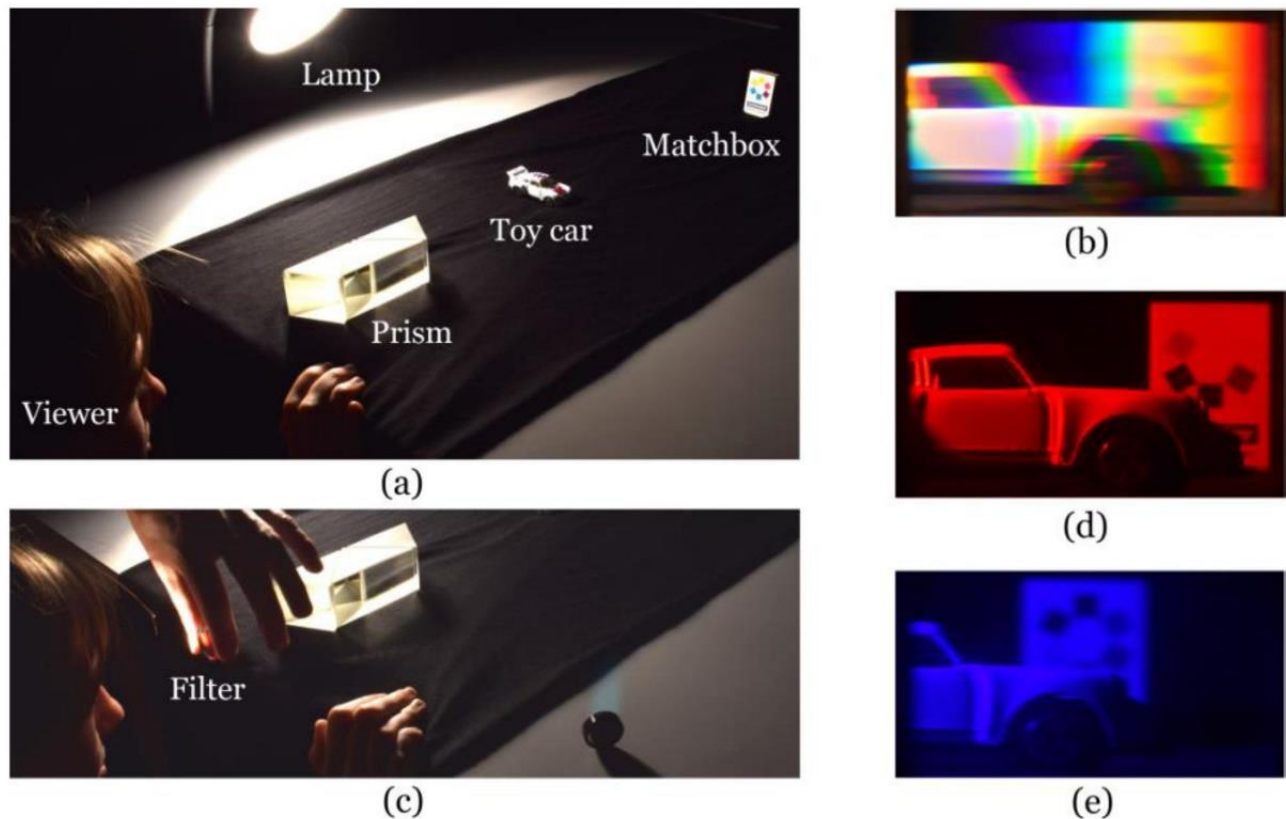


Figure 2. Prismatic inspection. (a) Setup, (b) view through the prism, (c) inserting a colour filter, (d) view through red filter and prism, and (e) view through blue filter and prism.

Five teaching experiments were performed. Three of them were done with one student each (Anna; Ben; Chris), the other two were done with two students each (David with Edgar; Fabian with Gerd). The seven voluntary subjects were undergraduate students of physics education at the University of Education, Weingarten, although one of them had switched to hygiene technology at the Hochschule Albstadt-Sigmaringen.

Two prism experiments were up for discussion: prismatic projection and prismatic inspection. For *prismatic projection*, the researcher projected a greyscale image through a direct-vision prism, see Figure 1(a). Later, the researcher inserted narrow-band colour filters at the prism, see Figure 1(b,c). This teaching action was intended to mediate the idea that a spectrum is a superposition of differently coloured images. For *prismatic inspection*, the students viewed a white toy car in the foreground and a white matchbox with a colourful logo in the background through a direct-vision prism, see Figure 2(a,b). Again, the researcher inserted colour filters at a later stage, see Figure 2(c-e). This teaching action was designed to convey the idea that the viewing direction depends on colour. In each case, the students were asked to *predict*, *describe*, and *explain* their observations. Afterwards, the students were asked to indicate the rays for red and blue light.

None of the students had seen these types of prism experiments before. The researcher explained as little as possible. Thus, the students could express and form their own ideas. The researcher adapted to the students' answers, questions, and suggestions. Hence, the sessions differed in the contents covered. In some cases, the experiments were varied, such as viewing a dispersed projection through a prism, or illuminating the objects using a lamp with a discrete spectrum instead of a continuous one. Still, all students discussed prismatic inspection. The teaching experiments lasted between 40 and 80 minutes, being videotaped with the students' consent.

Qualitative content analysis

The teaching experiments were evaluated by applying Gropengießer's (2005, 2007) didactics-oriented version of *qualitative content analysis* to the video transcripts, cf. Kattmann et al. (1996), Niebert and Gropengießer (2014), or Riemeier and Gropengießer (2008). The analysis comprised the phases of preparation, interpretation, and generalisation.

The **preparation phase** (Gropengießer, 2007) involved transcribing the video and editing the transcript.

Transcribing included the following three steps:

(1) *Selecting relevant utterances.* For a first reduction of the material, each video was looked at multiple times to find passages in line with the research goal.

(2) *Documenting the words.* For an authentic representation, the spoken words were transcribed without changing the style or grammar.

(3) *Commenting.* As cues for interpretation, verbal acts ('ah,' 'erm,' etc.) were written down, and non-verbal acts (laughing, looking through a prism, etc.) were described in parentheses. For each second of a pause in speech, a dash '-' was used.

Editing included the following four steps:

(1) *Selecting meaningful passages.* For a second reduction of the material, passages in line with the research questions were highlighted in the transcript and copied into a separate file. Chains of argumentation were preserved, and the beginning and end of each section was specified by the line number from the transcript.

(2) *Deleting redundancies and fillers.* The meaningful utterances were freed from clutter by deleting interruptions (the interviewer's 'yeah,' etc.), fillers (such as 'well, I think that'), direct repetitions, and attempts before the intended statement. Meanwhile, variations in word choice were added in parentheses, as in 'rays (light rays).'

(3) *Formulating autonomous student statements.* To isolate a student's individual statements from the dialogue while including the context, the interviewer's questions were reformulated as part of the student's answers.

(4) *Paraphrasing.* To make a student's statements readable and understandable, grammatical errors were corrected, and missing contextual elements were added based on the interviewer's knowledge about the original situation. Still, the student's choice of words, especially in metaphors and analogies, was preserved. In case of doubt, the video material was revisited.

The **interpretation phase** (Gropengießer, 2007) involved summarising, explicating, and structuring each student's edited statements.

Summarising included the following four steps:

(1) *Classifying the statements.* As a basis for systematic interpretation, statements by a given student were grouped according to *topic*. The broad topics were prismatic projection and inspection, and each stage of a prism experiment was treated as a subordinate topic. Moreover, it was helpful to group the statements according to *kind*, distinguishing between a student's 'prediction,' 'reason for the prediction,' 'observation,' and 'explanation of the observed phenomenon,' following the phases of a teaching experiment. Thus, a table was created, using different lines for different topics, and different columns for different kinds of statements.

(2) *Identifying inconsistencies.* To reveal contradictory ideas, each set of statements was checked for internal consistency: mutually consistent statements were gathered in a paragraph and labelled with a brief title, such as ‘background shifted more’ versus ‘foreground shifted more.’ In each paragraph, the line numbers from the transcript were documented.

(3) *Condensing equivalent propositions.* For a third reduction of the material, multiple statements with the same meaning were reformulated as a single statement, indicating variations in parentheses. Still, metaphors and analogies were preserved. Examples were generalised (the ‘toy car’ being a ‘foreground object,’ etc.). If an example was significant as such, it was preserved along with its generalised version.

(4) *Sequencing.* If necessary, statements within a titled paragraph were rearranged in a more meaningful sequence. However, each chain of argument was preserved.

Explicating included the following four steps:

(1) *Characterising the student's understanding.* To identify the characteristic features of a student's understanding, the summarised statements were interpreted in light of scientists' ideas. For the present study, this was done by rephrasing each titled paragraph in one or two sentences.

(2) *Interpreting word use.* Language can promote or hinder learning, convey ideas, and hint at the origin of those ideas. Thus, analogies and metaphors were interpreted and crucial words were analysed. In particular, a word search for ‘ray’ and ‘image’ was done in the transcript, and the associated verbs were analysed, such as ‘go,’ ‘travel,’ or ‘hit.’

(3) *Tracing sources of ideas.* To understand whether ideas came from everyday life or from school and media, the sources of central ideas were identified based on reasonable speculation, or based on a student's own mention.

(4) *Identifying problems and interests.* With the design of instruction in mind, inconsistencies and difficulties in student thinking were described, and interests mentioned by a given student were listed.

Structuring included the following two steps:

(1) *Distilling the student's ideas.* To allow for a comparison with scientists' ideas, a student's ideas were inferred from the preceding analysis and formulated at distinct levels of complexity, namely as a concept, conception, or conceptualisation. Each idea was briefly described and given a name.

(2) *Marking the status of the ideas.* To indicate the status of each idea, symbols were placed before each description. For the symbols used in the present study, see Appendix 2.

The interpretation of the students' ideas formed the basis for generalisation.

The **generalisation phase** (Gropengießer, 2007) involved finding categories for students' ideas. *Categorising* was done by looking for similarities and differences across students' ideas. Similar ideas from different students were included in a single category; markedly different ideas were assigned to different categories.

For a reconstruction of *learning pathways*, the students' ideas were chronologically arranged and connected to the teaching actions that occasioned them, cf. Riemeier and Gropengießer (2008). For anonymity, all students' names have been changed in this report.

Results

Foreword

Different students used a given idea on different occasions, and the teacher adapted the teaching actions to each student individually. Thus, we can hardly make any blanket statement about which teaching action promoted which idea. Accordingly, we will present the students' ideas *thematically* rather than chronologically. Still, within each theme, we will specify *when* a given idea was used by a particular student. For an overview of the essential findings, see the discussion.

Students' ray concepts

Throughout the teaching experiments, students used various ray concepts, sometimes interchangeably, see Table 1. Three out of seven students used a geometric ray concept, treating a ray as a line that represents the motion of light. Everybody except Chris used mechanistic ray concepts, imagining a ray as a particle or stream of light. However, most students knew that light particles and light streams were only models. Students found many ways to relate their ray concepts to the concept of light waves, see Table 1.

Table 1. Students' ray concepts.

| <i>Category</i> | <i>Definition</i> | <i>Wave-related examples</i> | <i>Other examples</i> |
|----------------------|---|--|--|
| (a) Light particle | A point-like part of light that moves through space | (a) A particle of light that travels along a wave-shaped trajectory (Gerd) (b) A particle of light that can create an elementary wave of light when hitting an object (Edgar) | A particle of light that moves through space, illuminating things and making things visible (Fabian) |
| (b) Light stream | A narrow stream of light | (a) A line-shaped, immaterial, invisible stream of wave-like radiation that can be stopped by an obstacle (Anna) (b) A narrow bundle of light waves (David) | A line of light that illuminates a point on a surface (Ben) |
| (c) Light trajectory | A line along the motion of light | (a) A path along which light waves travel (Anna) (b) A line representing the direction in which elementary waves travel (Chris) | (a) A line representing the direction in which particles of light travel (Chris) (b) A line along which an image travels through space (Gerd) |

Conceptions relating rays to prismatic projection

When asked to predict what would be seen in prismatic projection, students did so based on their knowledge of ray dispersion: they used the conception 'split to screen,' see Figure 3(a) and Table 2. For example, Anna knew that a white ray would be split up into coloured rays (supposedly due to *diffraction* at the crystal structure of the prism). She concluded that a ray bundle carrying the greyscale image would be split up into ray bundles carrying differently coloured images to the screen. Similarly, Fabian and Gerd predicted that the image would be fanned out into a series of rainbow-coloured images because each white or grey image point would be separated into its spectral colours. Ben predicted that a prism would deflect

light, separating white light into its rainbow colours. When he saw the prismatic image, he immediately recognised that ‘in each colour, I still have practically one image, one next to another.’

Chris initially thought that a greyscale image would not be dispersed into colours because the greyscale image was colour-free. The researcher gave him a chance to correct that prediction:

- I: But didn't you say that white light consists of all colours?
 Chris: Oh, yes, right! That would be possible, but they will be at the borders, primarily.
 I: Why only at the borders, why not in the middle?
 Chris: Because it could cancel in the middle. I mean, especially in a uniform area, the light will not come back together with the same rays, but the result will be the same.
 I: Ah, ok. Because it will be mixed there, again, you mean?
 Chris: Yes, I mean, [...] if you consider red and blue rays only, they would be shifted by a centimetre, yet it will cancel right away. The greatest effect will be at the top and at the bottom because there will be only one colour, there.

When asked to show the rays for red and blue light, Chris traced the rays backwards from the observed spectrum to the projector, as did Ben. They used the conception ‘split re-tracing,’ see Figure 3(b) and Table 2.

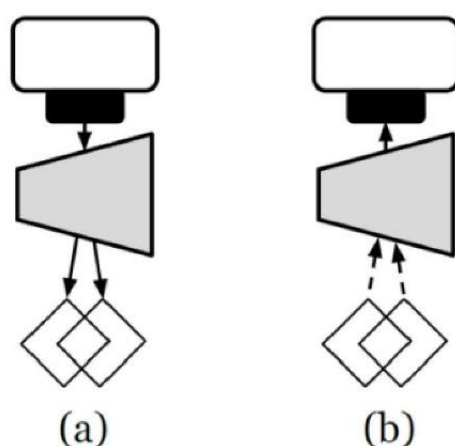


Figure 3. Conceptions relating rays to a projected spectrum. (a) Split to screen and (b) split re-tracing.

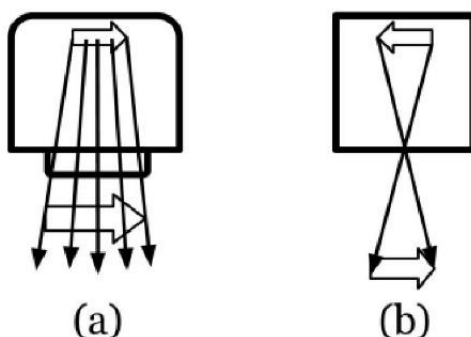


Figure 4. Conceptions relating rays to the image from the projector. (a) Shower projector and (b) pinhole projector.

Table 2. Conceptions relating rays to a projected spectrum.

| <i>Category</i> | <i>Definition</i> |
|----------------------|---|
| (a) Split to screen | With each white ray being split up into rainbow-coloured rays, a greyscale image is separated into a rainbow-coloured series of images. |
| (b) Split re-tracing | For a given point in the spectrum, the ray can be traced backwards through the prism to the projector. |

When relating rays to a projected spectrum, students used two different conceptions to relate rays to the projector: Anna, Fabian, and Gerd used the conception ‘shower projector,’ whereas Ben and Chris used the conception ‘pinhole projector,’ see Figure 4 and Table 3. Anna switched to the ‘pinhole projector’ when she explained the blurry lens image as a superposition of pinhole images. Fabian and Gerd switched to the ‘pinhole projector’ to treat prismatic inspection analogous to prismatic projection, guided by the teacher.

Table 3. Conceptions relating rays to the image from the projector.

| <i>Category</i> | <i>Definition</i> |
|-----------------------|--|
| (a) Shower projector | The rays go through a circular projector aperture, side by side, analogous to water from a shower. |
| (b) Pinhole projector | The rays intersect at a point-like projector aperture, as in a pinhole camera. |

Conceptions relating images in prismatic projection

Even before filters were inserted, all students had realised that a projected spectrum was a rainbow-coloured series of images, using the conception ‘image series,’ see Figure 5(a) and Table 4.

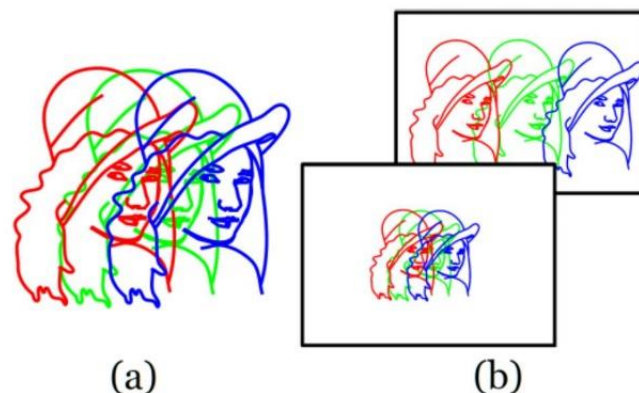


Figure 5. Conceptions relating images in prismatic projection. (a) Image series and (b) distance-dependent displacement.

Table 4. Conceptions relating images in prismatic projection.

| <i>Category</i> | <i>Definition</i> |
|-------------------------------------|---|
| (a) Image series | The spectrum is a series of differently coloured images. |
| (b) Distance-dependent displacement | The larger the distance between prism and screen, the larger the displacement among the images within the spectrum. |

To predict how the image would change if the screen was moved towards or away from the prism, Chris, Fabian, and Gerd used ‘split to screen’ to form the conception ‘distance-dependent displacement,’ see Figure 5(b) and Table 4.

Conceptions relating rays to prismatic inspection

When asked to predict what would be seen in prismatic inspection, all students except Ben and Chris used the conception ‘split to eye,’ see Figure 6(a). For example, Edgar said: ‘Those rays that are wandering from the car in the direction of my eye are separated by the prism into the spectral colours.’ He concluded:

‘The car will be strongly – What do you call that painting style? Expressionism! [...] –, [...] completely shifted.’

When the students realised that further predictions were difficult, they changed to other conceptions. For an overview of these conceptions, see Figure 6(b-f) and Table 5.

Overall, students followed similar learning pathways, see Figure 7. The students’ steps along the learning pathways, and the teaching actions that promoted them, are described in Tables A2-A8, see Appendix 2. Generally, inserting colour filters was crucial. Before that, students used the conceptions ‘split to eye,’ ‘split to object,’ or ‘split to images.’ After colour filtering, they realised that the viewing direction depends on colour. For example, Edgar shouted: ‘Ah, parallax shift!’ Thus, all students except David formed some of the more advanced conceptions, namely ‘eye to images,’ ‘views onto object,’ and ‘di- & converge.’

In many cases, students traced rays from the eye to the prism or from the prism to the object, but they knew that light went the other way around.

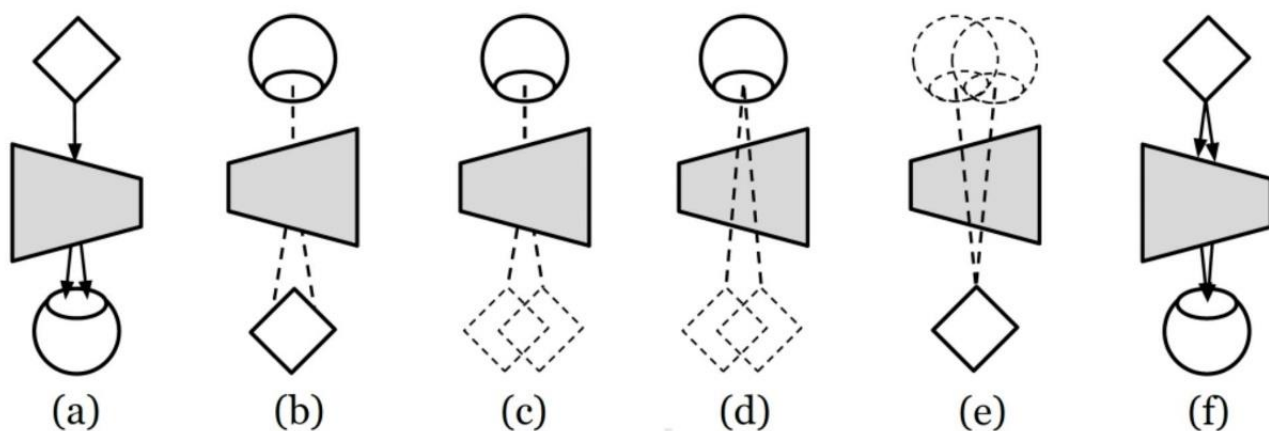


Figure 6. Conceptions relating rays to a virtual spectrum. (a) Split to eye, (b) split to object, (c) split to images, (d) eye to images, (e) views onto object, and (f) di- & converge.

Table 5. Conceptions relating rays to a virtual spectrum.

| <i>Category</i> | <i>Definition</i> |
|-----------------------|--|
| (a) Split to eye | A given ray from an object point is separated by the prism towards the eye. |
| (b) Split to object | A given line of sight is separated by the prism, reaching diverse object points. |
| (c) Split to images | A given line of sight is separated by the prism, reaching diversely coloured images of a certain object point. |
| (d) Eye to images | Differently coloured lines of sight go to the images of a given object point along different directions. |
| (e) Views onto object | Differently coloured lines of sight go to a given object point along different directions. |
| (f) Di- & converge | Differently coloured rays leave a given object point along diverse directions to be diversely deflected towards the pupil. |

When relating rays to a virtual spectrum, students used two different conceptions to relate rays to the eye, see Figure 8 and Table 6. David, Edgar, Fabian, Gerd, and Anna used the conception ‘bowl eye.’ For example, Anna said: ‘This is the receiver, instead of the projection screen: my eye.’ In contrast, Ben and Chris used the conception ‘pinhole eye.’ For instance, Ben talked about the ‘pupil point.’ Fabian and Gerd switched to the ‘pinhole eye’ in connection with ‘split to object’ and ‘split to images.’

Within the conception ‘bowl eye,’ there were notable variations. For example, Gerd and Anna imagined entire monochromatic images travelling along the separated rays, ignoring that the eye produces an inverted image. Edgar, instead, remembered that the retinal image is inverted with respect to the virtual image. He drew red and blue rays based on the inverted sequence of colour fringes on the retina, without considering entire monochromatic images.

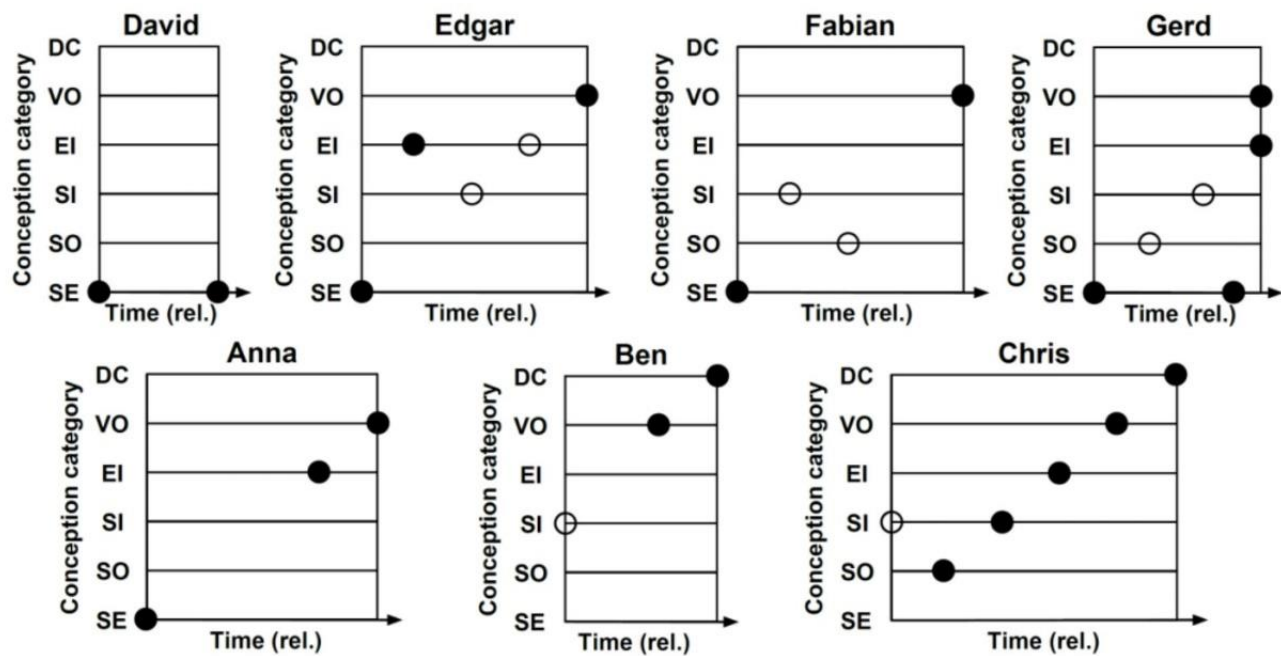


Figure 7. Learning pathways involving rays for a virtual spectrum. SE – split to eye, SO – split to object, SI – split to images, EI – eye to images, VO – views onto object, DC – di- & converge. Black circles represent explicit cases; empty circles represent implicit cases.

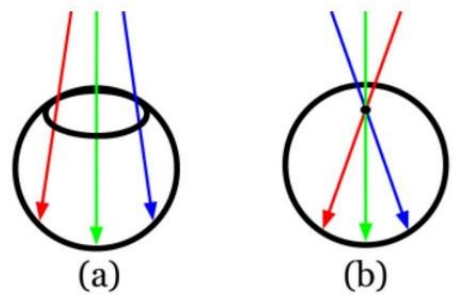


Figure 8. Conceptions relating rays to the spectrum on the retina. (a) Bowl eye and (b) pinhole eye.

Table 6. Conceptions relating rays to the spectrum on the retina.

| Category | Definition |
|-----------------|---|
| (a) Bowl eye | All or some of the component rays go through a circular pupil, side by side, analogous to a spray of water going through the opening of a bowl. |
| (b) Pinhole eye | The component rays intersect at a point-like pupil, as in a pinhole camera. |

Conceptions relating images in prismatic inspection

Students used numerous conceptions to relate images in prismatic inspection. For an overview of these conceptions, see Figure 9 and Table 7.

Using the conception ‘image series’ (Figure 9(a)), all students understood a spectrum as a series of differently coloured images. Four of seven students used this conception to predict the prismatic image. David, Edgar, and Ben formed it afterwards to predict what would be seen through filters.

The conception ‘magnification’ (Figure 9(b)) was conveyed by David and Edgar before they looked through the prism.

The conception ‘prism-to-eye distance irrelevant’ (Figure 9(c)) was expressed by one student during his predictions: Chris reasoned that looking at the white object through the prism would be equivalent to looking at a coloured object without the prism.

The conception ‘object-to-prism distance crucial’ (Figure 9(d)) was used by five of seven students. Two of them formed it even before the experiment: Edgar said it was intuitive, Chris talked about visual rays being dispersed across the object.

The conception ‘inverted image’ (Figure 9(e)) was uttered by David, Edgar, Fabian, and Gerd during their discussion of the imaging process.

The conception ‘relative shift’ (Figure 9(f)) was expressed by all students while looking through the filters. Gerd and Chris formed this conception even before that, based on the above-mentioned conception ‘object-to-prism distance crucial.’

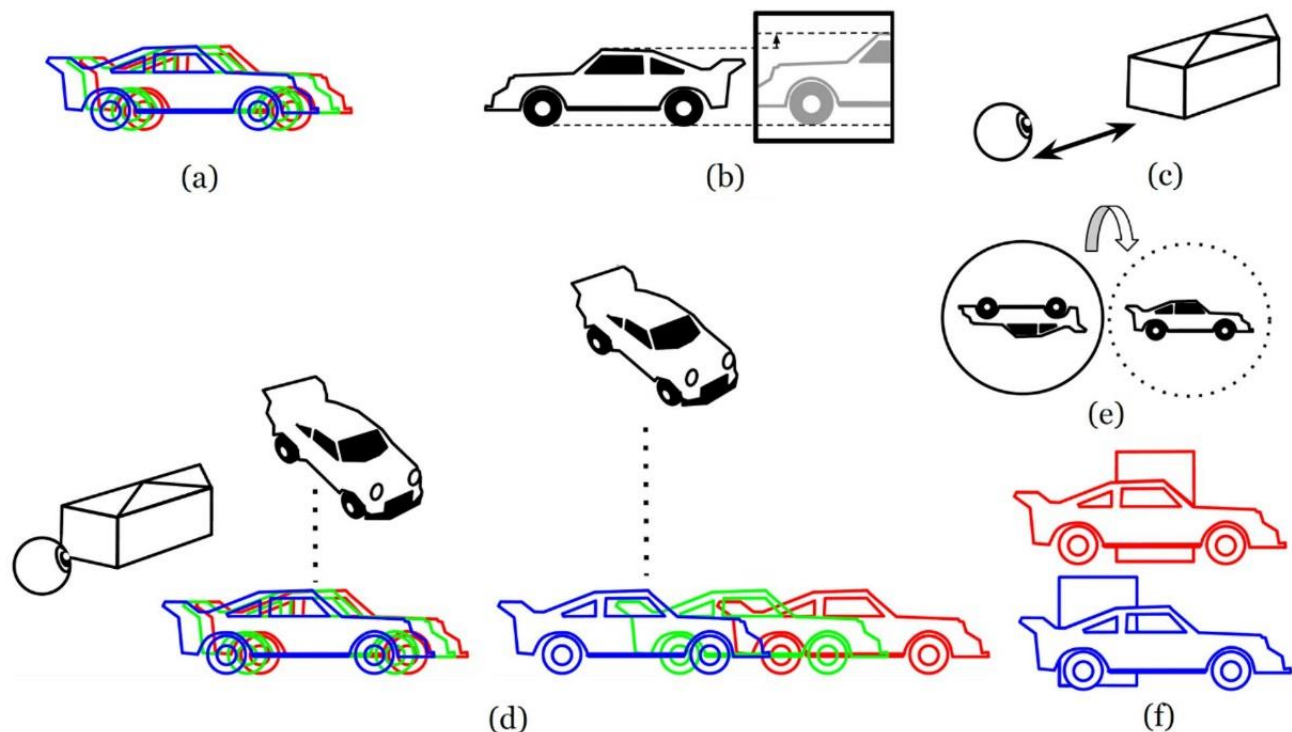


Figure 9. Conceptions relating images in prismatic inspection. (a) Image series and (b) magnification, (c) prism-to-eye distance irrelevant, (d) object-to-prism distance crucial, (e) inverted image and (f) relative shift.

Table 7. Conceptions relating images in prismatic inspection.

| <i>Category</i> | <i>Definition</i> |
|--------------------------------------|--|
| (a) Image series | The spectrum is a series of sharp, differently coloured images. |
| (b) Magnification | The prism makes the object appear larger or smaller. |
| (c) Prism-to-eye distance irrelevant | The distance between the prism and eye does not affect how wide the spectrum is (in relation to a given object). |
| (d) Object-to-prism distance crucial | The further a given object is away from the prism, the wider is the spectrum (in relation to that object). |
| (e) Inverted image | The brain flips the retinal image. |
| (f) Relative shift | The lateral offset between the foreground image and background image depends on colour. |

All above-mentioned conceptions are adequate to some degree, see discussion. However, we also found some conceptions that were not in agreement with experimental facts, see Table 8. All of these misconceptions, except ‘common shift,’ were expressed in the prediction phase. After their observations, the students corrected these misconceptions.

Table 8. Misconceptions relating images in prismatic inspection.

| <i>Category</i> | <i>Definition</i> | <i>Possible source of the misconception</i> |
|---|---|--|
| (a) Colour-dependent width | The width of a single-coloured image within the spectrum depends considerably on its colour. | Seeing that the blue end of the prismatic spectrum is considerably longer than the red end. |
| (b) Common shift | When switching filters, the foreground and background are shifted together, such that the foreground always covers the same part of the background. | Assuming that background and foreground are represented in a unified image. The offset varies only slightly with colour. |
| (c) Object-to-prism distance irrelevant | The distance between the prism and a given object does not affect how wide the spectrum is (in relation to that object). | Focusing on the constant image displacement on the retina while ignoring the change in image size. |
| (d) Same colour sequence | The colour sequence is the same in prismatic inspection as in prismatic projection. | Treating the prism and the colour sequence as a unit. Ignoring that the brain inverts what is projected onto the retina. |
| (e) Prism-to-eye distance crucial | The further the eye is away from the prism, the wider is the spectrum (in relation to a given object). | Treating the object as a projector and the eye as a screen. |

Conceptualisations of prismatic spectrum formation

All students used only one ray to map an object point to its image point, and many students thought of rays as carrying the image. Thus, they used an ‘image projection’ conceptualisation. For prismatic spectra, we identified two versions: ‘*split image projection*,’ and ‘*diverted image projection*,’ see Figure 10 and Table 9.

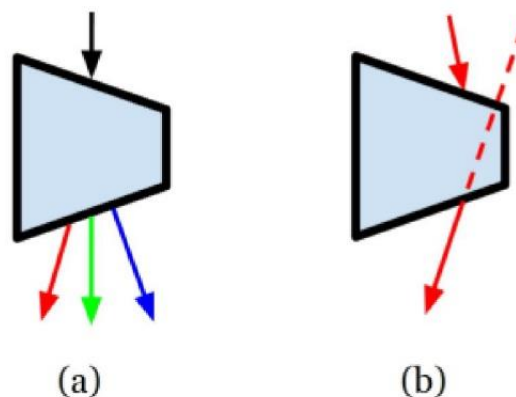


Figure 10. Conceptualisations of prismatic spectrum formation. (a) Split image projection and (b) diverted image projection.

Table 9. Conceptualisations of prismatic spectrum formation.

| Category | Definition | Affiliated conceptions | |
|-------------------------------|--|---|--|
| | | Prismatic projection | Prismatic inspection |
| (a) Split image projection | A prism splits a composite ray into its component rays, thus splitting the original image into differently coloured images. | (a) Split to screen (b) Split re-tracing | (a) Split to eye (b) Split to object (c) Split to images |
| (b) Diverted image projection | A prism diverts each component ray according to colour, such that an object is viewed from a colour-dependent direction, and an image of the object is seen in a colour-dependent direction. | Not found | (a) Eye to images (b) Views onto object (c) Di- & converge |

‘*Split image projection*’ was used both for prismatic projection and inspection, giving rise to the above-mentioned conceptions ‘split to screen,’ ‘split retracing,’ ‘split to eye,’ ‘split to object,’ and ‘split to images.’ ‘*Diverted image projection*’ was developed only for prismatic inspection, emerging from the above-mentioned conceptions ‘eye to images,’ ‘views onto object,’ and ‘di- and converge.’ For the change from ‘split image projection’ to ‘diverted image projection,’ looking through the prism with colour filters was crucial.

Discussion

Broad answers to the research questions

Overall, the students in our teaching experiments used three ray concepts, thinking of rays as particles of light, streams of light, or paths of light.

Most students started with the conception that a ray is split up towards the screen or eye. During the prism experiments, students confirmed or developed many image-related conceptions. These served as a basis for continually restructuring the ray-related conceptions of prismatic inspection. Although students initially used some false conceptions about prismatic inspection, they corrected these misconceptions based on observation. Moreover, some students treated the projector as a kind of shower and the eye as a kind of bowl. If specifically guided by the teacher, they later modelled the projector and eye in analogy to a pinhole camera.

Initially, students used a ‘split image projection’ conceptualisation, whereby a white ray is split up into differently coloured rays. This conceptualisation was useful for prismatic projection, but failed during prismatic inspection. Once the students looked through the prism with colour filters, they saw that the viewing direction depends on colour. Thus, all students except one changed to a ‘diverted image projection’ conceptualisation, whereby a single-coloured ray enters and exits the prism at colour-dependent angles.

Evaluation of the hypotheses

Hypothesis 1 was largely confirmed: Six of seven students used a mechanistic ray concept, thinking of rays as particles or streams of light. Some students mixed the ray concept with a wave concept, thinking that a particle of light moved like a wave or caused a wave, or that a stream of light comprised waves. Only three out of seven students used a geometric ray concept, thinking of rays as lines that represent the motion of light or images.

Hypothesis 2.1 was largely confirmed: all students knew that a ray of white light would be split up into differently coloured rays. Four out of seven students used that knowledge to predict a series of differently coloured images.

Hypothesis 2.2 was confirmed: before filters were used, all students understood a spectrum as a series of mutually shifted images. They used that conception to predict and explain many phenomena based on images, and to refine their understanding of the ray geometry in prismatic inspection.

Hypothesis 2.3 was mostly confirmed: only three out of seven students predicted a colour-dependent perspective. However, through observation, six of seven students came to understand the virtual spectrum as a superposition of multiple perspectives, forming the conception ‘views onto object.’

Hypothesis 3 was confirmed: all students used the ‘image projection’ conceptualisation reported by Galili et al. (1993; 1996) and Galili and Hazan (2000). For prismatic dispersion, we specified two versions: ‘split image projection’ and ‘diverted image projection.’ During prismatic inspection, all students except one made a conceptual change from ‘split image projection’ to ‘diverted image projection.’

Validity

To ensure the validity of our findings, we have taken the measures proposed by Gropengießer (2007). For *selection validity*, we have interviewed regular students. For *procedural validity*, we have (1) created a trustworthy atmosphere during the teaching experiments, (2) used multiple ways to probe a student’s idea (such as speech, drawings, and experimental activities), so-called *internal methodological triangulation*, (3) proceeded stepwise in our qualitative content analysis (as outlined in the methods section), (4)

documented all steps in separate files, (5) supported our interpretations with arguments (as part of explication), and (6) checked the coding for the learning pathways against a colleague's coding. Where the coding differed, we reached consensus through discussion, cf. Niebert and Gropengießer (2014), or Riemeier and Gropengießer (2008). For *correlative validity*, cf. Niebert and Gropengießer (2014), we have checked our interpretations against previous studies on students' ideas and our preliminary analysis of scientists' ideas, see the following section '*Students' ideas from a scientific viewpoint.*'

In addition, we have discussed our interpretations of students' conceptions with most of the students themselves: Anna, Chris, Fabian, and Edgar confirmed that their words have been interpreted correctly.

Our sample size was small, as is typical of teaching experiments; cf. Steffe & Thompson (2000, p. 275), who did a study with 6 students, and Riemeier and Gropengießer (2008), who had 15 students. Our sample was large enough to fulfil the criterion of theoretical saturation: displaying *intraindividual variability* and *intersubjective uniformity* (Gropengießer, 2007, p. 149), our students used a wide range of conceptions along similar learning pathways. Thus, it is unlikely that further teaching experiments with undergraduate students would yield new categories of conceptions. Still, our results are not definitive, and students' individual ideas will differ considerably within a given conception.

Students' ideas from a scientific viewpoint

It is beyond the scope of this article to look at all students' ideas from a scientist's viewpoint. Still, the reader may be interested in some essentials.

The students' concept 'light trajectory' is the only scientifically adequate ray concept, at least from a modern standpoint. From a historical standpoint, the students' concept 'light particle' is scientifically adequate, as well: it corresponds to Isaac Newton's definition of the light ray (1979, pp. 1-2). When students traced rays from the projected spectrum to the prism, from the eye to the prism, or from the prism to the object, they intuitively applied the optical principle of reversibility (Newton, 1979, p. 5).

The students' conception 'shower projector' is scientifically inadequate. Still, for prismatic projection, it is as fruitful as the scientifically adequate 'pinhole projector.' The 'shower projector' ceases to be applicable only when the ray geometry within the projector becomes relevant, for example when treating the eye as a reverse projector.

At first sight, the 'bowl eye' appears incorrect. However, even from a scientific viewpoint, differently coloured rays do pass through the pupil side by side, and their colour range is indeed limited by the pupil size, see Figure 11(a). Still, these rays are not the only ones relevant for the spectrum on the retina, see Figure 11(b): a full range of differently coloured rays may always pass through a point at the eye lens, corresponding to the students' conception 'pinhole eye.'

All of the students' conceptions relating rays to a virtual spectrum can be used in a scientifically adequate manner. However, students tend to get some details wrong (see Table 10).

Both versions of the 'image projection' conceptualisation have been used by scientists like Newton (1979) and Lunazzi (1990). 'Split image projection' seems especially useful for prismatic projection, whereas 'diverted image projection' seems more useful for prismatic inspection. Ultimately, however, the two conceptualisations represent two sides of the same coin, as exemplified in Figure 11. Overall, spectroscopists seem to prefer the 'image projection' conceptualisation over the 'point-to-point light flux mapping' conceptualisation, at least for virtual spectra.

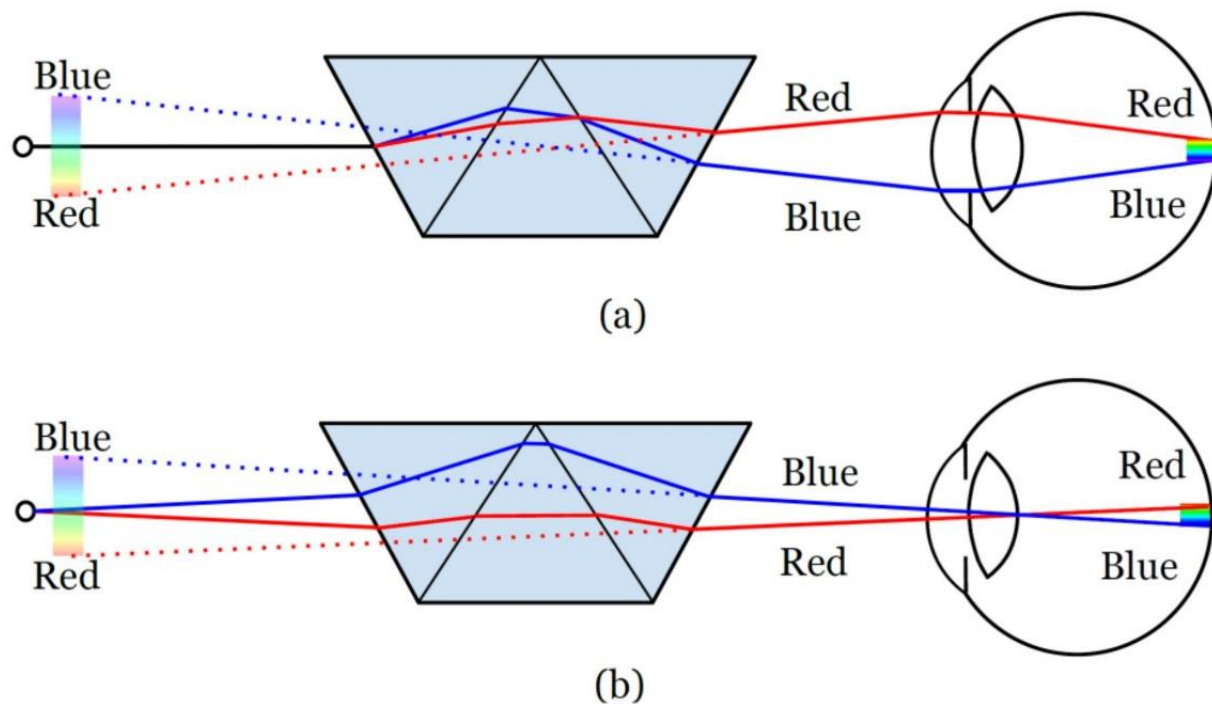


Figure 11. Two scientifically adequate ways of relating rays to a virtual spectrum. The rays between the prism and eye can be extended backwards to the virtual spectrum, as indicated by the dotted lines. (a) A single composite ray is split up by the prism. (b) Multiple component rays diverge from each object point, being diverted by the prism according to colour.

Table 10. Using conceptions about rays for virtual spectra.

| <i>Category</i> | <i>Scientifically adequate use</i> | <i>Students' typical errors</i> |
|-------------------|---|--|
| Split to eye | Predicting the virtual spectrum by extending the separated rays backwards, even if only one of the rays goes through the pupil. | Tracing the separated rays forward to obtain the real spectrum on the retina, concluding that the colour range of the virtual spectrum is determined by the pupil size. Treating the object as a projector and the eye as a screen. |
| Split to object | Predicting the colour-dependent perspectives. | Confusing 'split to object' with 'split to images.' |
| Split to images | Predicting the effect of distance variations. | Assuming that the colour sequence is the same as in prismatic projection. |
| Eye to images | Predicting the mutual tilt among the images, or modelling light paths between prism and eye. | Assuming that the images lie on a straight line (instead of an arc around the prism), thus predicting the wrong perspective for each colour. |
| Views onto object | Predicting the colour-dependent perspectives, or modelling light paths between object and prism. | Assuming that the colour sequence of the virtual eyes is the same as in prismatic projection. |
| Di- & converge | Combining 'eye to images' and 'views onto object.' | Confusing the colours. |

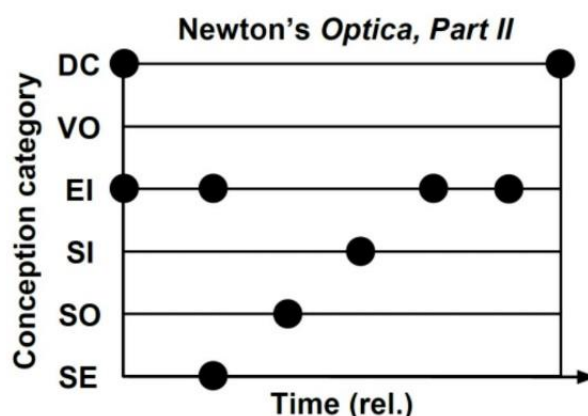


Figure 12. Newton's lecturing involving rays for a virtual spectrum. SE – split to eye, SO – split to object, SI – split to images, EI – eye to images, VO – views onto object, DC – di- & converge.

Interestingly, the students' learning pathways run roughly parallel to the sequence of presentation in Newton's lectures (see Figure 12). In his manuscript 'Optica,' Part II (Shapiro, 2010), the order is the following: in lecture 12, he uses 'di- & converge' and 'eye to images' in Figure II, 41 (Shapiro, 2010, p. 550). Then, he uses 'eye to images' in Figure II, 44 (p. 554), which he explains (p. 555) with 'split to eye.' In Figure II, 47 (p. 557) and the accompanying text (pp. 557-559), he uses 'split to object,' and 'split to images.' In Figure II, 48 (p. 558), he uses 'eye to images.' In lecture 13, he uses 'eye to images' in Figure II, 49 (p. 562). Then, in Figure II, 52 (p. 568), he uses 'di- & converge.' However, the conception 'views onto object' is not represented in Newton's works. It is expressed only in recent scientific work (Grusche, 2014; Lunazzi, 1990).

Some implications for teaching

With many students using a ray concept akin to Newton's, teachers can contrast this historical ray concept with the modern ray concept. Moreover, many students intuitively apply the principle of reversibility. Teachers can use this principle to discuss geometric versus mechanistic ray concepts.

Faced with the phenomena in prismatic inspection, most students progress from the 'split image projection' conceptualisation to the 'diverted image projection' conceptualisation. Typically, their starting point is the conception 'split to eye,' and their endpoint is 'views onto object' or 'di- and converge.' From a scientist's perspective, there would be a shortcut: instead of a single composite ray being split up, you might consider multiple diverging composite rays being split up. From a teacher's perspective, however, it would be worthwhile to join the students on their longer learning pathways. In this way, they can use their observations and activities to test and adjust their conceptions.

Teachers may guide students along their learning pathways. For example, the teacher may support the students' simpler and more fruitful conceptions of the 'pinhole projector' or the 'pinhole eye' by placing a pinhole in front of the projector or the eye. In prismatic inspection, observing diverse perspectives through various colour filters is key to rethinking the relevant rays. Thus, teachers may need to tell students to look for an apparent shift among the background and foreground, and to step back from the prism for the shift to be greater. For a better understanding of prismatic inspection, teachers may tell students to treat the eye as a reverse projector, rather than as a screen. Moreover, teachers should counter students' typical misconceptions with experimental evidence and point out typical errors. Finally, teachers may support the students by demonstrating how to relate rays to the observed images. Much confusion about image inversion can be avoided by telling the students that they need not trace the rays forward from the pupil to the retina, but that they can extend them backwards from the pupil towards the virtual image.

Conclusion

To characterise undergraduate students' ideas about image formation with a dispersive prism, we analysed teaching experiments according to the Model of Educational Reconstruction. Most of our students used a mechanistic ray concept, similar to Isaac Newton. With many students intuitively using the principle of reversibility, teachers have an opportunity to contrast Newton's mechanistic ray concept with the geometric ray concept.

For prismatic projection and prismatic inspection, most students predicted a colourful series of images, based on their knowledge that a composite ray is split up into its component rays. In prismatic inspection, however, the students became frustrated with this '*split* image projection' conceptualisation. Based on the virtual images they observed, most students started to consider component rays diverging from the object and converging to the eye. Thus, they made a conceptual change to the '*diverted* image projection' conceptualisation. Both versions of the 'image projection' conceptualisation have been used by Newton and are still used by scientists today. For prismatic projection, it is enough to think of 'split image projection;' for prismatic inspection, it may be more useful to think of 'diverted image projection.'

Overall, there are many parallels between students' and scientists' ideas about prismatic projection and inspection. Even the students' learning pathways were parallel to the evolution of Newton's research on the subject. Still, the teacher needs to be aware of typical errors within the students' conceptions. Having time to explore the phenomena is essential for students to note and correct these errors. By carefully observing the prismatic images, students can refine their understanding of the ray geometry, especially in prismatic inspection. This way, an image-based approach to prismatic images will allow students to reconstruct their ideas towards a scientific understanding.

Acknowledgments

I am grateful to the students who participated in the teaching experiments. I thank Prof. Dr. Florian Theilmann for checking his coding against mine. Henriette Bast posed for Figure 2, and for the drawings in Figure 5. I am thankful for the reviewers' comments. I thank Anne Smith for proofreading.

Biographical note

Sascha Grusche, born in 1986, has received a master's degree in physics education from the Universität Potsdam/Germany in 2011. Since 2013, he has been working on his doctoral dissertation, designing an image-based approach to lens imaging and spectroscopy.

References

- Bershady, M. A. (2010). 3D spectroscopic instrumentation. In E. Mediavilla, S. Arribas, M. Roth, J. Cepa-Nogué, & F. Sánchez (Eds.), *3D spectroscopy in astronomy* (pp. 87-125). Cambridge: Cambridge University Press.
- Duit, R., Gropengießer, H., Kattmann, U., Komorek, M., & Parchmann, I. (2012). The Model of Educational Reconstruction – a framework for improving teaching and learning science. In D. Jorde & J. Dillon (Eds.), *Science education research and practice in Europe* (pp. 13-37). Rotterdam: Sense.
- Duit, R., & Treagust, D. F. (2003). Conceptual change: A powerful framework for improving science teaching and learning. *International Journal of Science Education*, 25, 671-688.
- Fehringer, I. (2013). *Erstellung, Evaluation und Re-Design von forschungsbasierten Unterrichtsmaterialien zum Thema Farbenlehre in der Sekundarstufe I* [Design, evaluation, and re-design of research-based course materials on the topic of colour theory in lower secondary school] (Diploma thesis). Universität Wien, Vienna. Retrieved from <http://othes.univie.ac.at/28547/>
- Galili, I., Bendall, S., & Goldberg, F. (1993). The effects of prior knowledge and instruction on understanding image formation. *Journal of Research in Science Teaching*, 30, 271-301. doi:10.1002/tea.3660300305
- Galili, I. (1996). Students' conceptual change in geometrical optics. *International Journal of Science Education*, 18, 847-868. doi:10.1080/0950069960180709
- Galili, I., & Hazan, A. (2000). Learners' knowledge in optics: Interpretation, structure and analysis. *International Journal of Science Education*, 22, 57-88. doi:10.1080/095006900290000
- Gropengießer, H. (2005). Qualitative Inhaltsanalyse in der fachdidaktischen Lehr-Lernforschung [Qualitative content analysis in education research]. In P. Mayring & M. Gläser-Zikuda (Eds.), *Die Praxis der Qualitativen Inhaltsanalyse* [The practice of qualitative content analysis] (pp. 172-189). Weinheim: Beltz.
- Gropengießer, H. (2007). *Didaktische Rekonstruktion des Sehens: Wissenschaftliche Theorien und die Sicht der Schüler in der Perspektive der Vermittlung* [Educational Reconstruction of seeing: Scientific theories and the students' view from the perspective of mediation.] (Reprint of the 2nd ed.). Oldenburg: Didaktisches Zentrum.
- Grusche, S. (2014). Basic slit spectroscope reveals three-dimensional scenes through diagonal slices of hyperspectral cubes. *Applied Optics*, 53, 4594-4603. doi:10.1364/AO.53.004594
- Grusche, S. (2015a). Revealing the nature of the final image in Newton's experimentum crucis. *American Journal of Physics*, 83, 583-589. doi:10.1119/1.4918598
- Grusche, S. (2015b). Ein bildbasierter Zugang zu spektroskopischen Versuchen [An image-based approach to spectroscopic experiments]. *Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, 2015*, DD 10.2, 1-9. Retrieved from <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/633/764>
- Grusche, S. (2016a). Spielfilm auf Spaghetti: Spektrale Bildprojektion [Movie on spaghetti: Spectral image projection]. *Physik in unserer Zeit*, 47, 180-184. doi:10.1002/piuz.201601430
- Grusche, S. (2016b). Präkonzepte zur Projektion und Inspektion durch ein Prisma [Preconceptions about the projection and inspection through a prism]. *Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, 2016*, DD 15.05, 1-9. Retrieved from <http://phydid.physik.fu-berlin.de/index.php/phydid-b/article/view/710>
- Hahn, W. T. (2016). *A low-cost apparatus for laboratory exercises and classroom demonstrations of geometric optics* (Honors thesis). Portland State University, USA. doi: 10.15760/honors.333
- Ivanjek, L. (2012). *An investigation of conceptual understanding of atomic spectra among university students* (Doctoral dissertation). University of Zagreb, Croatia. Retrieved from <http://digre.pmf.unizg.hr/8/>

- Kattmann, U., Duit, R., Gropengießer, H., & Komorek, M. (1996). *Educational Reconstruction – bringing together issues of scientific clarification and students' conceptions*. Paper presented at the Annual Meeting of the National Association of Research in Science Teaching (NARST), Saint Louis. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/271958515_Educational_Reconstruction_-_Bringing_together_Issues_of_scientific_clarification_and_students_conceptions_NARST_1996
- Lewis, J., & Kattmann, U. (2004). Traits, genes, particles and information: Re-visiting students' understandings of genetics. *International Journal of Science Education*, 26, 195-206.
- Lunazzi, J. J. (1990). Holophotography with a diffraction grating. *Optical Engineering*, 29, 15-18. doi:10.1117/12.55567
- Mendoza, J. C. R. (2016). Designing an experimental prototype to support geometric optics concepts comprehension. *American Journal of Educational Research*, 16, 1179-1183. doi:10.12691/education-4-16-9
- Mestre, J. P., Ross, B. H., Brookes, D. T., Smith, A. D., & Nokes, T. J. (2009). How cognitive science can promote conceptual understanding in physics classrooms. In I. M. Saleh & M. S. Khine (Eds.), *Fostering scientific habits of mind: Pedagogical knowledge and best practices in science education* (pp. 145-171). Rotterdam: Sense.
- Newton, I. (1979). *Opticks: Or a treatise of the reflections, refractions, inflections & colours of light* (2nd Dover ed., based on the 4th ed. London, 1730). Mineola, NY: Dover.
- Niebert, K., & Gropengießer, H. (2014). Understanding the greenhouse effect by embodiment – analysing and using students' and scientists' conceptual resources. *International Journal of Science Education*, 36, 277-303. doi:10.1080/09500693.2013.763298
- Palacios, F. J. P., Cazorla, F. N., & Madrid, A. C. (1989). Misconceptions on geometric optics and their association with relevant educational variables. *International Journal of Science Education*, 11, 273-286. doi:10.1080/0950069890110304
- Riemeier, T., & Gropengießer, H. (2008). On the roots of difficulties in learning about cell division: Process-based analysis of students' conceptual development in teaching experiments. *International Journal of Science Education*, 30, 923-939. doi:10.1080/09500690701294716
- Saeed, F. (2013). An innovative teaching method for geometric optics using hands-on exercises in a large classroom setting to stimulate engaged learning. *Optometric Education*, 38, 54-59.
- Shapiro, A. E. (Ed.). (2010). *The optical papers of Isaac Newton: Volume I. The optical lectures 1670-1672*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Singh, A., & Butler, P. H. (1990). Refraction: Conceptions and knowledge structure. *International Journal of Science Education*, 12, 429-442. doi:10.1080/0950069900120409
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Vitharana, P. R. K. A. (2015). Students' understanding of light concepts in the secondary school. *International Journal for Innovation Education and Research*, 3(6), 36-49. Retrieved from <http://www.ijer.net/index.php/ijer/article/view/164>

Appendix 1. Previous studies

Table A1. Studies on student understanding of prisms.

| <i>Reference</i> | <i>Sample</i> | <i>Prism-related tasks</i> |
|-------------------------|--|---|
| Palacios et al. (1989) | 44 2 nd -year science trainee teachers | Express prior knowledge about optical prisms, dispersion, refraction (Written test) |
| Singh and Butler (1990) | 41 students from school (ages 15-17) and 1 st -year undergraduate physics | Complete ray diagrams for prisms, potentially with total reflection or dispersion (Written questionnaire) |
| Galili et al. (1993) | 13 prospective elementary teachers | Explain prismatic double image of a pencil using rays (Individual demonstration interview) |
| Galili and Hazan (2000) | 166 students. Pre-instruction group: 9 th grade (64 students). Post-instruction group: 10 th grade (3 classes) and prospective technology teachers (1 class) | Explain prismatic double image of an object using rays, answer questions about white light and colour (Written questionnaire) |
| Mestre et al. (2009) | 48 undergraduate engineering majors in a physics course | Complete a ray diagram using the law of refraction (Written test after lecture) |
| Ivanjek (2012) | Undergraduate physics students (9 interviewees; 778 students for one written question, 442 students for a different written question) | Predict phenomena for variations of a basic prism spectrograph (Individual demonstration interview or written question, after course) |
| Fehringer (2013) | 10 school students (ages 14-15) | Complete diagrams for red, blue and white light beams through a prism; explain projected slit spectrum and filters (Teaching interview) |
| Vitharana (2015) | 212 8 th graders | Complete diagram for a white ray entering a prism (Written test after instruction) |

Appendix 2. Learning pathways

The status of students' ideas is indicated as follows:

- Used and not abandoned
- ? Associated with doubts
- ∇ Initially adopted, but later abandoned

Predictions are represented in future tense; observations are represented in present tense.

Table A2. David's learning pathway involving rays for a virtual spectrum.

| <i>Teaching action</i> | <i>Individual student's conception</i> | <i>Conception category</i> |
|---|--|----------------------------|
| <i>Task:</i> Predict what will be seen in prismatic inspection. | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Separated rays.</i> Being refracted at the prism, white rays from the illuminated object will be separated according to wavelength, giving rise to diverse colours. | Split to eye |
| <i>Experiment:</i> Prismatic inspection without filters. | <ul style="list-style-type: none"> ? <i>Modifying edges.</i> The light is latently modified upon hitting the edges of the object. ? <i>Revealing prism.</i> The prism reveals those parts of the object that have modified the light. ∇ <i>Absorbing edges.</i> The prismatic colours arise from light absorption at the edges of the object. • <i>Selected rays.</i> From each separated ray, a select colour enters the eye. | Split to eye |

Table A3. Edgar's learning pathway involving rays for a virtual spectrum.

| <i>Teaching action</i> | <i>Individual student's conception</i> | <i>Conception category</i> |
|---|--|------------------------------------|
| <i>Experiment:</i> Prismatic inspection without filters. | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Separated components.</i> A white ray headed for the viewer will be separated into its coloured components upon refraction at both sides of the prism, resulting in a colourful image. ▽ <i>Image-like ray sequence.</i> The colour sequence for the rays exiting the prism is the same as for the virtual spectrum. • <i>Inverted ray sequence.</i> The colour sequence for the rays exiting the prism is inverted with respect to the virtual spectrum because the brain inverts the image. • <i>Displaced arrival.</i> Next to each other, the separated rays go through the pupil to the retina. | Split to eye |
| <i>Task:</i> Predict what will happen if the object is put further away. | <ul style="list-style-type: none"> ▽ <i>Narrowing with distance.</i> The further the object is away from the prism, the smaller will be the colour fringes because the angle between the coloured rays will be smaller. • <i>Widening with distance.</i> The further the object is away from the prism, the wider its spectrum will be. | Eye to images Split to images |
| <i>Experiment:</i> Prismatic inspection with filters. | <ul style="list-style-type: none"> ? <i>Perspectival shift.</i> The background image is shifted by the same distance as the foreground image, but the background appears to shift more due to perspective. • <i>Parallax simulation.</i> The perspectival shift is similar to the parallax shift observed when switching between both eyes while viewing objects at different distances. | Eye to images Views onto object |

Table A4. Fabian's learning pathway involving rays for a virtual spectrum.

| <i>Teaching action</i> | <i>Individual student's conception</i> | <i>Conception category</i> |
|--|---|------------------------------------|
| <i>Task:</i> Predict what will be seen in prismatic inspection. | <ul style="list-style-type: none"> ▽ <i>Normal view.</i> Viewed through a prism, an object will appear normal, because the differently coloured images will hardly be shifted on their way from the prism to the eye. ▽ <i>Narrow colour fringes.</i> The object will appear to have narrow colour fringes because its differently coloured images will be shifted only slightly on their way from the prism to the retina. ▽ <i>Object-to-prism distance irrelevant.</i> The distance from the object to the prism will be irrelevant because the image is not fanned out until it reaches the prism. | Split to eye |
| <i>Hint:</i> Treat the eye analogous to a projector. | <ul style="list-style-type: none"> ▽ <i>Same colour sequence.</i> The colour sequence will be the same as for projection, because image inversion does not matter. • <i>Shift-based colour flip.</i> The colour sequence is flipped between projection and inspection because the differently coloured images are mutually shifted within the projected spectrum, but not within the inspected object. | Split to images Split to object |
| <i>Experiment:</i> Prismatic inspection with filters. | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Switching eyes.</i> The apparent jumping when switching filters can be imitated by switching between one's eyes. | Views onto object |

Table A5. Gerd's learning pathway involving rays for a virtual spectrum.

| <i>Teaching action</i> | <i>Individual student's conception</i> | <i>Conception category</i> |
|---|---|--|
| <i>Task:</i> Predict what will be seen in prismatic inspection. <i>Hint:</i> Treat the eye analogous to a projector. | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Refracted image.</i> Going from the object through the prism, the image will be refracted into a spectrum that reaches the retina. ▽ <i>Object-to-prism distance irrelevant.</i> The spectrum will be the same for any distance between the object and the prism, because the image is not refracted before reaching the prism. • <i>Greyscale image synthesis.</i> Looking at a projected spectrum through a prism, one will see a greyscale image, because the eye is the reverse of a projector. • <i>Greyscale image analysis.</i> Looking at a greyscale image through a prism, one will see a spectrum as the counterpart to greyscale image synthesis. ▽ <i>Same colour sequence.</i> With the eye instead of the projector and the seen spectrum instead of the projected spectrum, the colour sequence will be the same. • <i>Object-to-prism distance crucial.</i> The distance from the object to the prism will be crucial for the spectrum during inspection, because it will correspond to the distance from the prism to the screen during projection. | Split to eye Split to object Split to images |
| <i>Experiment:</i> Prismatic inspection with filters. | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Distance-dependent refraction.</i> For a given colour, the object-to-prism distance affects the direction into which the image is refracted onto the retina. • <i>Colour-dependent perspective.</i> The object is seen from a colour-dependent viewing direction because the apparent position of an object beyond the prism depends on colour. | Split to eye Eye to images + Views onto object |

Table A6. Anna's learning pathway involving rays for a virtual spectrum.

| <i>Teaching action</i> | <i>Individual student's conception</i> | <i>Conception category</i> |
|---|--|--|
| <i>Task:</i> Predict what will be seen in prismatic inspection. | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Received bundles.</i> A ray bundle carrying the image from the object will be split up by the prism into ray bundles carrying differently coloured images to the eye. • <i>Eye-screen analogy.</i> The eye is analogous to a projection screen. | Split to eye |
| <i>Experiment:</i> Prismatic inspection with filters. | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Shifting viewing directions.</i> The perspective will be colour-dependent because one will need to view each image from a different direction to see the object through the center of the prism. • <i>Parallax analogy.</i> The variation in perspective will be similar to viewing an object from different directions. | Eye to images Views onto object |

Table A7. Ben's learning pathway involving rays for a virtual spectrum.

| <i>Teaching action</i> | <i>Individual student's conception</i> | <i>Conception category</i> |
|---|---|---|
| <i>Task:</i> Predict what will be seen in prismatic inspection. | <ul style="list-style-type: none"> ∇ <i>Same colour sequence.</i> One will see the same colour sequence as in prismatic projection. • <i>Reverse colour sequence.</i> The colour sequence is reversed, compared to prismatic projection. | Split to images |
| <i>Experiment:</i> Prismatic inspection with filters. | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Colour-dependent viewing direction.</i> Due to the prism, the viewing direction towards the objects varies according to colour. • <i>Parallax analogy.</i> One can simulate the colour-dependent offset by moving one's head sideways. • <i>Colour-dependent pre-viewpoint.</i> The colour-dependent viewing direction towards a given object point defines a colour-dependent, preliminary viewpoint on the front of the prism. • <i>Colour-dependent ray arrival.</i> Out of many differently coloured rays that go from a given object point to a given point on the prism, only one gets through the point-like eye pupil. • <i>Colour-dependent ray direction.</i> Differently coloured rays that leave a given object point in different directions are deflected by the prism into the eye. | Views onto object Di- & converge |

Table A8. Chris' learning pathway involving rays for a virtual spectrum.

| <i>Teaching action</i> | <i>Individual student's conception</i> | <i>Conception category</i> |
|---|--|--|
| <i>Task:</i> Predict what will be seen in prismatic inspection. | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Image-object analogy.</i> Prismatic inspection is similar to prismatic projection because an object is similar to an image. • <i>Differently refracted visual rays.</i> The further an object is away from the prism, the larger will be the separation between differently refracted visual rays as they reach the object. • <i>Distance-dependent effect.</i> The greater the distance between prism and object, the greater will be the shift among the diverse colours of light, resulting in a greater colour effect. • <i>Prism-to-eye distance irrelevant.</i> The distance between the prism and the eye will not affect the apparent colouring of the object, because the object and prism are equivalent to a correspondingly coloured object. | Split to images Split to object Split to images Eye to images |
| <i>Experiment:</i> Prismatic inspection with filters. | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Apparent starting point.</i> A ray appears to start at the shifted image, but it proceeds from the object itself. • <i>Backward ray-tracing.</i> One can trace a ray backwards from the eye straight through the prism towards the image, but at the prism, it is refracted towards the object. | Eye to images + Views onto object = Di- & converge |

Manuskript 8

Didaktik der Physik
Frühjahrstagung – Wuppertal 2015

Ein bildbasierter Zugang zu spektroskopischen Versuchen

Sascha Grusche*

*Pädagogische Hochschule Weingarten, Kirchplatz 2, 88250 Weingarten
saschagrusche@gmail.com

Kurzfassung

Ein einfaches Spalt-Spektroskop erzeugt holografisch wirkende Bilder eines Stilllebens. Bunt beleuchtete Spaghetti verwandeln sich beim Blick durch ein Prisma in Videos, die mitten im Raum schweben. Diese beiden Versuche lassen sich durchaus im Strahlenmodell nachvollziehen. Andererseits bietet sich ein bildbasierter Verständnisszugang an: Schließlich beruhen alle spektroskopischen Aufbauten darauf, dass sie eine Reihe von versetzten Bildern erzeugen. Schon Isaac Newton nutzte solch einen bildbasierten Zugang: Er begründete damit seine Theorie der unterschiedlich brechbaren Strahlen. Auch aus didaktischer Sicht erscheint es sinnvoll, sich zuerst die konkreten Bilder vor Augen zu führen, bevor abstrakte Strahlen eingeführt werden.

1. Einleitung

Versuchsaufbauten, bei denen ein Prisma oder Beugungsgitter ein ursprüngliches Abbild in eine Reihe verschiedenfarbiger Einzelbilder verwandelt, werden heute vorrangig in der Chemie, Biologie, Astronomie und Physik eingesetzt, um die chemische Zusammensetzung von Stoffgemischen [1], Gewebeproben [2], Sternen [3], Gewässern und Böden [4] optisch zu erschließen. Solche spektroskopischen Versuchsaufbauten sind auch für die entsprechenden Schulfächer relevant, vgl. [5,6].

Bei Lehrbuchdarstellungen von spektroskopischen Versuchen bildet der Strahlenbegriff üblicherweise den Ausgangspunkt, z.B. in [7]-[10]. Für erscheinungsorientierten Unterricht [11] ist es jedoch wünschenswert, sich zuerst konkrete Abbilder vor Augen zu führen, bevor abstrakte Strahlen eingeführt werden. Wie können wir spektroskopische Versuche im Sinne einer *Optik der Bilder* [12]-[19] verstehen?

Einen Ansatzpunkt finden wir in den Schriften von Isaac Newton [20,21]. Seine Prismenversuche erklärt er teils vom Strahlenmodell ausgehend, also strahlenbasiert; teils von konkreten Bildern ausgehend, also bildbasiert [19,22]. Wir werden seinen bildbasierten Zugang weiterführen, indem wir seinen strahlenbasierten Zugang umkehren, vgl. [19].

2. Newtons bildbasierter Zugang

Einen bildbasierten Zugang wählt Newton insbesondere für seine ersten Prismenversuche. Dort beobachtet er, dass das ursprüngliche Abbild je nach Farbe verschieden stark versetzt wird. Basierend auf den unterschiedlich versetzten Einzelbildern führt er sein Konzept von unterschiedlich brechbaren Strahlen ein.

2.1. Newtons bildbasierter Zugang zur Inspektion von roten und blauen Flächen durch ein Prisma



Abb. 1: Inspektion von roten und blauen Rechtecken durch ein Prisma.

Wenn wir auf schwarzem Grund ein rotes und ein blaues Rechteck nebeneinander platzieren und diese durch ein Prisma inspizieren, wirken sie voneinander getrennt, siehe Abb. 1.

Newton erkennt, dass das blaue Bild stärker versetzt ist als das rote. Basierend auf diesem Bildversatz kommt Newton zu dem Schluss, dass das Prisma blaue Strahlen stärker als rote brechen muss, siehe Experiment 1 in Book One, Part I von *Opticks* [21].

2.2 Newtons bildbasierter Zugang zur Projektion eines Sonnenbildes durch ein Prisma

Wenn wir ein Lochkamerabild der Sonne durch ein Prisma projizieren, verwandelt es sich bei ausreichendem Abstand vom Prisma in ein regenbogenfarbiges, längliches Bild. Newton erkennt in diesem Spektrum eine Reihe von unterschiedlich versetzten, verschiedenfarbigen Sonnenbildern, siehe Abb. 2.

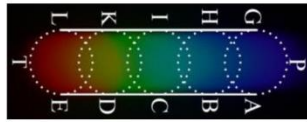


Abb. 2: Newtons bildbasierte Erklärung des Sonnenspektrums PT als Reihe von verschiedenfarbigen Sonnenbildern GA, HB, IC, KD und LE (in Anlehnung an Fig. 15 in Book One, Part I von *Opticks*).

Basierend auf den unterschiedlich versetzten, verschiedenfarbigen Einzelbildern der Sonne kommt Newton zu dem Schluss, dass weißes Sonnenlicht aus unterschiedlich brechbaren, verschiedenfarbigen Strahlen bestehen muss, siehe Experiment 5 in Book One, Part I von *Opticks* [21].

3. Newtons strahlenbasierter Zugang

Einen strahlenbasierten Zugang nutzt Newton insbesondere für erweiterte Prismenversuche. Basierend auf unterschiedlich brechbaren Strahlen kann er nun die versetzten Einzelbilder konstruieren, um spektrale Phänomene zu erklären und vorherzusagen.

3.1 Newtons strahlenbasierter Zugang zur Projektion eines Spaltes durch ein Prisma

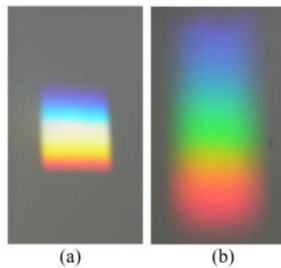


Abb. 3: Projektion eines Spaltes durch ein Prisma (mit Sonnenlicht) (a) auf einen nahen beziehungsweise (b) auf einen fernen Projektionsschirm.

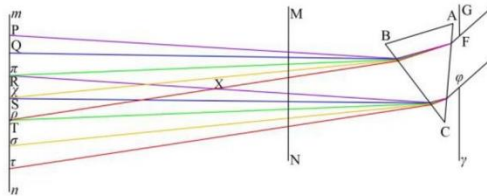


Abb. 4: Newtons strahlenbasierte Bildkonstruktion für die Projektion eines Spaltes $F\phi$ mittels Sonnenlicht durch ein Prisma ABC auf einen Projektionsschirm bei MN beziehungsweise mn (in Anlehnung an Figure 12 in Book I, Part II von Newtons *Opticks*). Die am wenigsten brechbaren Strahlen erzeugen ein rotes Einzelbild zwischen T und τ , die am stärksten brechbaren Strahlen erzeugen ein violettes Einzelbild zwischen P und π , mittelmäßig brechbare Strahlen erzeugen andersfarbige Einzelbilder dazwischen. Bei X küssen sich das rote und violette Bild. (Newton unterschlägt, dass die Einzelbilder bei mn vielmehr die Sonne als den Spalt darstellen, vgl. Abb. 3(b) und 2.)

Wenn Sonnenlicht durch einen breiten Spalt und ein Prisma fällt, ergibt sich nah hinter dem Prisma ein weißes Bild mit rot-gelbem und blau-violett Saum, jedoch ein regenbogenfarbiges Bild weiter hinten im Raum, s. Abb. 3.

Basierend auf unterschiedlich brechbaren Sonnenstrahlen konstruiert Newton vom Spalt verschiedenfarbige Einzelbilder, s. Abb. 4. Anhand deren Überlagerung erklärt er die bunten Gesamtbilder, siehe Proposition VIII, Problem III in Book One, Part II von *Opticks* [21].

3.2 Newtons strahlenbasierter Zugang zur Inspektion eines Gegenstandes durch ein Prisma



Abb. 5: Inspektion einer weißen Tasse durch ein Prisma.

Wird ein Gegenstand durch ein Prisma in den Blick genommen, wirkt er farbig gesäumt und dadurch verschwommen, s. Abb. 5. Newton erklärt dieses Gesamtbild anhand der Überlagerung verschiedenfarbiger, unterschiedlich versetzter Einzelbilder, siehe Paragraph 104 in *Optica*, Part II, Lecture 12 in [20]. Diese Einzelbilder konstruiert er basierend auf unterschiedlich brechbaren Strahlen, s. Abb. 6.

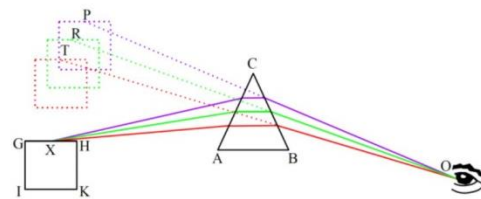


Abb. 6: Newtons strahlenbasierte Bildkonstruktion für die Inspektion eines Gegenstands GXHKI durch ein Prisma ABC (in Anlehnung an Figure II, 41 von Newtons *Optica* in [20]). Die am wenigsten brechbaren Strahlen treten derart in das Betrachterauge O ein, dass ein rotes Einzelbild des Gegenstandes bei T erscheint; die am stärksten brechbaren Strahlen lassen ein violettes Einzelbild bei P erscheinen, die mittelmäßig brechbaren Strahlen ein grünes Einzelbild bei R. (Newton versäumt es, die Einzelbilder so zu drehen, dass sie den Gegenstand nach vorn geneigt darstellen, vgl. Abb. 5.)

Zuerst zeichnet Newton vom Gegenstand ausgehend verschiedenfarbige Strahlen in verschiedene Richtungen. Dann lässt er sie am Prisma unterschiedlich stark abknicken, um sie alle in das Betrachterauge zu schicken. Abschließend setzt Newton die ins Auge gehenden Strahlen rückwärts fort; so konstruiert er strahlenbasiert das jeweilige Einzelbild am scheinbaren Ort, s. Abb. 6.

4. Zwischenfazit

Newtons *strahlenbasierter Zugang* zu spektroskopischen Versuchen besteht aus folgenden Schritten:

1. Zeichne Strahlen vom Objekt zum Prisma und von dort zum Projektionsschirm (beziehungswise zum Betrachterauge). Hierfür berechnest du deren unterschiedliche Ablenkung am Prisma.
2. Ermittle die Position des jeweiligen Einzelbildes. Hierfür verlängerst du die aus dem Prisma tretenden Strahlen vorwärts bis zum Projektionsschirm hin (beziehungswise rückwärts vom Betrachterauge aus).

Durch Umkehrung der Schrittfolge erhalten wir einen *bildbasierten Zugang* zu spektroskopischen Versuchen:

1. Ermittle die Position des jeweiligen Einzelbildes. Hierfür beobachtest du das Gesamtbild mit schmalbandigen Farbfiltern beziehungsweise bei spektral diskreter Beleuchtung.
2. Zeichne Strahlen vom Projektionsschirm (beziehungswise vom Betrachterauge) zum Prisma und von dort zum Objekt. Hierfür ziehst du Verbindungslinien zwischen gleichartigen Einzelbildern bei verschiedenen Schirmabständen (beziehungswise Sichtverbindungen zwischen dem Betrachterauge und dem jeweiligen Einzelbild).

5. Ein bildbasierter Zugang zu modernen spektroskopischen Versuchen

Im Folgenden werden wir zwei moderne und unterhaltsame spektroskopische Versuche über einen bildbasierten Zugang erschließen. Zum einen betrachten wir spektral kodierte Videoprojektion [23]; zum anderen Pseudohologramme hinter einem einfachen Spektroskop [24].

5.1 Ein bildbasierter Zugang zur Projektion und Inspektion von Videos durch ein Prisma

Wenn wir ein Schwarzweißvideo durch ein Prisma quer über eine rohe Spaghetti-Nudel projizieren und diese durch ein zweites Prisma inspizieren, ist ein Video mitten im Raum zu sehen, s. Abb. 7. Wenn wir um die Spaghetti herumgehen, dreht sich das Video zu uns [23].

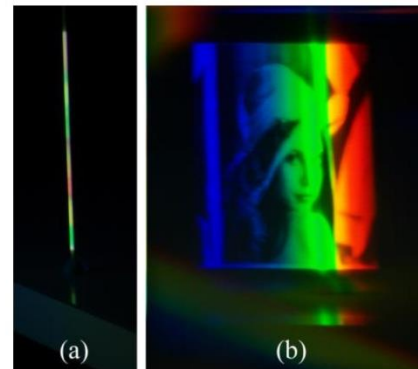


Abb. 7: Spektral kodierte Videoprojektion. (a) Auf der rohen Spaghetti bewegen sich bunte Lichtflecken auf und ab. (b) Beim Blick durch ein Prisma erscheint die Spaghetti verschwommen, stattdessen wird ein scharfes Video wahrgenommen.

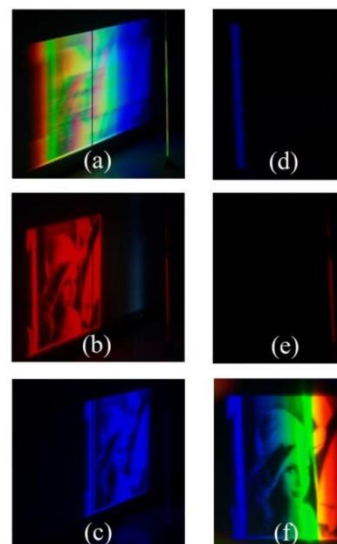


Abb. 8: Bildbasierte Erklärung spektral kodierter Videoprojektion. (a)-(c) Projektion eines Schwarzweißbildes durch ein Prisma auf eine Spaghetti vor einem zweidimensionalen Projektionsschirm; (d)-(f) Inspektion der Spaghetti durch ein zweites Geradsichtprisma; (a) und (f) ohne Farbfilter; (b)-(e) mit Farbfilter.

5.1.1 Systematische Beobachtung der Einzelbilder

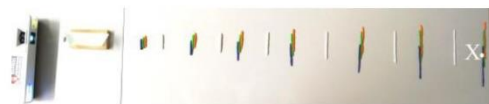


Abb. 9: Lokalisierung der Einzelbilder bei verschiedenen Schirmabständen. Mit farbiger Knete werden die roten, grünen und blauen Einzelbilder hinter dem Prisma lokalisiert. Mit weißer Knete werden die Einzelbilder ohne Prisma lokalisiert. Linsenbedingt sind die Einzelbilder umso schärfer, je näher der Projektionsschirm am Ort X der Spaghetti ist.

Um den Abbildungsprozess basierend auf Einzelbildern zu verstehen, werden wir den Versuchsaufbau variieren.

Zwischenzeitlich stellen wir hinter die Spaghetti einen zweidimensionalen Projektionsschirm. *Ohne* Prisma vor dem Beamer erscheint ein schwarzweißes, scharfes Bild; *mit* Prisma vor dem Beamer wird das Schwarzweißbild bunt und verschwommen, s. Abb. 8(a). Werden schmalbandige Farbfilter vor das Auge genommen oder vor den Beamer gesetzt, wird deutlich: Das verschwommene Bild ist zusammengesetzt aus scharfen, gegeneinander versetzten Einzelbildern, s. Abb. 8(b)-(c). Somit wird von den verschiedenfarbigen Einzelbildern je ein anderer Streifen auf die Spaghetti projiziert.

Nun wird die Spaghetti durch das zweite Prisma inspiziert. Hierbei werden die Bildstreifen wieder farbspezifisch versetzt und zum scharfen, regenbogenfarbigen Bild zusammengesetzt, s. Abb. 8(d)-(f).

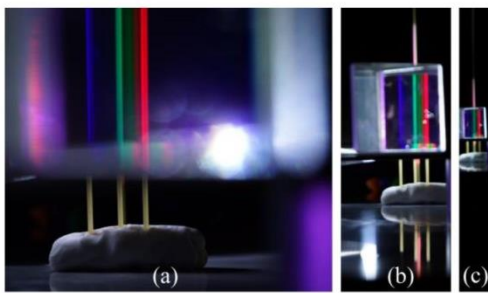


Abb. 10: Lokalisierung der Einzelbilder einer Spaghetti vor dem durchblickten Geradsichtprisma. Mit drei Spaghettibruchstücken werden die roten, grünen und violetten Einzelbilder der spektral diskret beleuchteten Spaghetti verortet. Sie erscheinen gegeneinander seitlich versetzt und zum Prisma hin verschoben. Der Versatz und die Bildverschiebung ändern sich scheinbar nicht, während das Betrachterauge sich in (a) bis (c) vom Prisma entfernt.

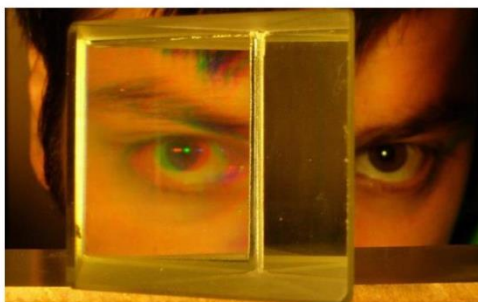


Abb. 11: Lokalisierung der Einzelbilder des Betrachterauges hinter dem durchblickten Geradsichtprisma. Die Einzelbilder des (mit einer Energiesparlampe beleuchteten) Auges erscheinen gegeneinander seitlich versetzt und näher am Prisma als das unbewaffnete Auge.

Nach diesen qualitativen Betrachtungen wollen wir den Abbildungsprozess quantitativ beschreiben.

Um die projizierten Einzelbilder bei verschiedenen Schirmabständen zu lokalisieren, markieren wir deren Ausdehnung auf dem Tisch, s. Abb. 9. Hierbei fällt auf, dass bei gegebenem Schirmabstand die projizierten Einzelbilder ohne Prisma etwas größer sind als mit Prisma; aus Sicht des Projektionschirms erscheint der Beamer *zum Prisma hin* verschoben; dadurch werden die projizierten Einzelbilder *vom Prisma weg* verschoben. Zudem nimmt der Versatz zwischen verschiedenfarbigen Einzelbildern mit zunehmendem Abstand zwischen Prisma und Projektionsschirm zu.

Um die Einzelbilder der prismatisch inspizierten Spaghetti zu lokalisieren, werden wir Spaghettibruchstücke an den scheinbaren Bildorten platzieren. Dies erreichen wir, indem wir:

1. das projizierte Schwarzweißbild auf drei weiße Streifen in schwarzer Umgebung beschränken,
2. durch leichte seitliche Kopfbewegungen die scheinbaren Bildorte parallaxtisch ermitteln [17],
3. wechselweise durch das Geradsichtprisma hindurch und an dessen Unterkante vorbei schauen, um die Spaghettibruchstücke an den scheinbaren Bildorten aufzustellen, und
4. die ermittelten Bildorte mit dem manuellen Fokus einer Kamera überprüfen [17].

Hierbei stellen wir fest, dass die Einzelbilder der Spaghetti nicht nur gegeneinander versetzt sind, sondern sich auch näher am Prisma befinden als die Spaghetti. Entfernen wir uns vom Prisma, scheinen die Einzelbilder an ihrem Ort zu bleiben, s. Abb. 10.

Umgekehrt erscheint auch aus Richtung der Spaghetti das Betrachterauge zum Prisma hin verschoben und je nach Farbe seitlich versetzt, s. Abb. 11. (Dies bedeutet wiederum im Umkehrschluss, dass wir die Spaghetti nicht nur näher, sondern auch je nach Farbe aus unterschiedlicher Perspektive sehen!)

Abstandsmessungen bei der Projektion und bei der Inspektion durch unser Geradsichtprisma ergeben:

1. Die **Bildverschiebung** h entlang der Projektionsbeziehungsweise Inspektionsrichtung ist nahezu konstant, unabhängig vom Abstand zwischen Prisma und Projektor beziehungsweise Auge.
2. Der **Versatz** d zwischen verschiedenfarbigen Einzelbildern ist nahezu direkt proportional zum Abstand D zwischen einem Einzelbild und der Prismenmitte, unabhängig vom Betrachterabstand, also $d/D \approx \delta = \text{konst.}$, wobei δ den Dispersionswinkel bezeichnet, vgl. [23].

5.1.2 Bildbasierte Einführung des Strahlenkonzepts

Für eine bildbasierte Einführung von Strahlen wenden wir Newtons strahlenbasierte Bildkonstruktion rückwärts an.

Für die Beamerprojektion durch das Prisma orientieren wir uns an Newtons Strahlenzeichnung in Abb. 4: Newtons Spalt $F\varphi$ entspricht der Beamerprojektion zwischen Beamer und Prisma, Newtons Sonne bildet das Projektionszentrum und entspricht somit der Beamerlinse, s. Abb. 12. Am Ort X küssen sich die roten und violetten Einzelbilder, hier steht die Spaghetti [23], vgl. Abb. 9 und 12.

Für die prismatische Inspektion der Spaghetti orientieren wir uns an Newtons Strahlenzeichnung in Abb. 6: Die Strahlen zwischen Betrachterauge und Prisma konstruieren wir anhand der Einzelbilder der bei X befindlichen Spaghetti, s. Abb. 13(a). Nicht dargestellt hat Newton die Einzelbilder des Auges; diese brauchen wir jedoch, um die Strahlen zwischen Spaghetti und Prisma zu konstruieren, s. Abb. 13(b), vgl. [18].

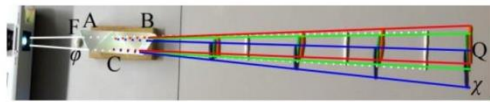


Abb. 12: Bildbasierte Strahlenkonstruktion für die Projektion eines (zwischen F und φ unscharf erkennbaren) Schwarzwweißbildes durch ein Geradsichtprisma ABC; analog zu Abb. 4. Basierend auf den verschiedenfarbigen Einzelbildern, beispielsweise dem blauen zwischen Q und X, werden die Strahlen hinter dem Prisma ABC konstruiert. Basierend auf den Positionen des Schwarzwweißbildes ohne Prisma werden die Strahlen vor dem Prisma konstruiert.

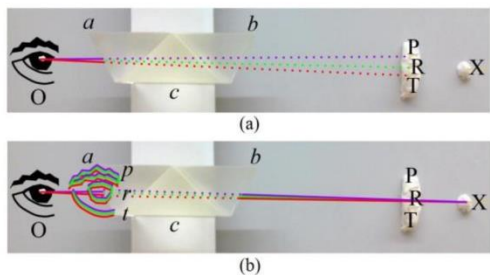
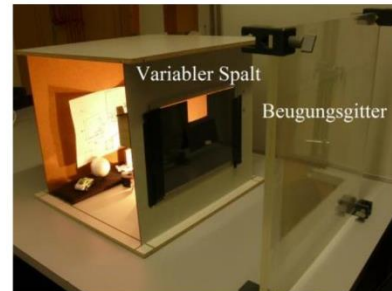
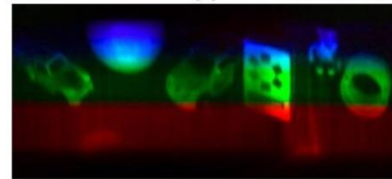


Abb. 13: Bildbasierte Strahlenkonstruktion für ein Betrachterauge O, das durch das Prisma abc eine Spaghetti am Ort X inspiziert; analog zu Abb. 6. (a) Basierend auf den roten, grünen und violetten Einzelbildern der Spaghetti bei T, R, und P werden die Strahlen zwischen Prisma und Betrachterauge konstruiert. (b) Basierend auf den roten, grünen und violetten Einzelbildern des Betrachterauges bei t , r und p werden die Strahlen zwischen Spaghetti und Prisma konstruiert.

5.2 Ein bildbasierter Zugang zur Inspektion von Gegenständen durch ein einfaches Spektroskop



(a)



(b)

Abb. 14: Inspektion eines Stilllebens durch ein einfaches Durchsicht-Spektroskop. (a) Das Spektroskop besteht aus einem variablen Spalt vor einem Beugungsgitter. Das Stillleben vor dem Spektroskop wird je nach didaktischer Absicht mit einer Halogenlampe beziehungsweise einer Energiesparlampe beleuchtet und ist mit Platten zu umkleiden, um Streulicht in den abzudunkelnden Raum zu vermeiden. Ein Spiegel direkt vor dem Spektroskop stellt das Stillleben scheinbar auf den Kopf, damit dessen Pseudohologramm in (b) aufrecht steht.

Schauen wir durch ein einfaches Spektroskop aus genügend großem Abstand, sehen wir ein Pseudohologramm vom davor befindlichen Gegenstand, s. Abb. 14. Wenn wir an das Spektroskop heranschreiten, beginnt das konkrete Bild sich zum abstrakten Spektrum aufzuweiten [24].

5.2.1 Systematische Beobachtung der Einzelbilder

Um das Gesamtbild basierend auf Einzelbildern systematisch zu verstehen, werden wir den Versuchsaufbau variieren. Wenn wir den Spalt des Spektroskops verbreitern, wird das Gesamtbild unscharf, s. Abb. 15(a). Bei Beleuchtung mit einer Energiesparlampe sehen wir, dass dieses Gesamtbild zusammengesetzt ist aus scharfen, gegeneinander versetzten Einzelbildern des Stilllebens, s. Abb. 15(b). Sie stehen Kopf, da sich vor dem Spalt ein Spiegel befindet; somit sehen wir nicht Einzelbilder des Stilllebens, sondern seines Spiegelbildes. Wenn wir den Spalt schmal machen, erhalten wir von den verschiedenfarbigen Einzelbildern jeweils einen anderen schmalen Streifen, s. Abb. 15(c). Bei Beleuchtung mit einer Halogenlampe setzen sich die verschiedenen Bildstreifen zu einem scharfen, regenbogenfarbigen, umgekehrten Gesamtbild zusammen, s. Abb. 15(d).

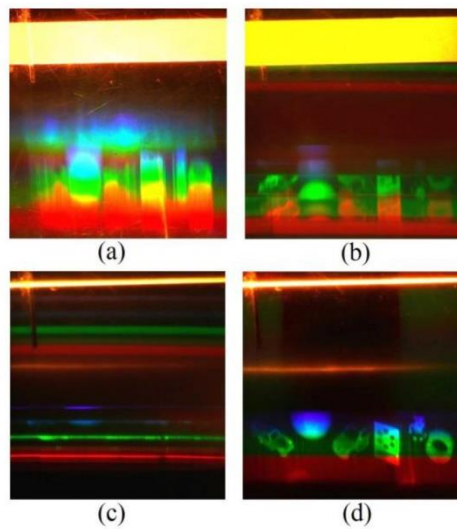


Abb. 15: Bildbasierte Erklärung des Pseudohologramms; analog zu Abb. 8. Der Spalt ist breit bei (a) und (b), aber schmal bei (c) und (d); die Beleuchtung ist spektral kontinuierlich in (a) und (d), aber spektral diskret in (b) und (c).

Um die Einzelbilder des Spaltes und des Stillebens zu lokalisieren, werden wir gleichartige Gegenstände an den scheinbaren Bildorten platzieren, vgl. [17]. Um dies zu erleichtern, vereinfachen wir zunächst den Versuchsaufbau, indem wir:

1. die spektral kontinuierliche Halogenlampe durch eine spektral diskrete Energiesparlampe ersetzen,
2. das Stilleben auf eine einzige Streichholzschachtel beschränken,
3. das Spektroskop und den Spiegel um 90° drehen, so dass Spalt, Gitterlinien und der Spiegel senkrecht stehen (um alle Gegenstände bequem auf der Tischfläche aufstellen zu können),
4. den Spiegel vom Spalt wegnehmen und stattdessen die Streichholzschachtel am Ort ihres ehemaligen Spiegelbildes aufstellen, und
5. den Spalt durch einen Steg ersetzen, beispielsweise eine Spaghetti (um zu vermeiden, dass die Schachtelbilder größtenteils verdeckt werden).

Der Ort und die Proportionen eines gegebenen Einzelbildes hängen vom Ort des Betrachters ab. Zur Vereinfachung beschränken wir unsere Betrachtung auf die Tischebene, vgl. [17]. Je nach Blickrichtung erscheint ein Einzelbild nur bei einem bestimmten Betrachterabstand unverzerrt, bei anderen Betrachterabständen wirkt es entweder gestaucht oder gedehnt; dies wird besonders deutlich, wenn wir zwischenzeitlich die Streichholzschachtel durch einen Tischtennisball ersetzen und vor die Energiesparlampe einen Farbfilter setzen, s. Abb. 16.

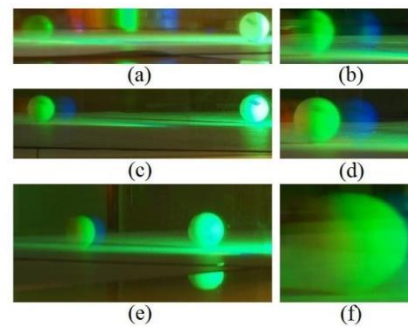


Abb. 16: Verzerrung des grünen, nach links versetzten Einzelbildes eines Tischtennisballs jenseits eines Gitters mit 1000 Linien/mm. (a)-(b) Flacher Blick von links; mit abnehmendem Betrachterabstand geht das Bild von *horizontaler Dehnung* zu *horizontaler Stauchung* über. (c)-(d) Blick unter einem Winkel von 18° zum Lot am Gitter; mit abnehmendem Betrachterabstand bleibt das Bild unverzerrt. (e)-(f) Flacher Blick von rechts; mit abnehmendem Betrachterabstand geht das Bild von *horizontaler Stauchung* zu *horizontaler Dehnung* über.

Durch Hin- und Hergehen finden wir eine einzige Blickrichtung, unter der das Einzelbild unverzerrt und ortsfest wirkt, und zwar für beliebige Betrachterabstände, s. Abb. 16(c)-(d). Im Folgenden beschränken wir uns auf diese Blickrichtung.

Die Schachtel und Spaghetti stellen wir so auf, dass ihr grünes Einzelbild jeweils entlang der verzerrungsfreien Richtung erscheint. Um deren Einzelbilder zu lokalisieren, bringen wir gleichartige Schachtel- und Spaghetti-Segmente mit den Einzelbildern in Deckung, s. Abb. 17, vgl. [17].

Perspektivisch bedingt ändern sich die Verdeckungsverhältnisse mit dem Betrachterabstand: In gewissem Abstand vom Gitter verbergen die Spaghettabilder jeweils einen anderen Teil der Schachtelbilder, s. Abb. 17(a)-(b); direkt am Gitter verbergen alle Spaghettabilder jeweils denselben Teil der Schachtelbilder, s. Abb. 17(c).

Basierend auf der räumlichen Anordnung der Einzelbilder können wir auch abhandeln, warum die Pseudohologramme sich in abstrakte Spektren verwandeln, wenn wir zum Spektroskop hin wandeln, s. Abb. 18: Bei ausreichendem Abstand vom Gitter sieht der Betrachter durch die Spaltbilder jeweils einen anderen Streifen des Gegenstands, s. Abb. 17(a)-(b). Aufgereiht ergeben diese verschiedenartigen Bildstreifen eine regenbogenfarbige Version des Gegenstands, also ein konkretes, aber seitenverkehrtes Bild, s. Abb. 18(a)-(b). Direkt am Gitter sieht der Betrachter durch jedes Spaltbild jeweils denselben Streifen des Gegenstands, s. Abb. 17(c). Aufgereiht ergeben diese gleichartigen Bildstreifen ein langgezogenes Bild von einem streifenförmigen Bereich des Gegenstands, also ein abstraktes Spektrum, s. Abb. 18(c).

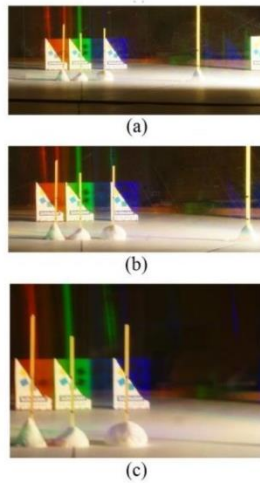


Abb. 17: Lokalisierung verschiedenfarbiger Einzelbilder einer Streichholzschachtel und eines Stegs jenseits des Gitters. Gleichartige Schachtel- und Steg-Segmente werden mit ausgewählten Einzelbildern in Deckung gebracht. Der Betrachter nähert sich von (a) nach (c) entlang der mittleren Sichtverbindung (zwischen den grünen Einzelbildern des Stegs und der Schachtel) dem Gitter.

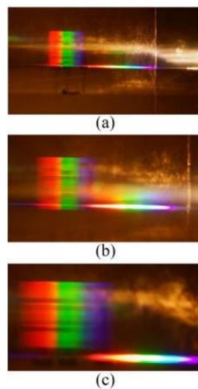


Abb. 18: Vergrößerung des Pseudohistogramms (einer Streichholzschachtel) in Dispersionsrichtung bei Verringerung des Betrachterabstandes von (a) nach (c).

Messungen auf dem Tisch ergeben (für die verzerrungsfreie Blickrichtung):

1. Der Gegenstand, sein unverzerrtes Einzelbild und der Durchblickpunkt am Gitter bilden ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Basis parallel zum Gitter liegt.
2. Die verschiedenfarbigen Einzelbilder liegen ungefähr auf einem Kreisbogen; ihr gegenseitiger **Versatz** d (im Sinne der Bogenlänge) ist nahezu direkt proportional zum Abstand D zwischen einem Einzelbild und dem Durchblickpunkt am Gitter, unabhängig vom Betrachterabstand, also $d/D \approx \delta = \text{konst.}$, wobei δ den Dispersionswinkel bezeichnet.

Für einen entsprechenden Modellversuch ersetzen wir das Gitter durch eine Glasplatte, die Einzelbilder des Spaltes durch ein Regenbogenfenster in Form spaltförmiger Farbfilter, und die Einzelbilder des Gegenstandes vor dem Spalt durch verschiedenfarbige Versionen des Gegenstandes, s. Abb. 19. Um den gegenseitigen Versatz der Einzelbilder quantitativ korrekt zu modellieren, durchleuchten wir das Regenbogenfenster mit einer weißen LED-Lampe am Durchblickpunkt an der Glasplatte und stellen die verschiedenfarbigen Gegenstände an den jeweils gleichfarbig beleuchteten Orten auf. Während der Versuchsdurchführung ist diese Lampe auszuschalten und eine zweite weiße Lampe anzuschalten, um die Gegenstände zu beleuchten. Das Regenbogenfenster und die aufgereihten Gegenstände verhalten sich in diesem Modellversuch (bei unverzerrter Blickrichtung) akkomodativ, parallaktisch und größenmäßig genauso wie die Einzelbilder des Spaltes und der Gegenstände im spektroskopischen Versuch, vgl. Abb. 20(a)-(c) mit Abb. 17(a)-(c).

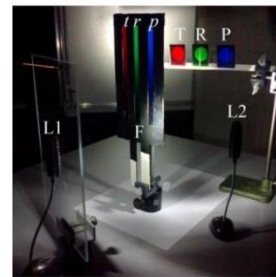


Abb. 19: Versuchsaufbau zur Simulation eines einfachen Durchsicht-Spektroskops. Das Regenbogenfenster F repräsentiert die Einzelbilder des Spaltes bei p , r und t . Lampe L1 dient der Bestimmung der Orte P, R und T verschiedenfarbiger Versionen eines Gegenstandes; Lampe L2 dient deren Beleuchtung.

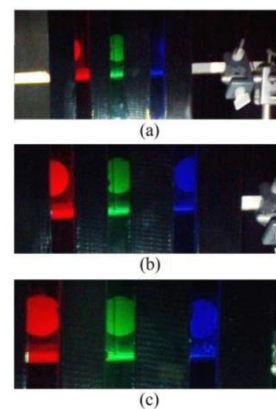


Abb. 20: Ergebnisse der Simulation eines Durchsichtspektroskops. Während sich das Beobachteraue dem Spektroskop von (a) nach (c) nähert, unterscheiden sich die einzelnen Spaltdurchsichten bezüglich der angeblickten Streifen des Gegenstands immer weniger.

5.2.2 Bildbasierte Einführung des Strahlenkonzepts

Für eine bildbasierte Einführung des Strahlenkonzepts orientieren wir uns an Newtons Strahlenzeichnung in Abb. 6: Zuerst ziehen wir die Verbindungslinien OP, OR, OT zwischen Auge und den beobachteten Einzelbildern. Danach verknüpfen wir diese Sichtverbindungen via Dispersionselement ABC mit dem Gegenstand bei X, s. Abb. 21(a). Analog behandeln wir den Spalt bei x und seine Bilder bei p , r , und t , s. Abb. 21(b).

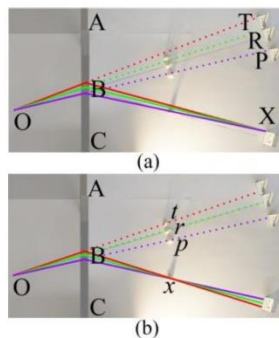


Abb. 21: Bildbasierte Strahlenkonstruktion am Gitter ABC (1000 Linien/mm), analog zu Abb. 6. Basierend auf den Einzelbildern einer Schachtel bei P, R, und T (bzw. eines Stegs bei p , r , und t) werden Strahlen als Sichtverbindungen zwischen Auge O und der Schachtel bei X (bzw. dem Steg bei x) eingeführt. (a) Strahlen zwischen linker Schachtelkante und Auge. (b) Strahlen zwischen verschiedenen Schachtelstreifen und Auge, via Steg.

6. Diskussion

Bei der Projektion und Inspektion durch ein Geradsichtprisma haben wir beobachtet, dass die virtuellen Einzelbilder eines Gegenstands (beispielsweise des Projektors, des Projektionsschirms, oder des inspezierenden Auges) jeweils zum Prisma hin verschoben und gegeneinander versetzt erscheinen. Der optische Gesamteffekt des Geradsichtprismas setzt sich also zusammen aus den Einzeleffekten der optischen Hebung und der optischen Dispersion. Nahezu konstant ist die hebungsbedingte Bildverschiebung h , ebenso wie der Quotient aus dispersionsbedingtem Versatz d und Gegenstandsweite D ; unabhängig vom Betrachterabstand. Mit bildbasierten Strahlenkonstruktionen ist Matthias Rang in anderem Kontext [18] zu denselben Ergebnissen gelangt.

Bei der Inspektion durch ein Gitter entfällt die optische Hebung wegen der Dünne des Gitters. Müller und Schön [17] haben virtuelle Einzelbilder am Gitter für beliebige Blickrichtungen lokalisiert. Hinsichtlich der Akkommodation und Parallaxe liegt das jeweilige Einzelbild auf einer Kautik; hinsichtlich der scheinbaren Größe jedoch auf einer Konchoide [17]. Die Kautik und die Konchoide haben genau einen gemeinsamen Schnittpunkt.

Unseren Beobachtungen zufolge entspricht dieser Schnittpunkt dem scheinbaren Ort des Einzelbildes bei verzerrungsfreier Blickrichtung, denn der Schnittpunkt bildet mit dem Gegenstand und dem Durchblickpunkt am Gitter ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Basis parallel zum Gitter verläuft. Nur unter dieser verzerrungsfreien Blickrichtung kann ein Bild an einem wohldefinierten und unveränderlichen Ort entstehen, denn bei anderen Blickrichtungen würde eine Diskrepanz zwischen parallaktischem Verhalten und Bildgröße entstehen (da dort die Kautik und Konchoide auseinanderliegen).

Die verzerrungsfreie Richtung geht einher mit der sogenannten *minimalen Ablenkung*. So werden sowohl Gitter [25] als auch Prismen [20],[21],[26] bevorzugt eingesetzt. Für ein *dreieckiges* Prisma hat Newton strahlenbasiert gezeigt, dass nur bei minimaler Ablenkung ein projiziertes Einzelbild der Sonne unverzerrt ist (s. *Optica*, Part I, Lecture I, Absätze 4-5 in [20], vgl. Experiment 3 in Book One, Part I von *Opticks* [21]) und das Bild eines inspizierten Gegenstands ungefähr im selben Abstand vom Prisma wie der Gegenstand erscheint (s. *Lectiones opticae*, Lecture 18, Absatz 180 in [20]). Für das Gitter haben wir bildbasiert dasselbe gezeigt. Hierbei bleibt die Frage offen, wie sich für *beliebige* Blickrichtungen durch das Gitter (beziehungsweise Prisma) derjenige Betrachterabstand vorhersagen lässt, bei dem das Einzelbild unverzerrt erscheint.

Den Blick durch ein einfaches Spektroskop haben wir modelliert als Blick durch ein Regenbogenfenster auf eine Reihe von verschiedenfarbigen Versionen des Gegenstandes vor dem Spektroskop. Matthias Rang kam unabhängig von mir (im Zusammenhang mit einem linsenbasierten Spektroskop) auf die Idee des Regenbogenfensters und erkannte, dass damit sogar die spektrale Auflösung des Gesamtbildes vorhersagbar sein müsste [27].

7. Fazit

Durch Beobachtung versetzter Einzelbilder sind wir zu einem qualitativen und quantitativen Verständnis von spektroskopischen Versuchen gekommen, noch ehe wir zum Strahlenbegriff übergegangen sind. Bei der bildbasierten Strahlenkonstruktion ergaben sich Einsichten und Fragen, die bei strahlenbasierter Bildkonstruktion leicht versäumt werden.

8. Danksagung

Ich danke Dr. Matthias Rang für die ergiebigen Gespräche, Prof. Dr. Johannes Grebe-Ellis für seinen Hinweis auf die Unmöglichkeit eines einzelnen Bündels paralleler Lichtstrahlen, Prof. Dr. Florian Theilmann für seine Besuche in meinem Optiklabor, Alfred Steidle für den Bau des Spektroskop-Kastens, und Tobias Münzing für das Zurechtsägen der spaltförmigen Farbfilter.

9. Literatur

- [1] Hesse, Manfred (2005): Spektroskopische Methoden in der organischen Chemie. Stuttgart: Thieme
- [2] Galla, Hans-Joachim; Müller, Hans-Jürgen (1988): Spektroskopische Methoden in der Biochemie. Stuttgart: Thieme
- [3] Weigert, Alfred; Wendker, Heinrich J.; Wisotzki, Lutz (2012): Astronomie und Astrophysik: ein Grundkurs. Berlin: John Wiley & Sons
- [4] Del Bianco, Alessandro; Kurzmann, Andreas; Kessler, Rudolf W. (2006): Bildgebende optische und spektroskopische Verfahren. In: Prozessanalytik: Strategien und Fallbeispiele aus der industriellen Praxis, S. 313-339
- [5] Uhlmann, Stefan; Bispin, Vera; Priemer, Volker (2009): Spektroskopieversuche mit der Plasmakugel. In: PhyDid B, Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, S. 1-7, Url: <http://phydid.physik.fu-berlin.de/index.php/phydid-b/article/view/212/254>
- [6] Carmesin, Hans-Otto (2014): Schülerinnen und Schüler präsentieren ihr neuartiges spektrales Planetarium. In: PhyDid B, Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, S. 1-9, Url: <http://phydid.physik.fu-berlin.de/index.php/phydid-b/article/view/559/706>
- [7] Spitz, Christian (2010): Selbstverständlich Physik. Lehrbuch für die Gymnasiale Oberstufe Baden-Württemberg. Berlin, Mannheim: Duden Schulbuchverlag
- [8] Giancoli, Douglas (2011): Physik. Gymnasiale Oberstufe. München: Pearson Schule
- [9] Pitka, Rudolf (2009): Physik. Der Grundkurs. Frankfurt: Harri Deutsch Verlag
- [10] Gerthsen, Christian (2010): Gerthsen Physik. Berlin: Springer-Verlag
- [11] Theilmann, Florian (2011): Die Kunst der Untersuchung: Essays zu einem erscheinungsorientierten Physikunterricht. Habilitationsschrift, Url: <https://publishup.uni-potsdam.de/opus4-ubp/frontdoor/index/index/docId/5457>
- [12] Maier, Georg (1986): Optik der Bilder. Dürna: Verlag der Kooperative Dürna
- [13] Sommer, Wilfried; Grebe-Ellis, Johannes; Vogt, Jürgen (2004): Zur Beugung - Von einfachen Freihandversuchen über die Laue-Kegel zum reziproken Gitter und zur Ewald-Kugel. In: PhyDid A-Physik und Didaktik in Schule und Hochschule 2, 3, S. 67-86, Url: <http://phydid.physik.fu-berlin.de/index.php/phydid/article/view/24/24>
- [14] Grebe-Ellis, Johannes (2006): Phänomenologische Optik: eine 'Optik der Bilder.' Teil 1: Erkenntnistheoretische, experimentiermethodische und didaktische Merkmale eines nichtreduktionistischen Zugangs zur Optik. In: chim. did. 32, S. 137-186
- [15] Sommer, Wilfried; Meinzer, Nicholas (2009): Vom Kranz zum Beugungsbild-Untersuchung von Unordnungs-Ordnungs-Übergängen. In: PhyDid A, Physik und Didaktik in Schule und Hochschule 4, 8, S. 104-111, Url: <http://www.phydid.de/index.php/phydid/article/view/97/103>
- [16] Grebe-Ellis, Johannes; Theilmann, Florian; Rang, Matthias (2009): Lichtspuren im Wasser- Ein Experiment zum Verhältnis von Brechung und Hebung. In: PhyDid A, Physik und Didaktik in Schule und Hochschule 3, 8, S. 86-91, Url: <http://www.phydid.de/index.php/phydid/article/view/90/96>
- [17] Müller, Marc; Schön, Lutz-Helmut (2011): Virtuelle Beugungsbilder am Gitter. In: PhyDid B, Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, S. 1-9, Url: <http://phydid.physik.fu-berlin.de/index.php/phydid-b/article/view/288/348>
- [18] Rang, Matthias (2014): Phänomenologie komplementärer Spektren. Dissertation
- [19] Grusche, Sascha (2015): Revealing the nature of the final image in Newton's *experimentum crucis*, Am. J. Phys., im Druck
- [20] Newton, Isaac (2010): The Optical Papers of Isaac Newton, Volume I. The Optical Lectures 1670-1672, edited by Alan E. Shapiro. Cambridge: Cambridge University Press
- [21] Newton, Isaac (1979): Opticks: Or, A Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light, 4th edition. Mineola: Dover Publications
- [22] Grebe-Ellis, Johannes (2011): Bild und Strahl in der Optik Newtons. In: Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Band 20, S. XII-XVIII
- [23] Grusche, Sascha (2014): Spectral synthesis provides two-dimensional videos on a one-dimensional screen with 360°-visibility and mirror-immunity. In: Appl. Opt. 53, 4, S. 674-684
- [24] Grusche, Sascha (2014): Basic slit spectroscopy reveals three-dimensional scenes through diagonal slices of hyperspectral cubes. In: Appl. Opt., 53, 20, S. 4594-4603
- [25] Jeppesen, Myron A. (1970): Diffraction gratings and minimum deviation. In: Am. J. Phys. 38, S. 382-383
- [26] Skinner, Charles H. (1919): Determination of the refracting angle of a prism, and the angle of minimum deviation. In: School Science and Mathematics, 19, 2, S. 119-122
- [27] Rang, Matthias. Gespräch mit Sascha Grusche am 17.11.2014 in Basel/Schweiz

Manuskript 9

Revealing the nature of the final image in Newton's *experimentum crucis*

Sascha Grusche^{a)}

Physikdidaktik, Pädagogische Hochschule Weingarten, 88250 Weingarten, Germany

(Received 7 July 2014; accepted 4 April 2015)

In his crucial prism experiment, Newton noted the position of the final image, but not its shape or coloring. Most scholars describe the image as a single-colored representation of the selective aperture; some report multiple colors. When the experiment is re-enacted as the transformation of a *camera obscura* image, it becomes clear that the final image is a rainbow-colored representation of the outside world. Backward ray tracing enhances Newton's demonstration of diverse refrangibility. Using a projector, teachers can easily bring this historical experiment into the classroom and build a bridge to modern applications in hyperspectral imaging and spectral encoding. © 2015 American Association of Physics Teachers.

[<http://dx.doi.org/10.1119/1.4918598>]

I. INTRODUCTION

Newton's *experimentum crucis*^{1–5} is a well-known optics experiment,^{6–18} see Fig. 1, cf. Table I and Fig. 2. Newton's first step was to refract a narrow beam of sunlight with a prism, obtaining a long, rainbow-colored image.^{1,3,5} Newton understood this spectrum as a vertical series of interlocking solar images.¹⁹ He concluded that sunrays are diverse in the degree to which they are refracted.^{1,5} To prove this *diverse refrangibility*, Newton took a second step: Turning the first prism to and fro, he passed different parts of the spectrum through a selective aperture and a second prism. Looking for diverse refrangibility, Newton observed the final image only with regard to its *diverse positions*;^{1,5} its shape and coloring were irrelevant to him. In a letter to Pardies,² Newton wrote that the final image was more or less in the shape of the selective aperture, but he left the exact shape "to be determined by geometricians."³ Both in his "New Theory"¹ and in his *Opticks*,⁴ the shape and coloring of the final image are not described.

Scholars^{11,20–24} and textbook authors^{25–27} who describe the *experimentum crucis* usually believe that the final image is a single-colored representation of the selective aperture. They claim that the colors of the spectrum are not split up by the second prism. This scientific belief¹⁴ has been handed down from Newton's generation to ours.^{12,18} However, some scientists have observed multiple colors behind the second prism.^{28–30} When Newton was challenged to explain these colors, he replied that diverse rays come from diverse parts of the sun, and that additional rays could come from clouds.³¹ Arguing about the colors of rays, Newton and his critics ignored the shape of the final image.

All in all, descriptions of the final image have been incomplete and inconsistent. Our purpose here is to clarify the shape and coloring of the final image. To this end, we will reconsider the entire imaging process.

Newton's ray drawings^{2,5} indicate this imaging process (Fig. 1): Sunrays are refracted, selected, and refracted again. Still, the shape of the final image is unclear because the third dimension is missing. We cannot even assign colors to the rays because Newton did not draw to scale. To achieve the correct proportions, we would need a sketch that is almost life-sized. Thus, a ray-based approach seems impractical.

Instead, we will use an image-based approach,^{9,32,33} which is outlined in Sec. II. In Secs. III and IV, we apply this

approach to the *experimentum crucis*. In Sec. V, we turn to an equivalent experiment to validate our view of the final image. In Sec. VI, the teacher will find ways to bring the *experimentum crucis* into the classroom, and in Sec. VII, we highlight the results and implications of our image-based approach.

II. PRINCIPLES OF AN IMAGE-BASED APPROACH

To enjoy the benefits of an image-based approach, we will follow its three major principles (cf. Refs. 9, 32, and 33):

Principle I: *Watch* how the phenomenon changes as the experimental conditions change.

Principle II: *Think* in terms of images instead of light rays.

Principle III: *Draw* rays only to represent lines of sight, not trajectories of light.

If we apply the first principle successfully, our insights will be systematic and based on visual experience. Yet how can we change the experimental conditions without changing Newton's experimental setup? We will achieve this by starting with only one optical element, and then adding the other elements, one by one. Newton's description starts with prism *P1* (Fig. 2), but we will start differently.³⁴

For a direct application of the second principle, we will begin with the pinhole *H* to produce a concrete image. Then, we will put the other elements at their designated places, watching how they successively change the initial image into the final image. Thus, we will see more than Newton saw, and gain a holistic understanding of the imaging process. Even Newton thought in terms of images when explaining the spectrum,¹⁹ but he thought in terms of rays when discussing the light behind the selective aperture.^{1,3,5,31}

The third principle allows us to interpret the imaging process in terms of rays, without speculating about the nature of light.⁹ However, before we introduce any rays, we will think everything through in terms of images.

III. FROM INITIAL TO FINAL IMAGE

To understand the shape and coloring of the final image, we will re-enact Newton's *experimentum crucis* as the creation and transformation of a *camera obscura* projection.

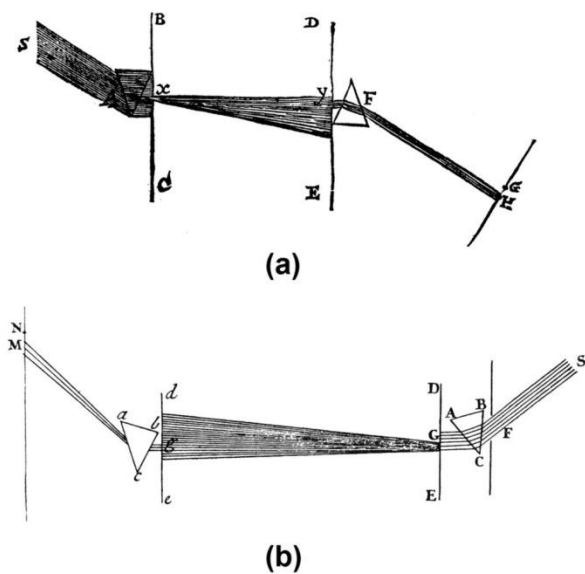


Fig. 1. Newton's drawings of his *experimentum crucis*. (There is no such drawing in his "New Theory" (Ref. 1).) For the notation, see Table I. (a) From a letter to Pardies, 1672 (Ref. 2). (Read drawing from left to right.) The prisms are mutually inverted; the final rays hardly diverge. (b) From *Opticks*, 1704 (Ref. 5). (Read drawing from right to left.) The prisms are non-inverted; the final rays clearly diverge.

Table I. Notation for optical elements, cf. Figs. 1 and 2.

| Optical element | Newton 1672 (Ref. 2) | Newton 1704 (Ref. 5) | Grusche |
|--------------------|----------------------|----------------------|---------|
| First prism | A | ABC | P1 |
| Pinhole | x (in BC) | G (in DE) | H |
| Selective aperture | y (in DE) | g (in de) | A |
| Second prism | F | abc | P2 |

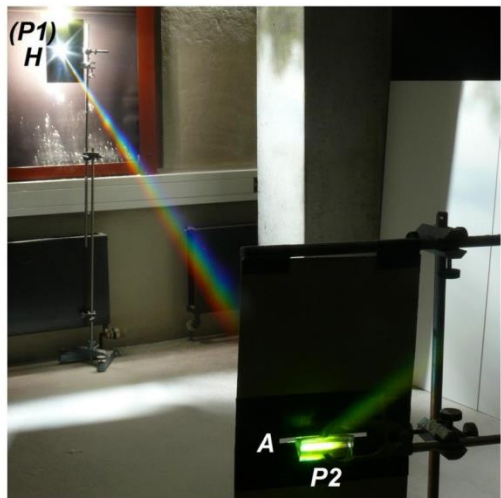


Fig. 2. (Color online) Unenhanced photo of the setup for Newton's *experimentum crucis*. The first prism P1, hidden by the board with pinhole H, is in the position of minimum deviation, as in Fig. 1(b), so that the rainbow-colored spectrum is projected to the lowest possible position. The selective aperture A and the second prism P2 are 12 feet away from P1 and H (Refs. 1 and 5). (To reveal the refracted light beams, flour was thrown into the air.)



Fig. 3. (Color online) Newton's room-sized *camera obscura* produces an upside-down image of the Woolsthorpe countryside. Original projection on translucent paper, photographed from behind with a Canon EOS 7D; exposure time: 8 s at $f/14$.

A. Through the pinhole: *Camera obscura* projection

Having darkened his study room, Newton makes a wide hole in the window shutter and puts behind it a board pierced with a pinhole.^{1,3,5} Literally, he has turned his room into a *camera obscura* (Latin for dark chamber), or pinhole camera. Realizing that each of our eyes is a *camera obscura*, too,¹⁷ we can understand what is projected inside Newton's chamber: an upside-down representation of the view from the pinhole (Fig. 3). Although we can see trees, meadows, houses, and the sky, Newton mentions only the solar disk¹ [Fig. 4(a)].

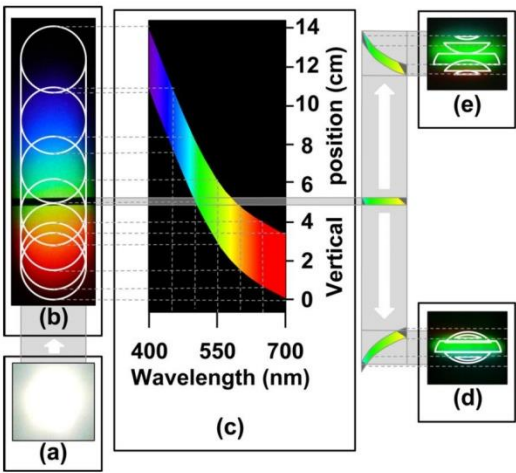


Fig. 4. (Color online) Image transformation in Newton's *experimentum crucis*. (a) The pinhole makes an image of the solar disk [cf. Fig. 3]. The first prism spreads the white circle into a series of differently colored circles (Ref. 19). Different circles contribute different horizontal strips of the solar disk to the selective aperture, here a horizontal slit. (c) Plotting circle position versus wavelength, we obtain a dispersion diagram (for the symmetry axis of the spectrum) (Ref. 35). The selected segment of the dispersion diagram is vertically sheared upon dispersion by the second prism (Ref. 41), which is inverted in (d) and not inverted in (e). Correspondingly, the selected strips of the solar disk are shifted apart according to wavelength, forming a multicolored, elliptical image of the sun. (Newton's hole—a special case of our slit—yields a vertical strip of that image.)

B. Through the first prism: Dispersed image

Next, Newton puts a prism in front of the pinhole.^{1,3,5} Still, we have a *camera obscura* projection. Again, it corresponds to the view from the pinhole.¹⁷ From the pinhole, Newton would see the landscape through the prism, now. Thus, he would see a blurry, multicolored image of the landscape. If we look through the pinhole and prism with monochromatic filters, we see sharp images of the landscape.³⁵ These images are similar in shape but different in color and position. Hence, the blurry prismatic image comprises a series of sharp, monochromatic images.^{35,36}

Accordingly, we interpret the sun's spectrum as a series of differently colored circles¹⁹ [Fig. 4(b)]. Having fixed our equilateral crown-glass prism in the position of minimum deviation,^{1,10,14} we trace the outline of the spectrum^{37,38} on a piece of cardboard 12 feet away.^{1,5} Within this outline, we trace individual images of the sun where we see them through monochromatic filters.³⁷ As the spectrum is moving according to the sun, we need to continually re-position the cardboard, until we have drawn the circles for all filters (for wavelengths 400 nm, 450 nm, 500 nm, 550 nm, 600 nm, 650 nm, and 700 nm). Refining the drawing in several iterations,³⁷ we obtain an accurate picture of how the prism shifts the solar image to different places for different wavelengths [Figs. 4(b) and 4(c)].

C. Through the selective aperture: Spectrally encoded image

Newton's projection screen for the spectrum contains a selective aperture in the form of a small hole.^{1,3,5} To move the spectrum up and down across the hole, he turns the first prism to and fro. He needs to hurry^{1,5} because the azimuthal motion of the sun causes its spectrum to run sideways across the hole within a few minutes.

Seeing that the horizontal position of the selective aperture is arbitrary, we will use a horizontal slit^{6,12,16,17} instead of the hole. Later on, we will treat Newton's hole as a special case. Using a slit, we need not even turn the first prism: The altitudinal motion of the sun causes all parts to successively go through the slit within about ten minutes.

Remember that Newton's spectrum is a series of differently colored circles.¹⁹ Suppose the slit admits the green part of the spectrum, as in Figs. 2 and 4(b). In this case, the greenish-blue circle (seen through the 500 nm filter) contributes its lower part to the slit, the orange circle (seen through the 600 nm filter) contributes its upper part, while intermediate circles contribute intermediate parts. On the wall behind the selective aperture, we see a single-colored slit image. Through monochromatic filters, we can see that this slit image is composed of different horizontal strips of differently colored circles.

To speak in modern terms, the whole disk of the sun is *spectrally encoded* in the slit image [cf. Figs. 4(b) and 4(c)]. Spectral encoding is the representation of one spatial dimension in the wavelength dimension. This process has been applied in lensless microscopy,³⁹ fiber-based endoscopy,⁴⁰ and surround-view video projection⁴¹ (see Sec. VB). Moreover, spectral encoding underlies *spatiospectral scanning*⁴²—a technique for *hyperspectral imaging*, whereby the chemical composition of an object is revealed.

D. Through the second prism: Spectrally decoded image

To refract the selected light, Newton places a second prism behind the selective aperture.^{1,3,5} Directly behind the second prism, where the horizontal strips of the solar disk are still overlapping, we still see a single-colored slit image. The further we move the final projection screen from the second prism, the further the horizontal strips move apart. The strips are arranged according to wavelength. If the second prism is inverted relative to the first, as in Fig. 1(a), the strips are arranged in the original order, yielding an image of the sun that is upside-down like the initial image [Figs. 4(d) and 5(a)]. If the second prism is non-inverted, as in Fig. 1(b), the strips are arranged in reverse order, yielding a blurrier, right-side-up image [Figs. 4(e) and 5(b)]. With a non-inverted prism, the shift among the strips is equal and opposite to the shift with an inverted prism (assuming that the prism is always in the position of minimum deviation, and that the distance from the prism to the final image is the same). Yet with an inverted prism, the final image is narrower because the upper part of the lower circle and the lower part of the upper circle from the spectrum are hidden inside the final image [Fig. 4(d)]. In both cases, the final image is a multicolored, elliptical image of the sun.

The final image is especially impressive when the sun is rising or setting behind barren trees. Within about ten minutes, we can watch the solar disk wander through all the color bands, revealing the silhouettes of branches and twigs. Evidently, the final image is a rainbow-colored representation of an entire scene, the brightest part of which is the sun (cf. Appendix). If we reduce our slit^{6,12,16,17} to Newton's hole,^{1,3,5} we only see a vertical strip of that scene.

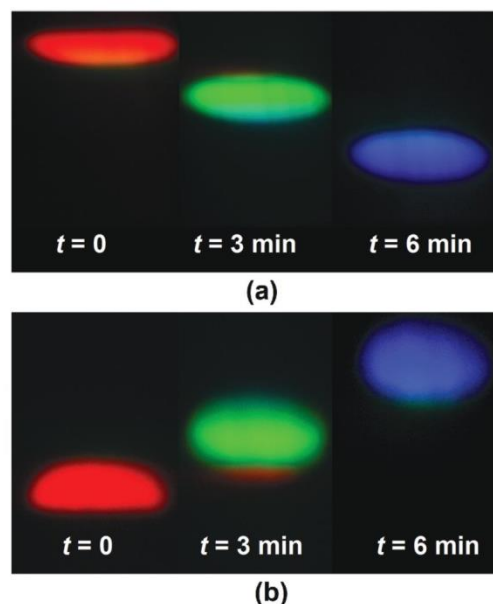


Fig. 5. Three overlaid photos of the final image at different times t . With a horizontal slit as the selective aperture—and with both prisms fixed—one can watch a rainbow-colored “motion picture” of the rising sun. The projection screen is vertically placed 4 feet behind the second prism. (a) With prisms inverted as in Fig. 1(a), the rising sun seems to set. (b) With non-inverted prisms, as in Fig. 1(b), the sun appears less sharp. Photographed with a Panasonic DMC-FZ50; exposure time: 2 s at $f/11$.

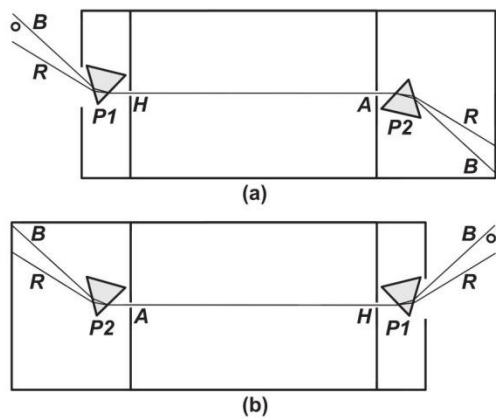


Fig. 6. Backward ray tracing (from points in the final image to the corresponding object points); (a) is the counterpart to Fig. 1(a) and (b) is the counterpart to Fig. 1(b). The blue line of sight (B) goes to the uppermost part of the scene, the red line of sight (R) goes to the lowermost part of the scene; intermediate lines (omitted) go to intermediate parts. We infer that the angle between rays R and B at $P1$ equals the field of view (Ref. 42), and that rotation of $P1$ effects spatio-spectral scanning (Ref. 42), whereby the bright solar image is moved through the otherwise dark color bands on the final screen.

IV. FROM IMAGES TO RAYS

Now that we have understood the *experimentum crucis* in terms of images, we may interpret it in terms of rays⁹ that connect object points and image points.

Newton traced rays forward from the sun to the final image, as shown in Fig. 1. However, this mechanistic approach led him to idealize the sunrays as parallels, to ignore the sun's surroundings, and to presuppose diverse refrangibility.

For a simpler, more accurate, and less speculative approach, we exploit the *principle of reversibility* (Axiom III in *Opticks*⁴): Tracing rays backward from image points to object points, we automatically follow only the relevant rays (Fig. 6). These Euclidean lines of sight⁹ directly support the Newtonian notion of differently refrangible rays. Moreover, a symmetry emerges that is missing in Newton's forward ray tracing: the final image must always be a rainbow-colored representation of the outside world.

To make the final image single-colored, Newton devised a lens-enhanced version⁴³ of his *experimentum crucis*.^{12,18} Even in this experiment, the final image represents the outside world, as I will show elsewhere.

V. WHAT NEWTON DID NOT SEE

A. "One sees only what one knows"—Goethe

Did Newton know that the final image represents the outside world? For a definitive answer, we turn to a related experiment. In his *Opticks*, directly after the *experimentum crucis*, Newton describes a thread experiment⁴⁴ [Fig. 7, cf. Fig. 2]. He uses a white thread as the selective aperture, puts the first prism behind the pinhole and takes up the second prism to look through it toward the thread.

The thread experiment works like the *experimentum crucis* (cf. Fig. 4): The pinhole produces a white solar image; the first prism spreads the white circle out into a series of differently colored circles; the selective aperture receives different strips of these circles; the second prism shifts these image strips.⁴⁵

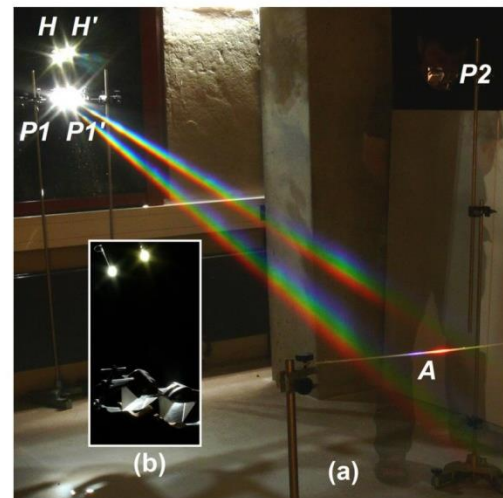


Fig. 7. (Color online) Unenhanced photo of the setup for Newton's thread experiment. (a) Pinholes H and H' each produce a *camera obscura* image of the outside world (note the double images of trees and clouds on the pillar). The two solar images are dispersed by prisms $P1$ and $P1'$ into two spectra. At a distance of 12 feet, the selective aperture A —here a thread—receives one color from each spectrum. The viewer, semitransparent in this long-exposure photo, views the thread through prism $P2$, cf. Fig. 8(b). (b) H , H' and $P1$, $P1'$.

To compare the shift for two different colors, Newton adds a pinhole H' and prism $P1'$ to get a second spectrum.⁴⁴

Now that Newton's selective aperture is linear, he should see through his prism a pair of ellipses. However, he does not. He describes the final images as straight lines, and even draws them thus [Fig. 8(a)].⁴⁴ It lies in the nature of science that "meaningful observation is not possible without pre-existing expectation."¹⁴ Apparently, Newton is blinded by his ray-based preconceptions. His supporter Desaguliers blindly follows him [Fig. 8(b)].³¹ Both see the thread "divided into two."^{31,44} The Royal Society agrees.³¹

With our image-based approach, we know that the final prism does more than just divide: It destroys the image of the thread, creating solar images instead (Fig. 9). These elliptical images become circular as we approach the prisms $P1$ and $P1'$. Even Goethe, who repeated and criticized all of Newton's experiments, failed to see these multicolored images of the sun.⁴⁶

B. A brighter version of Newton's thread experiment

So far, we have only seen images of the sun. Can we see sunlit objects, too? To make the final image as bright as

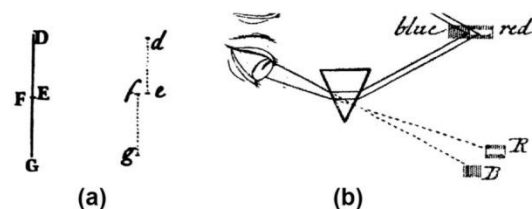


Fig. 8. Newton's and Desaguliers's misinterpretations of the final image in the thread experiment. (a) Newton sees the thread "divided into two parallel Threds" (Ref. 44). (b) Desaguliers repeats the experiment with a paper strip instead of the thread. Likewise, he sees the paper strip "divided into two" (Ref. 31).

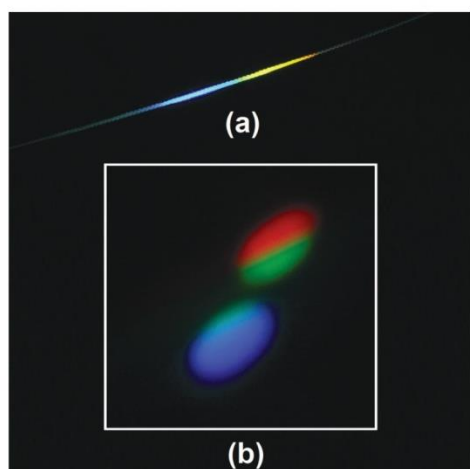


Fig. 9. Re-enactment of Newton's thread experiment (cf. Fig. 7). White thread illuminated with blue and yellow from prisms $P1$ and $P1'$. (b) Viewed through prism $P2$, the final image is in the form of two ellipses, each representing the sun. (Only if the first two prisms are too far off the position of minimum deviation, the ellipses look like lines.) Photographed with a Panasonic DMC-FZ50; exposure time: 8 s at $f/11$.

possible, we bring the prisms closer to the thread, and replace the thread with a linear translucent screen to be viewed from behind (Fig. 10, cf. Ref. 41). Direct-vision prisms have a larger dispersion angle than simple ones, allowing us to double the field of view to about 5° .^{41,42} As expected, the final image is a rainbow-colored image of the sunlit scene (Fig. 11).

Even Newton and Goethe—albeit with simple prisms—could have done such an experiment. However—apparently unaware that the final image represents the outside world—they did not.

VI. BRINGING THE *EXPERIMENTUM CRUCIS* INTO THE CLASSROOM

A. Camera obscura projection or video projection

The *experimentum crucis* is easy to re-enact in the classroom. Moreover, one can build a dollhouse version at a scale of 1:10, take it outside into the sunshine, observe the

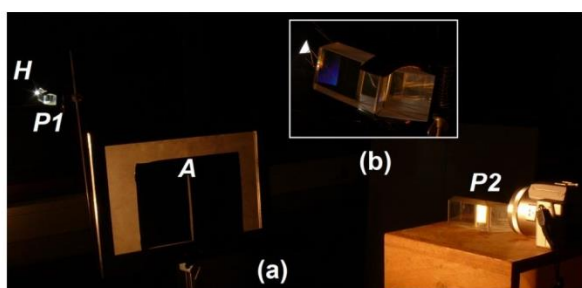


Fig. 10. (Color online) Photo of the setup for a brighter version of Newton's thread experiment [cf. Fig. 7. (a)]. The outside world is projected through pinhole H and direct-vision prism $P1$ onto a translucent projection screen. Black paper with a 4 mm wide slit is taped onto the screen to obtain a translucent version A of Newton's thread. The distance from H to A is 1.5 m. Through direct-vision prism $P2$, a camera photographs toward A from a distance of 1 m. For maximum image sharpness, $P1$ is not inverted relative to $P2$ (Ref. 41). (b) Pinhole H (made triangular to show that the shape of the hole does not significantly affect the projected image) and prism $P1$.

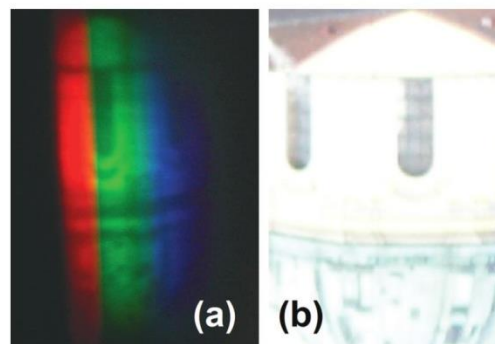


Fig. 11. Images of the basilica of Weingarten (upside-down like the initial *camera obscura* image). (a) Photo taken with a Panasonic DMC-FZ50 behind $P2$ (cf. Fig. 10). Although the exposure was 60 s (at $f/11$), the spectral image itself was visible to the unaided eye, as long as the sun was shining bright. (b) Direct view (rotated).

spectrum and a pea-sized final image of the sun, and bring the dollhouse back inside. However, the *experimentum crucis* and its dollhouse version only work on sunny days.

Alternatively, teachers may simulate the *camera obscura* projection with a video projector (cf. Ref. 11). With the first prism before the projector, the rest of the setup can be a replica of the original experiment.

B. A modern application: Projected-Image Circumlineascopy (PICS)

Having replaced the scene and pinhole with a video projector, the teacher can translate the historical experiment into a modern application, called Projected Image Circumlineascopy (PICS).⁴¹ A video is projected through the first prism and onto a white thread, or, more conveniently, an uncooked spaghetti noodle. Sitting in a circle around the spaghetti, students can view through the second prism a sharp, rainbow-colored version of the video.⁴¹ This projection method epitomizes the nature of the final image in Newton's *experimentum crucis*: It is a rainbow-colored representation of the initial image.⁴⁷

VII. CONCLUSION

For the first time in the discourse on Newton's *experimentum crucis*, we have revealed the nature of the final image: it is a rainbow-colored representation of the outside world. If the selective aperture is a slit, the final image is two-dimensional; if the slit is reduced to a hole, only a vertical strip of this image remains. When Newton turned his prism to and fro, he unknowingly scanned up and down the landscape before his window.

Newton interpreted the final image as a representation of the selective aperture. His friend Desaguliers, and even his enemy Goethe, perpetuated this interpretation. Evidently, Newton's conceptual change from images to rays was premature, and scientific belief hindered scientific insight. Still, our image-based approach only serves to underline, not undermine, the validity of Newton's demonstration of diverse refrangibility.

Because the final image is always rainbow-colored, the lensless setup for Newton's *experimentum crucis* is not a monochromator. Instead, the setup is an imaging system. We have identified the imaging principle as spectral coding. This

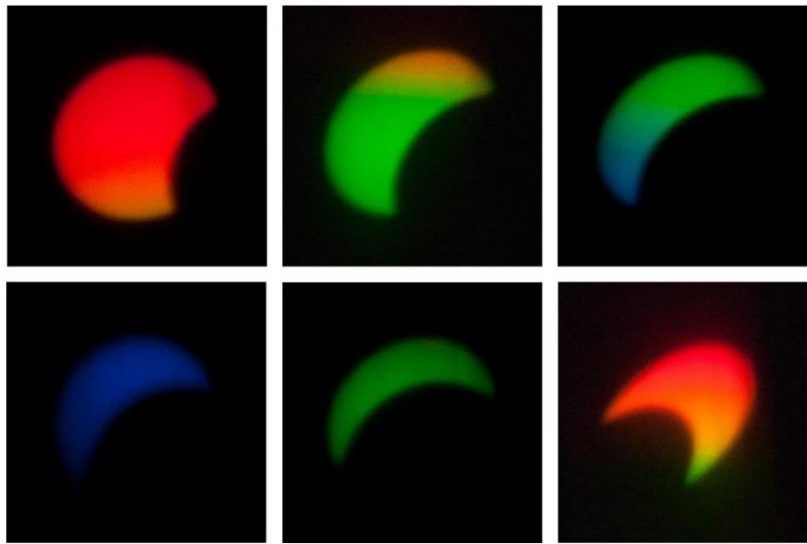


Fig. 12. (Color online) The final image in Newton's *experimentum crucis*, produced during a solar eclipse over Weingarten/Germany on 20 March 2015. (The selective aperture was a horizontal slit.) Photos taken with a Panasonic DMC-FZ50, exposure time: 1 s at $f/3.2$.

principle is nowadays used in fields such as biomedical imaging and remote sensing. Accordingly, teachers can build a bridge between the historical experiment and modern applications.

ACKNOWLEDGMENTS

In 2010, Professor Dr. Johannes Grebe-Ellis and Dr. Matthias Rang sparked my interest in the *experimentum crucis*, and Florian Theilmann invited me to explore spectra with him. In January 2014, four dozen 10th and 11th grade students from the Einstein Gymnasium in Potsdam/Germany joined my project *Newton versus Grusche*, which formed the basis of this manuscript. One of the students, Henriette Bast, helped improve the text. Ann Blackett and assistants at Woolsthorpe Manor provided the photo for Fig. 3. Alexander Neub built a dollhouse version with me. Anne Smith revised the language. The two anonymous reviewers inspired me to improve the argument and illustrations.

APPENDIX: PROJECTING A SOLAR ECLIPSE WITH THE *EXPERIMENTUM CRUCIS*

On 20 March 2015, between about 9:30 and 11:50 a.m., there was a solar eclipse over Germany. To project the partial eclipse, I used Newton's *experimentum crucis*; the images are shown in Fig. 12.

^{a)}Electronic mail: saschagrusche@gmail.com

¹I. Newton, "A letter [...] containing his new theory of light and colors [...]," *Philos. Trans.* **6**, 3075–3087 (1671).

²I. Newton, "Mr. Newtons answer to the foregoing letter," *Philos. Trans.* **7**, 4014–5018 (1672).

³An English translation of Ref. 2 appeared in *The Philosophical Transactions of the Royal Society of London, from [...] 1665, to the Year 1800, Abridged, Volume I* (Baldwin, London, 1809), pp. 740–743.

⁴I. Newton, *Opticks: Or, A Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light*, 4th ed. (Dover Publications, Mineola, 1979).

⁵In Ref. 4, the *experimentum crucis*, although not labeled as such, appears in Book I, Part I, Exp. 6.

⁶Lord Rayleigh, "Newton as an experimenter," *Proc. R. Soc. London Ser. A* **131**, 224–230 (1943).

⁷R. S. Westfall, "The development of Newton's theory of color," *Isis* **53**(3), 339–358 (1962).

⁸J. A. Lohne, "Experimentum crucis," *Notes Rec. Roy. Soc.* **23**(2), 169–199 (1968).

⁹T. Holtmark, "Newton's *experimentum crucis* reconsidered," *Am. J. Phys.* **38**, 1229–1235 (1970).

¹⁰A. I. Sabra, *Theories of Light, from Descartes to Newton* (Cambridge U.P., Cambridge, 1981).

¹¹D. H. Towne, "Teaching Newton's color theory firsthand," *Am. J. Phys.* **61**, 113–118 (1993).

¹²A. E. Shapiro, "The gradual acceptance of Newton's theory of light and color, 1672–1727," *Persp. Sci.* **4**, 59–140 (1996).

¹³J. Worrall, "The scope, limits, and distinctiveness of the method of 'deduction from the phenomena': Some lessons from Newton's demonstrations in optics," *Brit. J. Philos. Sci.* **51**, 45–80 (2000).

¹⁴R. d. A. Martins and C. C. Silva, "Newton and colour: The complex interplay of theory and experiment," *Sci. Educ.* **10**(3), 287–305 (2001).

¹⁵R. C. Crease, "Experimentum crucis: Newton's decomposition of sunlight with prisms," in *The Prism and the Pendulum. The Ten Most Beautiful Experiments in Science* (Random House, New York, 2003), pp. 58–76.

¹⁶M. Rang, "Mehrfachanwendung von Spiegelspaltblenden und Prismen—eine moderne Form von Newtons *experimentum crucis*," in *Didaktik der Physik. Frühjahrstagung Bochum*, edited by H. Grötzebach and V. Nordmeier (PhyDid, Berlin, 2009), pp. 1–12, <http://www.experimentum-lucis.de/Paper/DPG09-Tagung_Rang.pdf>.

¹⁷M. Rang and O. Müller, "Newton in Grönland," *Philos. Nat.* **46**, 61–114 (2009).

¹⁸Y. Takuwa, "The historical transformation of Newton's *experimentum crucis*: Pursuit of the demonstration of color immutability," *Hist. Sci.* **23**, 113–140 (2013); available at researchmap.jp/?action=cv_download_main&upload_id=64609.

¹⁹Book I, Part I, Exp. 5, Illustration in Ref. 4.

²⁰According to Ref. 9, a selected ray is refracted "without any sign of dispersion."

²¹According to Ref. 14, "if one separates from the coloured spectrum a narrow beam of light, its colour will not be changed by a second prism".

²²Grebe-Ellis identifies the hole *H* as a point source, concluding that the final projection screen should display a relatively sharp and single-colored shadow image of the selective aperture, see J. Grebe-Ellis, "Bild und Strahl in der Optik Newtons," in *Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Band 20*, edited by J. Grebe-Ellis (Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2011), pp. XII–XVIII.

- ²³In a video inspired by Ref. 9, the audio track pretends that “the hue remains unchanged” behind the second prism, while the film itself betrays additional hues, see Pehr Sällström, *Monochromatic Shadow Rays. A Film About Experiments on the Rehabilitation of Darkness* (edition waldorf, Stuttgart, 2010).
- ²⁴O. L. Müller, *Mehr Licht. Goethe mit Newton im Streit um die Farben* (S. Fischer Verlag, Frankfurt am Main, 2015).
- ²⁵Newton “showed that a small portion of the spectrum could not be spread into any other colors by passing the light through a second prism,” see *Contemporary College Physics. Third Edition, 2001 Update*, edited by E. Jones and R. L. Childers (McGraw-Hill, New York, 2001).
- ²⁶“Newton [...] passed a pencil of sunlight through a prism. The emergent light fanned out into a *spectrum* or rainbow of colors.... These spectral colors were not further dispersed by additional prisms,” writes M. Katz, *Introduction to Geometrical Optics* (World Scientific, Singapore, 2004).
- ²⁷Let me translate a passage from the classic of German university textbooks: “The rays going [from the yellow part of Newton’s spectrum through a hole and] through P2 to the second screen... were not pulled apart into a colored band again, but created only a yellow spot.” The caption to the accompanying schematic reads: “Non-decomposability of color.” See H.-J. Eichler, “Dispersion und Absorption des Lichtes,” in *Bergmann—Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3: Optik*, 10. Auflage, edited by H. Niedrig (Walter de Gruyter, Berlin, 2004), pp. 189–300.
- ²⁸The German poet Goethe observes that the second refraction adds reddish and bluish fringes to the yellow part of the spectrum, see paragraph 137 in J. W. v. Goethe, *Farbenlehre, Band 3: Enthüllung der Theorie Newtons*, edited by G. Ott and H. O. Proskauer (Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1979).
- ²⁹As elaborated in Refs. 12 and 18, many scholars falsely assume that the *experimentum crucis* was to prove color immutability. Newton himself stated in his lectures that he found yellow rays among the red, and blue rays among the violet. Still, Lucas was surprised to find red rays among the violet, and Mariotte, who performed a similar experiment, questioned Newton’s theory when he found violet rays among the red, as well as red rays among the violet.
- ³⁰When I involved Rang (cf. Ref. 17) in a Socratic dialogue, he characterized the final image as a blurry, multi-colored version of a part of the spectrum. Only when asked what would be *seen*, he came to the same conclusion as me, see Sec. III D.
- ³¹I. Newton and J. T. Desaguliers, “An account of some experiments of light and colours,” *Philos. Trans.* **29**, 433–447 (1714).
- ³²J. Grebe-Ellis, “Phänomenologische Optik: eine ‘Optik der Bilder.’ Teil 1: Erkenntnistheoretische, experimentiermethodische und didaktische Merkmale eines nichtreduktionistischen Zugangs zur Optik,” *chim. did.* **32**, 137–186 (2006); available at www.physikdidaktik.uni-wuppertal.de/fileadmin/physik/didaktik/Forschung/Publikationen/Grebe-Ellis/Bartholinus_Huygens_2011.pdf.
- ³³G. Maier, *An Optics of Visual Experience* (Adonis Press, Hillsdale, 2011).
- ³⁴Arranging the optical elements in the *spatial* sequence $P1-H-A-P2$, one can choose from $N = 4! = 24$ *temporal* sequences. Ours is probably easiest to follow.
- ³⁵F. Theilmann and S. Grusche, “An RGB approach to prismatic colours,” *Phys. Educ.* **48**, 750–759 (2013).
- ³⁶Newton sketches and explains this in *Optica*, Part II, Lecture 12, paragraph [104] in I. Newton, *The Optical Papers of Isaac Newton, Volume I. The Optical Lectures 1670–1672*, edited by A. Shapiro (Cambridge U.P., Cambridge, 2010).
- ³⁷Newton traces only the *superficial structure* of the spectrum, see Book I, Part II, Exp. 7 in Ref. 4. Nonetheless, he sketches his conceptualization of the *underlying structure* as a series of circles, see note 19.
- ³⁸With an equilateral flint-glass prism, our spectrum was 10 cm longer. On a white sheet of paper or white cloth, the spectrum was another 70% longer because the whitening agents made ultraviolet visible as blue.
- ³⁹A. Schwarz, A. Weiss, D. Fixler, Z. Zalevsky, V. Micó, and J. García, “One-dimensional wavelength multiplexed microscope without objective lens,” *Opt. Commun.* **282**, 2780–2786 (2009).
- ⁴⁰M. Merman, A. Abramov, and D. Yelin, “Theoretical analysis of spectrally encoded endoscopy,” *Opt. Express* **17**, 24045–24059 (2009).
- ⁴¹S. Grusche, “Spectral synthesis provides two-dimensional videos on a one-dimensional screen with 360°-visibility and mirror-immunity,” *Appl. Opt.* **53**, 674–684 (2014).
- ⁴²S. Grusche, “Basic slit spectroscopy reveals three-dimensional scenes through diagonal slices of hyperspectral cubes,” *Appl. Opt.* **53**, 4594–4603 (2014).
- ⁴³Book I, Part I, Exp. 12 in Ref. 4.
- ⁴⁴Book I, Part I, Exp. 7 in Ref. 4.
- ⁴⁵Inspecting the illuminated thread through a prism is analogous to projecting an illuminated slit through a prism because the retina is analogous to a projection screen and there is a non-zero distance between the prism and the projection screen, cf. Ref. 41.
- ⁴⁶To explain why the blue and red parts of the thread move apart, Goethe passes several parts of the spectrum through a perforated board, seeing through his prism that the parts behave like the whole: The spectrum is stretched so that its parts are moved apart. However, in the thread experiment, even Goethe sees lines, see paragraphs 138–149 in the reference from note 28.
- ⁴⁷Admittedly, the final image is also a representation of the selective aperture, but only to the extent to which a *camera obscura* projection is a representation of the pinhole.

MAKE YOUR ONLINE MANUSCRIPTS COME ALIVE

If a picture is worth a thousand words, videos or animation may be worth a million. If you submit a manuscript that includes an experiment or computer simulation, why not make a video clip of the experiment or an animation of the simulation. These files can be placed on the Supplementary Material server with a direct link from your manuscript. In addition, video files can be directly linked to the online version of your article, giving readers instant access to your movies and adding significant value to your article.

See <http://ajp.dickinson.edu/Contributors/EPAPS.html> for more information.

Manuskript 10

Spektrale Bildprojektion

Spielfilm auf Spaghetti

SASCHA GRUSCHE

Normalerweise projiziert man Videos auf eine Fläche. Mit dem hier vorgestellten Abbildungsverfahren kann man Schwarz-weißbilder auf eine Linie projizieren. Dadurch werden sie rundum sichtbar und „spiegelimmun“. Zudem bietet das Verfahren ein schönes Experiment für den Unterricht in Strahlenoptik und Wellenoptik.

Ob zu Hause oder im Kino, ob im Klassenzimmer oder im Seminarraum: Die Projektion von stehenden oder bewegten Bildern ist allgegenwärtig. Gewöhnlich werden die Bilder auf eine Fläche projiziert. Das hat jedoch einen Nachteil: das Bild erscheint aus fast allen Richtungen perspektivisch verzerrt. Seitlich sitzende Betrachter müssen derart flach auf die Projektionsfläche schauen, dass sie insbesondere Text kaum noch erkennen. Von der Rückseite her ist das Bild entweder gar nicht oder nur seitenverkehrt zu sehen. Wie wäre es nun, wenn jede Person im Publikum das projizierte Bild frontal sehen könnte? Und wie, wenn

man um den Projektionsschirm herumgehen könnte und das Bild sich frontal mitdrehen würde?

Genau dies ermöglicht ein Verfahren namens Projected-Image Circumlineascopy (PICS), das wir an der Universität Potsdam erfunden haben [1]. Als Projektionsschirm verwenden wir zum Beispiel eine rohe Spaghetti. Sie steht mitten im Raum und wird über einen speziell ausgerüsteten Projektor farbig illuminiert. Beim Blick durch eine Spektralfolie erscheint neben der Spaghetti ein regenbogenfarbiges Video. Geht man um die Spaghetti herum, dreht sich das Video mit. Dies gilt für alle Betrachter im Raum gleichzeitig (Abbildung 1), das Video ist rundum sichtbar [1].

Stellt man einen Spiegel neben die Spaghetti und betrachtet durch die Spektralfolie die Spaghetti sowie ihr Spiegelbild, so haben beide Videos die gleiche Ausrichtung – zwar wird der Projektionsschirm gespiegelt, nicht aber das Video. Auch wenn man das Licht vom Projektor über einen Spiegel auf eine Spaghetti schickt, bleibt das Video richtig herum orientiert. Kurzum: Das Video ist spiegelimmun [1].

Diese beiden neuen Bildeigenschaften – Rundumsichtbarkeit und Spiegelimmunität – ergeben sich daraus, dass



Abb. 1 Rundum sichtbares Video. Die Betrachter bilden einen Kreis um eine farbig illuminierte Spaghetti. Beim Blick durch eine Spektralfolie erscheint ein frei schwebendes Video (links unten, das jedem Betrachter gleichzeitig zugewandt ist).

das PICS-Verfahren die Bildinformation in einer Linie komprimiert. Für diese Kompression setzen wir vor einen gewöhnlichen Projektor eine Spektralfolie. Für die Dekompression sorgt die Spektralfolie vor dem Auge. Bei unserem Verfahren können wir die Breite einer Spaghetti vernachlässigen, sie verhält sich praktisch eindimensional. Eine Spaghetti ist zudem lichtdurchlässig, so dass die darauf projizierte Lichtlinie sogar von hinten sichtbar ist. Damit in diesem Fall der Projektor nicht blendet, sollte er leicht angekippt sein. Da die Lichtlinie rundherum gleich aussieht, sieht auch das dekomprimierte Bild stets gleich aus. Und da das Spiegelbild einer Linie wie die Linie selbst aussieht, merkt man dem dekomprimierten Bild die Spiegelung nicht an.

Zudem können wir vor und hinter die Spaghetti weitere Spaghetti aufstellen, sodass sie vom selben Projektor illuminiert werden. Auf diese Weise erhalten wir mehrere rundum sichtbare Videos. Sie sind im Raum gestaffelt wie die Spaghetti selbst (Abbildung 2) [1].

Bildoptisches Verständnis

Unser neues Abbildungsverfahren lässt sich anschaulich verstehen. Wenn wir es mit einer gewöhnlichen Flächenprojektion vergleichen, finden wir nur einen Unterschied: Vor dem Projektor und vor dem Auge befindet sich jeweils eine Spektralfolie. Untersuchen wir also deren optische Wirkung.

Zunächst behandeln wir die Projektion durch Spektralfolie F1. Hierfür ersetzen wir die Spaghetti an der Stelle S zwischenzeitlich durch einen Spalt in einer gewöhnlichen Projektionsfläche (Abbildung 3a). Der Beamer erzeugt auf der Spektralfolie F1 ein kleines Schwarzweißbild. Auf der Projektionsfläche dahinter ist das gleiche Bild in groß zu sehen. Links und rechts davon entstehen bunt verwischte Bilder, es sind Spektren im Wortsinne des lateinischen Begriffs *spectrum* für „Bild, Geist, Erscheinung“.

Betrachten wir eines dieser Spektren durch Farbfilter, so können wir eine Reihe von scharfen, farbigen Einzelbildern erkennen. Diese zeigt der Einschub in Abbildung 3a [2, 3]. Die Lage eines Einzelbildes hängt also von seiner Farbe ab. Folglich empfängt der Spalt an der Stelle S von den Einzelbildern jeweils einen anderen Streifen: vom blauen Einzelbild zum Beispiel den rechten Bildstreifen, vom grünen Einzelbild den mittleren Streifen, vom roten Einzelbild den linken Streifen. Im Spalt überlagern sich also unterschiedliche Streifen der verschiedenfarbigen Einzelbilder. Bei einem kontinuierlichen Farbspektrum ist somit die gesamte Bildinformation im Spalt S zusammengefasst – oder, anders gesagt, darin räumlich komprimiert.

Nun kommen wir zum Blick durch die Spektralfolie F2. Hierfür ersetzen wir den Spalt an der Stelle S wieder durch die Spaghetti (Abbildung 3b). Auf ihr sind nun wie diskutiert die unterschiedlichen Bildstreifen überlagert. Die Spektralfolie F2 versetzt sie räumlich wieder je nach Farbe, so dass sie korrekt nebeneinander angeordnet erscheinen. So setzen sich die Streifen zu einer regenbogenfarbigen Version des Schwarzweißbildes zusammen [4, 5].



Abb. 2 Mehrfachprojektion mit einem Projektor. Mit einem einzigen Projektor kann man eine Reihe von Spaghetti beleuchten, sodass dasselbe Video mehrfach erscheint.

Strahlenoptische Beschreibung

In der Physikdidaktik geht es darum, ausgehend von spannenden Phänomenen, wie PICS sie bietet, den Prozess der physikalischen Modellbildung nachzuvollziehen. Schauen wir uns daher zunächst an, inwiefern wir mit einfacher geometrischer Optik die räumliche Verteilung der Einzelbilder beschreiben können. Wenn wir eine gewöhnliche Projektionsfläche an beliebigen Positionen aufstellen (Abbildung 4a), finden wir gleichfarbige Einzelbilder entlang gerader Linien: einerseits zwischen der Projektionsfläche und Spektralfolie F1, andererseits zwischen Spektralfolie F1 und dem Beamer. Folglich können wir alle möglichen Bildorte erfassen, indem wir jeweils zwischen zwei ausgewählten Einzelbildern gerade Verbindungslinien ziehen [3, 6–8].

Schauen wir uns wieder die Projektion durch die Spektralfolie F1 an (Abbildung 4a). Zum einen verbinden wir das kleine Schwarzweißbild auf der Spektralfolie mit dem großen Schwarzweißbild auf der Projektionsfläche; hiermit erfassen wir jenen zentralen Raumbereich, in dem die verschiedenfarbigen Einzelbilder sich zu einem Schwarzweißbild überlagern. Zum anderen verbinden wir das Schwarzweißbild auf der Spektralfolie mit je einem der versetzten

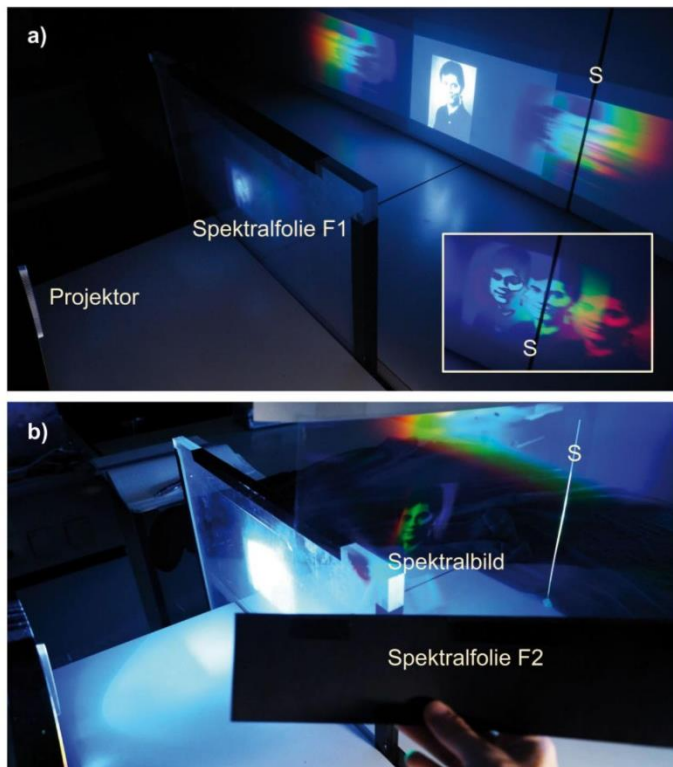


Abb. 3 Bildoptisches Verständnis. a) Bei der Projektion eines Schwarzweißbildes durch Spektralfolie F1 entsteht bei S ein unscharfes Bild, das aus scharfen farbigen Einzelbildern besteht, die gegeneinander versetzt sind (siehe Einblendung). Der Spalt bei S empfängt von jedem Einzelbild einen anderen Bildstreifen. b) Beim Betrachten der Spaghetti bei S durch Spektralfolie F2 werden die empfangenen Bildstreifen zu einem Spektralbild aufgereiht.

farbigen Einzelbilder auf der Projektionsfläche. So erfassen wir die unterschiedlichen Raumbereiche, in denen die verschiedenfarbigen Einzelbilder erscheinen können. An diesem Strahlenverlauf können wir ablesen, welche Bildstreifen die Spaghetti empfängt, wenn wir sie an einen beliebigen Ort stellen.

Analog behandeln wir den Blick durch die Spektralfolie F2 (Abbildung 4b). Jenseits der Spektralfolie erscheint neben der Spaghetti das Spektralbild (Abbildung 4b oben links). Zum einen verbinden wir das Auge mit jenem Abschnitt der Spektralfolie, durch den das Spektralbild gesehen wird. Zum anderen verbinden wir diesen Folienabschnitt mit der Spaghetti (Abbildung 4b oben rechts). Mit diesen Verbindungslinien erfassen wir den Raumbereich, der zur Bildentstehung beiträgt: Wird er verdeckt, verschwindet das Spektralbild. Wenn wir zusätzlich noch Verbindungslinien zwischen dem durchblickten Folienabschnitt und dem Spektralbild ziehen, erfassen wir einen Raumbereich, der nicht zur Bildentstehung beiträgt: Wird dieser verdeckt, bleibt das Spektralbild sichtbar. Die Verbindungslinien zwi-

schen dem durchblickten Folienabschnitt und dem Spektralbild stellen also nur scheinbare Sichtverbindungen dar. Das Spektralbild bezeichnet man deshalb als virtuelles Bild. Real existieren nur die Sichtverbindungen vom Auge über die Spektralfolie zur Spaghetti. Schließlich handelt es sich bei dem scharfen Spektralbild um eine unscharfe Ansicht der Spaghetti.

Im Rahmen des Strahlenmodells [7] können wir also sagen: An der Spektralfolie knicken Strahlen je nach Farbe unterschiedlich ab. Spektralfolie F1 nutzen wir, um Strahlen von einer Reihe unterschiedlicher Bildpunkte in einem Punkt zu bündeln; Spektralfolie F2 nutzen wir, um Strahlen von diesem Punkt zu einer Reihe unterschiedlicher Bildpunkte hin aufzufächern. In diesem Zusammenhang kann man im Unterricht elegant den Begriff der Dispersion einführen, der sich ja vom Lateinischen *dispergere* für „ausbreiten, zerstreuen“ ableitet.

Wellenoptische Erklärung

Nun geht es um die Frage, wie wir den Strahlenverlauf hinter der Spektralfolie erklären können. Wenn wir diese vergrößert betrachten, sehen wir feine Rillen, die als Spalte fungieren. Bei unserer Spektralfolie beträgt der Abstand d zwischen benachbarten Rillen nur $1/1000$ mm. Angesichts dieser kleinen Abmessungen dürfen wir jeden zuvor gezeichneten Strahl als schmales Bündel von parallelen Strahlen auffassen. Da die Breite des Bündels jedoch nicht vernachlässigbar ist, müssen die Strahlen eines abknickenden Bündels aus geometrischen Gründen unterschiedlich lang sein (Abbildung 5).

Der Längenunterschied Δs von benachbarten Strahlen eines Bündels erweist sich bei Messungen stets als ganzzahliges Vielfaches einer Elementarlänge λ . Diese Elementarlänge hängt nur von der Farbe des zugehörigen Einzelbildes ab, nicht aber von der Rillendichte der Spektralfolie [9]. Über diesen Befund können wir nun λ als Wellenlänge einführen und damit zur Wellenoptik kommen. Der Strahlenverlauf zeigt jene Wege an, die sich um ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge unterscheiden. Dementsprechend trifft Wellenberg auf Wellenberg, so dass die Wellen sich gegenseitig verstärken. An diesen Stellen konstruktiver Interferenz erscheint jeweils ein Einzelbild. An den anderen Stellen löscht destruktive Interferenz dagegen die Einzelbilder aus.

Bei einem Strahlenbündel, das lotrecht durch die Spektralfolie verläuft, entspricht der Längenunterschied Δs benachbarter Strahlen, die im Winkel β abknicken, der Gegenkathete eines rechtwinkligen Dreiecks (Abbildung 5a) [8, 9]:

$$\Delta s = d \sin \beta = m \lambda, \text{ mit } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

Beispielsweise erhalten wir bei der senkrechten Bildprojektion durch die Spektralfolie F1 blaue Einzelbilder beiderseits im Winkel $\beta = 27 \pm 1^\circ$ zum Lot (Abbildungen 4a und 5a). Dies entspricht laut Formel (1) einer Wellenlänge $\lambda_b = 450 \pm 10$ nm.

Bei einem Strahlenbündel, das in einem Winkel α zum Lot durch die Spektralfolie verläuft, entspricht der Längenunterschied Δs benachbarter Strahlen, die im Winkel β abknicken, der Summe (oder Differenz) zweier Gegenkatheten (Abbildung 5b) [8]:

$$\Delta s = d(\sin \alpha + \sin \beta) = m\lambda, \text{ mit } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

Beispielsweise betrachten wir durch die Spektralfolie F2 den roten Bildstreifen unter den Winkeln $\alpha = 31 \pm 1^\circ$ und $\beta = 8 \pm 1^\circ$ (Abbildungen 4b und 5b). Dies entspricht laut Formel (2) einer Wellenlänge $\lambda_R = 650 \pm 10 \text{ nm}$.

Sobald wir die Wellenlänge λ bestimmt haben, können wir die Orte der entsprechend gefärbten Einzelbilder vorhersagen. Schließlich können wir jedem durch die Spektralfolie verlaufenden Strahl einen Fächer von abknickenden Strahlen zuordnen, ähnlich wie in Abbildung 4.

Im Rahmen des Wellenmodells [8, 9] können wir also sagen: Hinter der Spektralfolie verstärken sich Wellen gegenseitig je nach Wellenlänge in unterschiedlichen Richtungen. Spektralfolie F1 nutzen wir, um verschiedene Projektionsrichtungen in unterschiedliche Wellenlängen zu übersetzen. Spektralfolie F2 nutzen wir, um unterschiedliche Wellenlängen in verschiedene Blickrichtungen zu übersetzen. Da die Wellen an den Rillen der Spektralfolie gebeugt werden, spricht man auch von Beugungsfolie.

Spektralfolie versus Prisma

Anstelle von Spektralfolien kann man für die Projektion und Betrachtung auch Glasprismen verwenden. Ähnlich wie eine Spektralfolie versetzt ein Prisma ein Bild je nach Farbe unterschiedlich stark. Wir können also Strahlen ebenso bündeln beziehungsweise auffächern, und wir können unterschiedliche Projektionsrichtungen über Wellenlängen in unterschiedliche Blickrichtungen übersetzen [1, 3].

Allerdings ist die Dispersion beim Prisma meist schwächer als bei einer Spektralfolie. Daher kann man nur vergleichsweise schmale Bildbereiche projizieren und entsprechend schmale Spektralbilder sehen. Zudem beruht die prismatische Dispersion weniger auf Beugung, sondern vielmehr auf Brechung: Die Strahlen werden je nach Farbe des zugehörigen Einzelbildes unterschiedlich stark gebrochen. Im Wellenmodell nimmt man an, dass die Wellenfronten verschieden stark abknicken, weil unterschiedliche Wellenlängen beim Übergang ins Prisma sich um einen jeweils anderen Faktor verkürzen. So lässt sich im Unterricht der farbabhängige Brechungsindex als wellenlängenabhängiger Verkürzungsfaktor $n = n(\lambda)$ umdeuten.

Mit einem dreiseitigen Prisma muss man – ähnlich wie bei einer Spektralfolie – um die Ecke projizieren beziehungsweise schauen. Für geradlinige Projektion und Betrachtung muss man jeweils zwei solcher Prismen geschickt zusammenfügen: Das vom ersten Prisma verschobene grüne Bild muss vom zweiten Prisma wieder an seinen ursprünglichen Ort zurückversetzt werden. Damit die anderen Einzelbilder trotzdem gegeneinander versetzt

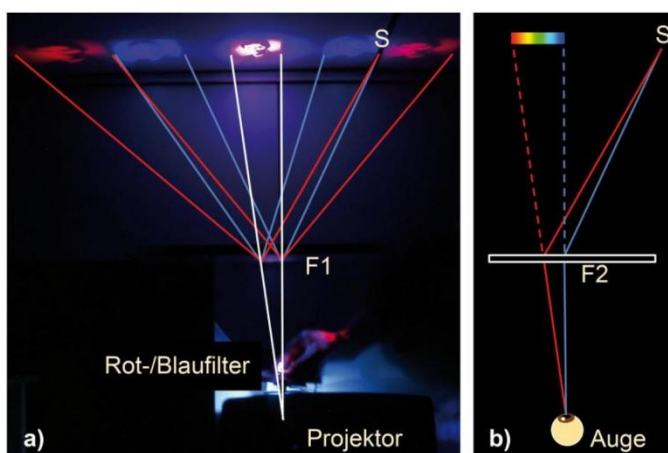
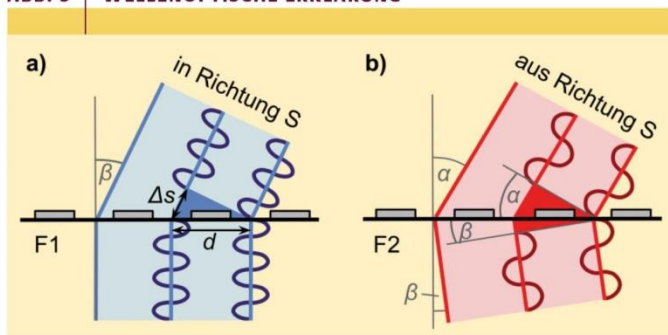


Abb. 4 Strahlenoptische Beschreibung. a) Die Projektion beschreiben wir im Strahlenmodell, indem wir Verbindungslinien zwischen den Einzelbildern auf der Projektionsfläche und der Spektralfolie F1 ziehen. b) Den Blick durch Spektralfolie F2 modellieren wir analog zur Projektion, die gestrichelten Linien deuten Sichtverbindungen zum virtuellen Spektralbild an.

ABB. 5 WELLENOPTISCHE ERKLÄRUNG



a) Den Strahlenverlauf bei der Projektion erklären wir anhand von hypothetischen Wellen, die derart an Spektralfolie F1 gebeugt werden, dass Wellenberg auf Wellenberg trifft. b) Den Strahlenverlauf beim Blick durch Spektralfolie F2 erklären wir analog zur Projektion.

erscheinen, sollten sie vom zweiten Prisma je nach Farbe eine größere oder kleinere Verschiebung erfahren als vom ersten Prisma. Das zweite Prisma muss also im Vergleich zum ersten eine ähnlich starke Brechung, aber unterschiedlich starke Dispersion erzeugen. Hierzu fügt man ein stark dispersives Prisma aus Flintglas mit einem schwach dispersiven aus Kronglas zu jeweils einem Geradsichtprisma zusammen.

Während eine Spektralfolie mehrere lichtschwache Spektren hervorbringt und einen Großteil der Helligkeit im ursprünglichen Bild belässt, verwandelt ein Prisma das ursprüngliche Bild in ein einziges helles Spektrum. Prismen bieten also den Vorteil kontrastreicherer Spektralbilder.

Ein Kompromiss besteht darin, vor den Projektor ein Prisma und vor das Auge eine Spektralfolie zu setzen (oder umgekehrt). Hierbei wird das Spektralbild jedoch ungleichmäßig verzerrt, weil das Spektrum hinter einer Spektralfolie andere Proportionen aufweist als das Spektrum hinter einem Prisma: Die Strahlablenkung an der Spektralfolie hängt fast linear von der Wellenlänge ab, während die Strahlablenkung beim Prisma deutlich nichtlinear von der Wellenlänge abhängt [2]. Um dies auszugleichen, kann man das ursprüngliche Schwarzweißbild so vorverzerren, dass man ein verzerrungsfreies Spektralbild erhält.

Zusammenfassung

Projiziert man ein Schwarzweißvideo durch eine Spektralfolie hindurch auf einen eindimensionalen Schirm, so erscheint beim Blick durch eine Spektralfolie ein regenbogenfarbiges Video. Das frei schwebende Video ist rundum sichtbar und bleibt selbst bei Spiegelung richtig herum orientiert. Dieses Abbildungsverfahren beruht darauf, dass die Spektralfolie übereinander liegende Bilder verschiedener Farbe gegeneinander versetzt. Der beobachtbare Bildversatz kann strahlenoptisch erfasst und wellenoptisch erklärt werden. Damit eignet sich das Experiment sehr gut für den Optikunterricht. Statt Spektralfolien kann man auch Prismen verwenden.

Stichworte

Projected-Image Circumlineascopy (PICS), Spektralfolie, virtuelles Bild, Dispersion, Strahlenmodell, Wellenmodell, Beugung, Interferenz, Prisma, Brechung.

Literatur

- [1] S. Grusche, Appl. Opt. **2014**, 53, 674.
- [2] S. Grusche, F. Theilmann, Phys. Educ. **2015**, 36, 055018.
- [3] S. Grusche, PhyDid B **2016**, 1.
- [4] G. Maier, Optik der Bilder, Verlag der Kooperative Dürnau, Dürnau 1986.
- [5] J. Grebe-Ellis, chim. did. **2006**, 32, 137.
- [6] S. Grusche, Phys. Educ. **2016**, 51, 015006.
- [7] T. Holtsmark, Am. J. Phys. **1979**, 38, 1229.
- [8] M. Müller, L.-H. Schön, PhyDid B **2011**, 1.
- [9] W. Sommer, Zur phänomenologischen Beschreibung der Beugung im Konzept optischer Wege, in: Phänomenologie in der Naturwissenschaft (Hrsg.: L.-H. Schön, J. Grebe-Ellis), Logos Verlag, Berlin 2005.

Der Autor



Sascha Grusche studierte Physik und Englisch auf Lehramt an der Universität Potsdam. Er ist wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Pädagogischen Hochschule Weingarten. Dort arbeitet er an seiner Doktorarbeit über einen bildbasierten Zugang zu Linsenabbildung und Spektren.

Anschrift

Sascha Grusche, Physikdidaktik,
Pädagogische Hochschule Weingarten, Kirchplatz 2,
88250 Weingarten. saschagrusche@gmail.com

Manuskript 11

Didaktische Rekonstruktion als Beitrag zur wissenschaftlichen Konstruktion

Sascha Grusche

Für die Unterrichtsplanung hat sich das Modell der Didaktischen Rekonstruktion bewährt. Demnach soll die fachwissenschaftliche Sachstruktur in eine unterrichtliche Sachstruktur umgeformt werden. Eine Grundannahme des Modells besteht in der wechselseitigen Abhängigkeit zwischen Fachwissenschaft und Fachdidaktik. Ausführungen des Modells gehen jedoch von einer einseitigen Abhängigkeit aus: Das Hauptaugenmerk liegt auf der didaktischen Verwertung von fachwissenschaftlichen Sachstrukturen; ein Blick für die fachwissenschaftliche Verwertung von unterrichtlichen Sachstrukturen fehlt größtenteils. Anhand von Fallbeispielen aus fachdidaktischer Praxis wird jedoch deutlich, wie didaktische Rekonstruktion zu Neuerkenntnissen, Entdeckungen oder Erfindungen führen kann und somit zur wissenschaftlichen Konstruktion beiträgt. Dementsprechend ist das Modell der Didaktischen Rekonstruktion zu erweitern.

1. Das Wechselspiel zwischen fachlicher Klärung und didaktischer Strukturierung im Modell der didaktischen Rekonstruktion

Die Sachstruktur für den Unterricht darf nicht zu stark an die Sachstruktur der Fachwissenschaft angelehnt sein, sondern muss ebenso auf die Schülerperspektive abgestimmt sein. Schließlich sollen bei der Unterrichtsplanung fachliche Inhalte in eine schülergemäße Form gebracht werden, damit ein Konzeptwechsel von den Schülervorstellungen zu den wissenschaftlichen Konzepten stattfinden kann (Duit 1996, Duit/Treagust 2003). Hierfür bietet das gemäßigt-konstruktivistische *Modell der Didaktischen Rekonstruktion* (Kattmann u.a. 1997) einen erprobten Orientierungsrahmen, vgl. (Duit u.a. 2012).

Mit der didaktischen Rekonstruktion ist die Aufbereitung von Lerngegenständen gemeint. Sie umfasst das „Herstellen pädagogisch bedeutsamer Zusammenhänge, das Wiederherstellen von im Wissenschafts- und Lehrbetrieb verlorengegangenen Sinnbezügen, wie auch den Rückbezug auf Primärerfahrungen sowie auf originäre Aussagen der Bezugswissenschaften“ (Kattmann u.a. 1997, 4), zum Beispiel der Naturwissenschaft, der Wissenschaftsgeschichte und der Wissenschaftsphilosophie (Duit u.a. 2012, 14). Hierdurch wird die Sachstruktur von der Wissenschaft umgeformt in eine Sachstruktur für den Unterricht (ebd., 21).

Hierfür müssen fachliche Inhalte geklärt und didaktisch strukturiert werden. Bei der *fachlichen Klärung* sind fachliche Quellen kritisch zu analysieren (Kattmann u.a. 1997, 10f.). Bei der *didaktischen Strukturierung* ist zwischen den fachlich geklärten Inhalten und den Schülervorstellungen zu vermitteln, um Leitlinien und Bausteine für den Unterricht zu konstruieren (Kattmann u.a. 1997, 12-13).

Im Modell der Didaktischen Rekonstruktion stehen das *Erfassen von Schülerperspektiven*, die *fachliche Klärung* und die *didaktische Strukturierung* im Wechselspiel (Kattmann u.a. 1997, 5). Für die fachliche Klärung und didaktische Strukturierung wurde das Wechselspiel bisher folgendermaßen charakterisiert: Die Ergebnisse der fachlichen Klärung fließen in die didaktische Strukturierung ein; umgekehrt legt die didaktische Strukturierung den Bereich der fachlichen Klärung fest (ebd.).

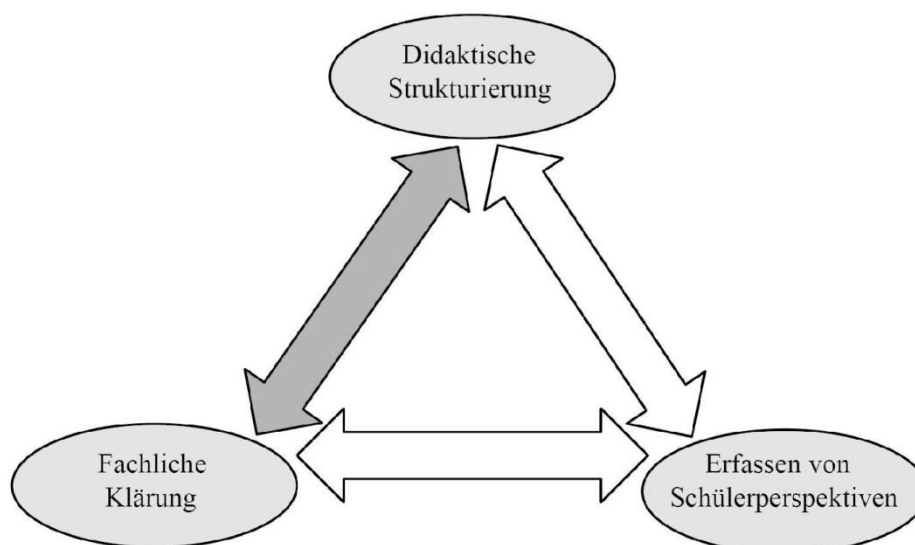


Abb. 1: Die Aufgaben didaktischer Rekonstruktion (angelehnt an Kattmann u.a. 1997). Das Wechselspiel zwischen didaktischer Strukturierung und fachlicher Klärung (hervorgehoben) wurde bisher unzureichend modelliert.

Das Wechselspiel zwischen didaktischer Strukturierung und fachlicher Klärung ist jedoch umfassender zu modellieren als bisher. Wenn fachlich geklärte Inhalte didaktisch strukturiert werden müssen, dann müsste auch umgekehrt geprüft werden, ob die didaktische Strukturierung offene Fragen der Fachwissenschaft klärt. Wenn die didaktische Strukturierung „zu erfinden“ ist (Kattmann u.a. 1997, 13), dann geht sie möglicherweise mit einer wissenschaftlichen Erfindung einher. Wenn bei der didaktischen Rekonstruktion fachliche Inhalte neu zu verknüpfen sind, dann könnte diese Neuverknüpfung einen Fortschritt für die Fachwissenschaft bedeuten.

Um zu verdeutlichen, wie didaktische Rekonstruktion zu wissenschaftlicher Konstruktion beitragen kann, werde ich das Wechselspiel zwischen didaktischer Strukturierung und fachlicher Klärung in einer Fallstudie zur eigenen fachdidaktischen Arbeit untersuchen. Im Abschnitt 2 präsentiere ich die Methode sowie die Ergebnisse der Untersuchung. Im Abschnitt 3 diskutiere ich im Zusammenhang mit weiteren

Fallbeispielen, inwiefern das Modell der Didaktischen Rekonstruktion zu erweitern ist, um dem beobachtbaren Wechselspiel zwischen didaktischer Strukturierung und fachlicher Klärung gerecht zu werden. Im Abschnitt 4 präsentiere ich theoretische und praktische Schlussfolgerungen.

2. Das Wechselspiel zwischen fachlicher Klärung und didaktischer Strukturierung in der fachdidaktischen Praxis

2.1 Untersuchungsmethode

Ziel der vorliegenden Untersuchung ist es, das Wechselspiel zwischen fachlicher Klärung und didaktischer Strukturierung in der fachdidaktischen Praxis zu analysieren. Hierzu soll das Wechselspiel chronologisch dokumentiert und gemäß dem Modell der Didaktischen Rekonstruktion kategorisiert werden.

Der chronologische Verlauf der didaktischen Rekonstruktion wird anhand der eigenen Erinnerung nachgezeichnet. Um die Reliabilität zu erhöhen, werden Notizbucheinträge und vergangene E-Mails mit Kollegen herangezogen. Hierbei wird das Wechselspiel mit der Erfassung der Schülerperspektiven ausgeblendet, um die Komplexität zu reduzieren und das Hauptaugenmerk auf wissenschaftliche Konstruktion zu legen.

Die wesentlichen Schritte werden gemäß dem Modell der Didaktischen Rekonstruktion (Kattmann u.a. 1997) entweder als fachliche Klärung oder didaktische Strukturierung kategorisiert. Hat sich im Zuge der didaktischen Strukturierung eine eigene Publikation für die Fachwissenschaft ergeben, werden die darin enthaltenen Erkenntnisse, Entdeckungen oder Erfindungen als Beitrag zu dieser Fachwissenschaft (zum Beispiel angewandte Optik, Wissenschaftsgeschichte oder -theorie) kategorisiert.

Um die tatsächlichen Prozesse detailliert, transparent und unvermittelt abbilden zu können, soll eine Fallstudie zur eigenen fachdidaktischen Arbeit durchgeführt werden. Diese Arbeit fand im Bereich Physikdidaktik an der Universität Potsdam, am

Einstein-Gymnasium Potsdam und an der Pädagogischen Hochschule Weingarten statt, größtenteils begleitet von Doktor Florian Theilmann. Er war in Potsdam einer meiner Dozenten und ist mittlerweile als Professor in Weingarten mein Doktorvater. Die vorliegende Untersuchung bezieht sich auf den Zeitraum vom Ende meiner Masterarbeit im September 2011 bis zum Verfassen des vorliegenden Texts im Mai 2015. In dieser Zeit behandelte ich vorrangig optische Themen. Nicht berücksichtigt werden können fachdidaktische oder fachwissenschaftliche Ideen, deren Publikation noch ungewiss ist.

2.2 Untersuchungsergebnisse

In der eigenen physikdidaktischen Praxis führte eine Veranschaulichung für den Unterricht zu einer Erfindung, diese Erfindung wiederum erforderte eine Umdeutung eines historischen Schulexperiments, und diese Umdeutung wiederum erlaubte neue technische Anwendungen. Dies wird in den folgenden Abschnitten a) bis c) beschrieben (anhand der Mails **M1-M13**) und in den Tabellen 1 bis 3 analysiert (in Form der *chronologisch* nummerierten Rekonstruktionsschritte **R1-R33**).

a) Von der Veranschaulichung zur Erfindung

Um den Zusammenhang zwischen Farben und Wellenlängen übersichtlich darzustellen, hatte mein Dozent Florian Theilmann das *Dispersionsdiagramm* erdacht und mit mir weiterentwickelt (Theilmann/Grusche 2013). In meiner anschließenden Masterarbeit hatte ich Experimente für den Unterricht entwickelt, um die zugrundeliegende Theorie des Lichts und der Farben zu veranschaulichen.

Nach meiner Masterarbeit fiel mir ein weiterer Versuchsaufbau ein, bei dem *das Licht selbst* die Dispersionsdiagramme zeichnet. Hierfür muss man mit einem Beamer eine Schwarzweißversion des bunten Diagramms durch ein Prisma auf einen Spalt und ein Beugungsgitter projizieren. Hierbei erkannte ich, dass man am Spalt beliebige Spektralfarben komponieren kann. Ich nannte das Versuchsprinzip *Spektralkomposition*:

M1. Mail von Sascha Grusche an Florian Theilmann vom 24.11.2011

„[...] Spektralkomposition. Erzeugung von Farben beliebiger spektraler Zusammensetzung aus einer breitbandig-weißen Lichtquelle [...] Idee: Sascha Grusche, 24.11.2011 [...]“

Für diese Spektralkomposition projiziert man ein Schwarzweißbild des gewünschten Lichtspektrums durch das Prisma auf den Spalt. Wenn man das Licht vom Spalt durch ein zweites Prisma betrachtet, erscheint eine regenbogenfarbige Version des Schwarzweißbildes. So kam ich auf die Idee, anstelle von Linienspektren Buchstaben zu projizieren, um damit Schüler/innen zu begeistern:

M2. Mail von Sascha Grusche an Florian Theilmann vom 30.11.2011

„[...] da ja bei meiner Spektralkomposition die spektrale Signatur in der PowerPoint jener entspricht, die der erzeugten Farbe zugrundeliegt, könnte man jetzt (als kleinen Wow-Effekt für Schüler etwa) eine Art Geheimschrifterzeuger: Einfach Buchstaben in die Powerpoint tippen (zwischen den Linien für 400nm und 700nm), die entstehende Spektralkompositionsfarb-Sequenz mit einem Prisma in der Hand analysieren - und die Buchstaben werden prismatisch eingefärbt erscheinen.....Also: Buchstaben verschlüsselt als spektrale Farbsequenz [...]“

Sofort erkannte ich das didaktische und wissenschaftliche Potenzial dieses Versuchsprinzips:

M3. Mail von Sascha Grusche an Florian Theilmann vom 30.11.2011

„[...] Ich würde sagen, mit der Spektralkomposition ist noch mal eine ganz andere Tür zu neuartigen Betrachtungen von Spektren aufgestoßen. Hier geht es ja wirklich um das Verhältnis zwischen Muster, Dispersionsmedium, Spaltgeometrie...[...]“

Am selben Abend kam ich auf die Idee, das komponierte Licht nicht durch den Spalt, sondern auf einen Faden mitten im Raum zu projizieren. Wenn man durch ein Prisma auf den Faden blickt, müsste ein regenbogenfarbiges Bild entstehen, das mitten im Raum schwebt. Am nächsten Tag probierte ich die Idee zusammen mit

zwei interessierten Studenten aus. Tatsächlich erzielten wir Bilder, die in Spektralfarben entlang einer Linie verschlüsselt sind, also *spektral kodierte Bilder*:

M4. Mail von Sascha Grusche an 2 Studenten vom 01.12.2011

„[...] Spektrale Kodierung auf einem dünnen Stab bzw. Draht. Aufgebaut von Sascha, Martin & Marcel. Ein ‚faden-scheiniges‘ Experiment mit einem echten Spektrum: einer Geistererscheinung. Aufbau: Beamer (mit Projektionsmuster) + Prisma + Draht. Draht betrachtet durch ein Prisma [...]“

Am Folgetag war ich überrascht darüber, dass die Veranschaulichung des Dispersionsdiagramms zur Erfindung von spektral kodierten, pseudoholografischen Bildern geführt hat:

M5. Mail von Sascha Grusche an Florian Theilmann vom 02.12.2011

„[...] Wenn ich mir überlege, wo wir sind und wo wir herkommen: Vom Dispersionsdiagramm zum Dispersions-‚Hologramm‘! [...]“

Gleichzeitig erkannte ich das didaktische Potenzial für den Astronomieunterricht:

M6. Mail von Sascha Grusche an Florian Theilmann vom 02.12.2011

„[...] Durch Verschieben des Projektionsdrahtes kann man sogar die Rotverschiebung in einem Sternenspektrum simulieren! [...]“

Später recherchierte ich, ob es das Versuchsprinzip der Spektralkomposition nicht schon gab:

M7. Mail von Sascha Grusche an Florian Theilmann vom 24.06.2012

„[...] eine spezielle Art der Spektralkomposition gibt es anscheinend schon, erzeugt von einem ‚Spektralintegrator‘ [...] Da ist aber noch nicht die Rede von spektral codierten Bildern (Schrift, Portraits, Filmen...), sondern eben vom typischen Spaltbild, und die Erzeugungsmethode ist eben eine viel umständlichere....und 1 Nanometer Auflösung krieg ich auch hin! Anwendungen scheint es immerhin genügend

zu geben, ich denke mal, da hab ich gute Chancen mit meiner Spektralkompositionsmethode. [...]"

Da es die Spektralkomposition in dieser Form noch nicht gab, schrieb ich einen fachwissenschaftlichen Artikel darüber. Bei der quantitativen Beschreibung der projizierten Bilder diente das Dispersionsdiagramm über seinen didaktischen Zweck hinaus einem fachlichwissenschaftlichen Zweck; die so gewonnenen Einsichten übersetzte ich wiederum in eine schülerfreundliche Veranschaulichung:

M8. Mail von Sascha Grusche an Florian Theilmann vom 16.03.2013

„[...] hatte heute für mich noch eine offene Frage bezüglich der Spektralkomposition. Da gab es eine interessante Beobachtung [...] Die hab ich mir am Ende des Tages nach langen Überlegungen und zahlreichen Dispersionsdiagrammen erklären können. Ich hatte die Erkenntnis, dass schmale bis mittelbreite Streifen eines Bildes, wenn sie untereinander vertauscht werden, eine Art Spiegelbild [...] ergeben. Ich hab es dann noch mit einer Zeitschrift und Schere gebastelt [...] Spiegeln durch Schneiden [...]"

Inzwischen war ich Referendar am Einstein-Gymnasium Potsdam und präsentierte dort einigen wenigen Schüler/innen meine Erfindung. Um die Pseudohologramme auf dem Faden rundum sichtbar zu machen, musste er lichtdurchlässig sein, und so verwendete ich schließlich eine rohe Fadennudel:

M9. Mail von Sascha Grusche an Florian Theilmann vom 22.04.2013

„[...] ich habe heute Spektralkomposition auf einer Spaghetti gemacht. So kann man wunderbar 360 Grad herumschreiten...und sie steht gerade [...]"

Hierbei entdeckte ich – anhand des Spiegelbildes der Spaghetti in der Glastür eines Schranks im Physikraum –, dass die spektral kodierten Bilder sich nicht spiegeln lassen. Somit erfand ich den Begriff der *Spiegel-Immunität* (Grusche 2014a). Weitere Recherche ergab, dass zumindest *spektrale Kodierung* schon bekannt war, allerdings in anderem Zusammenhang:

M10. Mail von Sascha Grusche an Florian Theilmann vom 04.05.2013

„[...] ich habe rausgefunden, dass Physiker das Prinzip der spektralen Kodierung schon seit ein paar Jahren kennen...räumliche Informationen in Wellenlängen übersetzen. Es wird in der Medizin eingesetzt, um mit einem kleinen Lichtfaserkabel einen engen Bereich ‚abzuscannen‘. [...] Siehe Spectrally Encoded Endoscopy bzw. spectrally encoded imaging. Also das Prinzip der spektralen Kodierung gibt es doch schon! Aber anscheinend noch nicht, um Bilder auf einem Faden zu betrachten.... der Kreis der noch zu entdeckenden Prinzipien hat sich also weiter eingeeengt [...]“

Nach meinem Referendariat arbeitete ich die theoretische Beschreibung der Spektralkomposition und der spektral kodierten Bilder aus. An der Pädagogischen Hochschule Weingarten konnte ich mit der benachbarten Fachhochschule zusammenarbeiten, um spektrale Messungen durchzuführen. Der Artikel (Grusche 2014a) wurde in der Fachzeitschrift *Applied Optics* veröffentlicht, ein entsprechendes Patent hatte ich vorher angemeldet. Anschließend plante und erprobte ich ein erscheinungsorientiertes Unterrichtskonzept, bei dem das Experiment anhand der beobachtbaren Bilder erklärt wird, nicht anhand von gedachten Strahlen.

Tabelle 1

| | | | | |
|---|-----------|----------------------------|----------------------------------|-------------------------------|
| Didaktische Rekonstruktion & wissenschaftliche Konstruktion zum Thema „Farben und Spektren“ | Fachliche | Didaktische Strukturierung | Beitrag zur W-Theorie/Geschichte | Beitrag zur angewandten Optik |
| R1. Experimentelle Veranschaulichung des Dispersionsdiagramms (zur Darstellung des Zusammenhangs zwischen Farben und Wellenlängen) | | | | |

| | | | | |
|---|--|--|--|--|
| R2. Erfindung eines einfachen Aufbaus zur Erzeugung von Licht beliebiger Wellenzusammensetzung, vgl. M1 | | | | |
| R3. Erfindung von spektral kodierter Videoprojektion auf einen eindimensionalen Schirm, vgl. M2, M4 & M5 | | | | |
| R4. Mit dem Aufbau aus R2 lassen sich beispielsweise die Spektren von Sternen und sogar die Rotverschiebung nachahmen, vgl. M6 . | | | | |
| R5. Erkenntnis, dass Newtons <i>experimentum crucis</i> ein ähnliches Abbildungsprinzip enthält; siehe Tabelle 2, vgl. M11 | | | | |
| R6. Erzeugung von Licht beliebiger Wellenlängenzusammensetzung wurde bisher nur mit komplexeren Apparaten erreicht, vgl. M7 | | | | |
| R7. Demonstration der Fruchtbarkeit des Dispersionsdiagramms zur Vorhersage von spektraler Auflösung und Bildauflösung, vgl. M8 | | | | |
| R8. Projektion von Videos auf Spaghetti, vgl. M9 | | | | |
| R9. Entdeckung der Spiegelimmunität | | | | |
| R10. Spektrale Kodierung wurde bisher nur für die Aufnahme und Weiterleitung, nicht für die Projektion von Bildern genutzt, vgl. M10 | | | | |
| R11. Verständnis der spektral kodierten Videoprojektion anhand versetzter Bilder | | | | |

b) Von der Erfindung zur Umdeutung eines historischen Schulexperiments

Im Zuge meiner Erfindung der Spektralkomposition kam mir eine wissenschaftshistorische Erkenntnis zu einem klassischen Schulversuch, der auf einem ähnlichen Aufbau beruhte:

M11. Mail von Sascha Grusche an Florian Theilmann vom 08.12.2011

„Betreff: Experimentum Crucis Rethought [...] die Spektralsynthese will uns doch auch eines offenbaren: Bei Newtons traditionellem Experimentum Crucis wird auf dem **2. Schirm** nicht etwa der Spalt/das Loch abgebildet, sondern die SONNE selbst! [...]“

Erst zwei Jahre später testete ich diese Hypothese. Hierfür führte ich zunächst einen Hybridversuch aus Newtons *experimentum crucis* und meiner Spektralkomposition durch: Ich nutzte das Loch im Rollo des Seminarraums, um ein Lochkamerabild der Außenwelt durch ein Prisma über eine Spaghetti (anstelle des Spalts) zu projizieren. Ich holte Professor Herbert Gerstberger herbei, und er sah durch ein zweites Prisma tatsächlich die Sonne anstelle der Spaghetti; kleine Wolken waren auch zu erkennen. Dieser erste experimentelle Erfolg ermunterte mich, Newtons Originalexperiment nachzubauen. Tatsächlich konnte ich auch dort ein Bild der Sonne erzeugen. Sogar die Sonnenfinsternis am 20. März 2015 projizierte ich mit diesem Versuchsaufbau; hierzu kamen zahlreiche Gäste an die Pädagogische Hochschule Weingarten.

Bei der genaueren Analyse von Universitäts- und Schullehrbüchern sowie von fachdidaktischen, wissenschaftshistorischen und wissenschaftstheoretischen Artikeln stellte ich fest, dass bisher niemand beschrieben hatte, was das *experimentum crucis* wirklich abbildet. Deshalb schrieb ich einen Artikel (Grusche 2015a) für das didaktisch und wissenschaftshistorisch orientierte *American Journal of Physics*. Hierbei erwiesen sich wiederum das Dispersionsdiagramm und mein erscheinungsorientiertes Unterrichtskonzept als hilfreich, um die geometrischen Feinheiten des Versuchs zu analysieren. Diese Feinheiten hatte der mathematisch versierte Newton mit seinem Strahlenkonzept nicht geklärt (ebd.).

| Tabelle 2 | | | | |
|---|-----------|----------------------------|----------------------------------|-------------------------------|
| Didaktische Rekonstruktion & wissenschaftliche Konstruktion zum Thema „Newtons kritisches Prismenexperiment: Das <i>experimentum crucis</i> “ | Fachliche | Didaktische Strukturierung | Beitrag zur W-Theorie/Geschichte | Beitrag zur angewandten Optik |
| R12. Lehrbücher behandeln das <i>experimentum crucis</i> im Rahmen des Strahlenmodells und beschreiben das Versuchsergebnis meist als einfarbiges Bild der Blende vor dem zweiten Prisma | | | | |
| R13. Ein bildbasierter Zugang zum <i>experimentum crucis</i> führt zu der Einsicht, dass hinter dem zweiten Prisma ein regenbogenfarbiges Bild der Gegenstände vor dem ersten Prisma entsteht, vgl. M11 | | | | |
| R14. Erkenntnis, dass der Blick durch Prisma und Spalt ein komplettes Bild ergibt. Für R15-R21 , siehe Tabelle 3. | | | | |
| R22. Über den Ausgang und die Aussagekraft vom <i>experimentum crucis</i> hat stets Verwirrung geherrscht. Goethe/Newton beschreiben ein mehrfarbiges Bild, die Form bleibt unklar. | | | | |
| R23. Korrekte Beschreibung des Ergebnisses vom <i>experimentum crucis</i> | | | | |

| | | | | |
|---|--|--|--|--|
| R24. Neue Deutung des <i>experimentum crucis</i> | | | | |
| R25. Schrittweises Aufbauen des Experiments führt zu schrittweisem Verständnis des Abbildungsvorgangs | | | | |
| R26. Es gibt bereits moderne Systeme, die auf demselben Abbildungsprinzip beruhen, bisher wurde der Bezug zum <i>experimentum crucis</i> nicht hergestellt | | | | |
| R27. Bezug zu modernen bildgebenden Systemen | | | | |
| R28. Stärkung der Aussagekraft des Versuchs | | | | |
| R29. Verweis auf die Vorzüge des Dispersionsdiagramms gegenüber Strahlenzeichnungen | | | | |

(c) Von der Umdeutung eines historischen Schulexperiments zu neuen technischen Anwendungen

Bevor ich Isaac Newtons *experimentum crucis* originalgetreu reinszenierte, baute ich es im Kleinform auf einer optischen Bank auf. Bevor ich diesen Apparat nutzen würde, wollte ich mich noch einmal seiner Funktionsweise vergewissern und stellte mir die entstehenden Bilder vom ersten Spalt bis zum letzten Prisma vor. Plötzlich wurde mir klar, dass es möglich sein müsste, mit einem Prisma durch den Spalt zu schauen und dabei ein komplettes Bild zu sehen:

| |
|---|
| Notizbucheintrag von Sascha Grusche vom 9.1.2014 |
| „Experimentum Crucis Reviewed [...] Idee: Vom Grundprinzip zur helleren Version [...] Idee! Durch Prisma durch Spalt schauen [...] analog zu einer Sammellinse“ |

Den genauen Gedankengang kann ich nicht mehr rekonstruieren. Ich erinnere mich nur noch, dass ich in diesem Heureka-Moment zwei der optischen Elemente abmon-

tierte, um durch die verbleibenden Elemente aus dem Fenster zu schauen. Tatsächlich konnte ich durch Prisma und Spalt die Fenster des gegenüberliegenden Klosterturmes erkennen. An einem anderen Tag ersetzte ich das Prisma durch ein Beugungsgitter zwecks stärkerer Farbauffächerung und betrachtete durch Gitter und Spalt ein Stilleben. Bald wurde mir bewusst, dass ich hiermit ein einfaches Spektroskop gebaut hatte, wie es von Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern seit Jahrzehnten verwendet wird. Warum hatten sie nur abstrakte Spektren beobachtet, wohingegen ich konkrete Bilder sah? Mir wurde klar, dass der einzige Unterschied der Betrachterabstand war (Grusche 2014b): Bisher hatte man das Spektroskop direkt am Auge gehalten; dass bei größerem Abstand ein komplettes Bild zu sehen sein würde, wurde bisher versäumt, da meist in abstrakten Strahlen gedacht wurde und weniger in konkreten Bildern:

M12. Chat von Sascha Grusche mit Florian Theilmann vom 29.01.2014

„[...] deswegen will ich ja über SlitView [den Blick durch einen Spalt via Prisma oder Beugungsgitter] schreiben in Applied Optics oder so, und dann die didaktischen Implikationen in American Journal of Physics. Ich hab den Schülern heute gesagt, dass da falsche Sachen im Schulbuch stehen zu Newtons berühmtesten Experiment, von wegen da fächert sich nichts mehr auf [...] und Florian die Fotos sind unscharf aber die live-Bilder im CD-Spektroskop sind gestochen scharf selbst bei Abenddämmerung wie jetzt [...] ich will nur sagen ich denke mir das Denken in Bildern hat echt fachwissenschaftliches und didaktisches Potenzial, besonders eben auch im Kontext von Spektren [...] denn diese andere Optik bedeutet Rückbesinnung auf eine Sichtweise VOR jeglicher Modellierung und Abstrahierung [...]“

Ich entwickelte daher mein Unterrichtskonzept weiter, das von den beobachtbaren Bildern ausgeht statt von den gedachten Strahlen. Diesen bildbasierten Zugang hatte ich erstmals im Rahmen der Wissenschaftswoche im Februar 2013 am Einstein-Gymnasium Potsdam erprobt; im Januar 2014 erprobte ich das überarbeitete Konzept. Anhand meines bildbasierten Zugangs zu Spektren verstanden die Schüler/innen das *experimentum crucis* und die ähnlich funktionierende Projektion von Videos auf Spaghetti so gut, dass sie sich wunderten, wieso noch niemand auf diese Erkenntnisse gekommen war.

Bei der Analyse des Abbildungsvorgangs am einfachen Spektroskop kam ich auf die Idee, Anaglyphenbilder (für rot-grüne 3D-Brillen) durch das Spektroskop zu betrachten, so dass sie sich zu einem dreidimensionalen Bild zusammensetzen; hiermit hatte ich ein System zur Erzeugung von autostereoskopischen 3-D-Bildern erfunden (Grusche 2014b).

Bald kam aus dem Freundeskreis die Frage, welche Anwendungen die Bilder im Spektroskop haben könnten. Also recherchierte ich, ob es so etwas wie *imaging spectroscopy* schon gibt. Zwar gab es dieses Fachwort schon, aber mit einem anderen Wortsinn: Hiermit sind spektroskopische Techniken gemeint, bei denen jedem Farbpixel eines Digitalfotos das zugehörige Lichtspektrum zugeordnet wird. Diese Techniken werden schematisch als senkrechte Schnitte durch einen Würfel dargestellt. Jenes Bild, das ich hinter dem einfachen Spektroskop entdeckt hatte, entsprach einem diagonalen Schnitt. Laut einem aktuellen Fachbuch wurden diagonale Schnitte bisher jedoch noch nicht erzielt. Ich fragte den Buchautor, ob ich ihn richtig verstanden hatte:

M13. Mail von Sascha Grusche an Matthew Bershadsky vom 03.05.2014

“[...] I have read your interesting book ,chapter 3D Spectroscopic Instrumentation’ from 2010.

Regarding your explanation of ,tilted sampling’ of the datacube, I have two questions:

1) Have I understood you correctly that, to date, no technique has been designed for obtaining diagonal slices of the datacube? (I am not aware of any, either.)

2) You have theorized that multiple spectrographs would be needed for this ,tilted sampling’. Do you refer to obtaining all tilted slices at once (the whole data cube), or one slice after the other (a diagonal section of the cube)? [...]”

Dieser Experte antwortete, dass er inzwischen noch nicht von einer Technik für diagonale Schnitte gehört hätte. Also führte ich solch eine Technik am Beispiel des

einfachen Spektroskops in der Zeitschrift *Applied Optics* ein, nämlich als *spatio-spectral scanning* (Grusche 2014b).

Da das einfache Spektroskop klassischer Unterrichtsgegenstand ist, entwickelte ich auch hierfür einen bildbasierten Zugang. Im Zuge der didaktischen Strukturierung konnte ich wiederum ein tieferes Verständnis für Newtons Wechsel zwischen bildbasiertem und strahlenbasiertem Denken erlangen und die jeweiligen Vorzüge und Nachteile herausarbeiten (Grusche 2015b).

| Tabelle 3 | | | | |
|--|-----------|----------------------------|----------------------------------|-------------------------------|
| Didaktische Rekonstruktion & wissenschaftliche Konstruktion zum Thema „Das einfache Durchsicht-Spektroskop“ | Fachliche | Didaktische Strukturierung | Beitrag zur W-Theorie/Geschichte | Beitrag zur angewandten Optik |
| R15. Prisma + Spalt = einfaches Durchsichtspektroskop zur Spektralanalyse | | | | |
| R16. Bisher wurde der Blick durch das Spektroskop nur für minimalen Betrachterabstand analysiert | | | | |
| R17. Analyse des Abbildungsvorgangs beim Durchsichtspektroskop für beliebige Betrachterabstände | | | | |
| R18. Erfindung eines autostereoskopischen 3D-Bild-Systems | | | | |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| R19. Erzeugung von holografisch wirkenden 3D-Bildern zur Motivation der Lernenden | | | | |
| R20. Spektrale Bilder können als Schnitte durch einen ‚hyperspektalen‘ Würfel dargestellt werden; bisher gab es drei Arten den Würfel zu schneiden, vgl. M13 | | | | |
| R21. Einführung einer vierten Technik für hyperspektrale Bildgebung. Für R22-R29 , siehe Tabelle 2. | | | | |
| R30. Bildbasierter Zugang für den Blick durch das Spektroskop | | | | |
| R31. Newton nutzte neben seinem strahlenbasierten Zugang auch einen bildbasierten Zugang zu spektroskopischen Versuchen | | | | |
| R32. Tieferes Verständnis für Newtons Wechsel zwischen bildbasiertem und strahlenbasiertem Ansatz | | | | |
| R33. Identifizierung der Stärken und Schwächen eines strahlenbasierten Zugangs | | | | |

3. Diskussion

Im Rahmen der Fallstudie zeigte sich, dass fachliche Klärung und didaktische Strukturierung in ein unauflösbares Wechselspiel mit eigenen Beiträgen zur Fachwissenschaft treten können. Dieses Wechselspiel ist im Modell der Didaktischen Rekonstruktion (Kattmann u.a. 1997) durch den Doppelpfeil zwischen fachlicher Klärung und didaktischer Strukturierung vorgesehen (s. Abb. 1), wurde bisher jedoch nicht weiter ausgeführt.

Bisher wurden nur diejenigen Fragen gestellt, die dem Pfeil von der fachlichen Klärung zur didaktischen Strukturierung entsprechen (Kattmann u.a. 1997, 11), vgl. Abb. 1:

- „Welche fachwissenschaftlichen Aussagen liegen zu diesem Thema vor, und wo zeigen sich deren Grenzen?“
- „Welche Genese, Funktion und Bedeutung haben die fachlichen Begriffe, und in welchem Kontext stehen sie jeweils?“
- „Welche Fachwörter werden verwendet, und welche Termini legen durch ihren Wortsinn lernhinderliche bzw. –förderliche Vorstellungen nahe.“

Für den umgekehrten Pfeil von der didaktischen Strukturierung zur fachlichen Klärung (s. Abb. 1) wurden bisher keine entsprechenden Fragen formuliert. Sie können jedoch durch Umkehrung der obigen Fragen gewonnen werden:

- Welche fachlichen, wissenschaftstheoretischen oder –geschichtlichen Fragen klärt die didaktische Strukturierung, und wurden diese Fragen bisher in der Fachwissenschaft gestellt oder beantwortet?
- Welche begrifflichen Elemente oder Verbindungen fehlen in der Sachstruktur von der Fachwissenschaft (verglichen mit der Sachstruktur für den Unterricht), und entsprechen sie neuen Erkenntnissen oder vernachlässigten Forschungszweigen?
- Welche Fachwörter werden für wissenschaftliche Methoden oder Werkzeuge verwendet, und wurden dadurch gewisse Anwendungsmöglichkeiten verkannt?

Bei Bejahung einer dieser Fragen sollte die Unterricht planende Lehrperson bestrebt sein, die Neuerkenntnisse der Fachwissenschaft zugänglich zu machen. Dies erfordert das Verfassen einer fachwissenschaftlichen Publikation, entweder in Eigenarbeit oder in Zusammenarbeit mit Fachwissenschaftlern.

Demnach kann fachliche Klärung nicht nur mehr bedeuten, fachliche Quellen *für den Unterricht zu analysieren*. Vielmehr kann fachliche Klärung zusätzlich bedeuten, fachliche Quellen im Rahmen einer eigenen Publikation *für die Fachwissenschaft zu synthetisieren*. Nur mit dieser erweiterten Definition von fachlicher Klärung kann das Modell der Didaktischen Rekonstruktion realer Unterrichtsplanung gerecht werden. Nur so kann das Modell die zugrunde liegende Auffassung widerspiegeln, Fachdidaktik sei „Teil [...] der jeweiligen Fachwissenschaften“ (Kattmann u.a. 1997, 4).

Dass didaktische Strukturierung zu Neuerkenntnissen, Erfindungen und Entdeckungen führen kann, belegen zahlreiche Beispiele von anderen Lehrpersonen. Als Schüler/innen der Arbeitsgruppen „Astronomie“ und „Jugend forscht“ Sternenspektren veranschaulichen wollten, erfanden sie den weltweit ersten Spektralprojektor für Planetarien und meldeten ihn zum Patent an (Carmesin 2014). Als Waldenström und Naqvi (1978) für den Unterricht ein einfaches Verfahren zur Messung der Brechzahl eines Prismas entwickelt hatten, erkannten sie dessen Potenzial für die Fachwissenschaft: „Though devised primarily for pedagogic purposes, the new ‚fixed angle of incidence method‘ may find applications in research“ (ebd., 1). Als Philipp Reis zu didaktischem Zwecke ein funktionstüchtiges Modell des menschlichen Ohrs anfertigte, erfand er das Telefon (Thompson 1883).

Dementsprechend sollten Lehrpersonen stets nach dem fachwissenschaftlichen Potenzial ihrer fachdidaktischen Konzepte fragen. Vorbildlich hierin sind Grebe-Ellis, Rang, Sommer und Schön (2008): Sie fragten gezielt danach, „inwiefern das Spiegelraumkonzept über den didaktischen Kontext von Schulphysik hinausgehend als allgemeines Instrument physikalischer Beschreibung brauchbar ist und gegenüber konventionellen Beschreibungen möglicherweise Vorteile bietet“ (ebd., 1). Voraussetzung für solch eine Fragehaltung ist jedoch ein Bewusstsein dafür, dass didaktische Strukturierung für die Fachwissenschaft relevant werden kann.

4. Fazit

Anhand von Fallbeispielen aus fachdidaktischer Praxis wurde deutlich, dass didaktische Rekonstruktion zu wissenschaftlicher Konstruktion beitragen kann: Wenn eine Lehrperson die Sachstruktur von der Wissenschaft in eine Sachstruktur für den Unterricht umformt, kann sie Neuerkenntnisse haben und Erfindungen oder Entdeckungen machen. In solchen Fällen erweist sich die didaktische Strukturierung nicht nur für den Unterricht, sondern auch für die Fachwissenschaft als nützlich. Dementsprechend sollte unter fachlicher Klärung nicht nur die Analyse von fachlichen Quellen verstanden werden, sondern auch die Beantwortung von offenen oder versäumten Fragen der Fachwissenschaft.

Dadurch wird die Fachdidaktik zur Bezugsdisziplin für die Fachwissenschaft, ebenso wie die Fachwissenschaft selbstverständlich Bezugsdisziplin für die Fachdidaktik ist. So können sich Fachdidaktik und Fachwissenschaft gegenseitig befruchten.

Freilich wäre es zu viel verlangt, dass jede didaktische Rekonstruktion zu einer Erfindung, Entdeckung oder Neuerkenntnis führen müsste. Bei der Unterrichtsplanung sollte sich die Lehrperson aber folgende Frage stellen: Wenn die Sachstruktur für den Unterricht keinen Beitrag zur Fachwissenschaft leisten kann – ist sie womöglich noch zu stark an der Sachstruktur von der Fachwissenschaft angelehnt und noch nicht ausreichend auf die Schülerperspektive abgestimmt?

5. Danksagung

Ich danke Prof. Dr. Dr. h.c. Reinders Duit, Mitbegründer des Modells der Didaktischen Rekonstruktion, für seine Ermutigung, das Thema auszuarbeiten. Ich danke Prof. Dr. Herbert Gerstberger für seine Kommentare zu einer früheren Manuskriptfassung.

Literatur

Carmesin, Otto (2014): Schülerinnen und Schüler präsentieren ihr neuartiges spektrales Planetarium. – In: *PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur Frühjahrstagung*, (2014), 1-9.

Duit, Reinders (1996): Lernen als Konzeptwechsel im naturwissenschaftlichen Unterricht. – In: Duit, Reinders / von Rhöneck, Christoph (Hg.): *Lernen in den Naturwissenschaften*. Kiel, 145-162.

Duit, Reinders / Treagust, David F. (2003): Conceptual Change: A Powerful Framework for Improving Science Teaching and Learning. – In: *International Journal of Science Education*, 25/6 (2003), 671-688.

Duit, Reinders / Gropengießer, Harald / Kattmann, Ulrich / Komorek, Michael / Parchmann, Ilka (2012): 2. The Model of Educational Reconstruction – A Framework for Improving Teaching and Learning Science. – In: Jorde, Doris / Dillon, Justin (Hg.): *Science Education Research and Practice in Europe: Retrospective and Prospective*. Rotterdam, 13-37.

Grebe-Ellis, Johannes / Sommer, Wilfried / Rang, Matthias / Schön, Lutz-Helmut (2008): Anwendungen des Spiegelraumkonzepts am Beispiel von optischer Rückkopplungssperre und Beugung am Raumgitter. – In: *PhyDid B – Beiträge zur Frühjahrstagung*, (2009), 1-10.

Grusche, Sascha (2014a): Spectral Synthesis Provides Two-Dimensional Videos on a One-Dimensional Projection Screen with 360°-Visibility and Mirror-Immunity. – In: *Applied Optics*, 53/4 (2014), 674-684.

Grusche, Sascha (2014b): Basic Slit Spectroscope Reveals Three-Dimensional Scenes Through Diagonal Slices of Hyperspectral Cubes. – In: *Applied Optics*, 53/20 (2014), 4594-4603.

Grusche, Sascha (2015a): Revealing the Nature of Newton's Experimentum Crucis. – In: *American Journal of Physics* (2015), im Druck.

Grusche, Sascha (2015b): Ein bildbasierter Zugang zu spektroskopischen Versuchen. – In: *PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur Frühjahrstagung* (2015), eingereicht am 29.05.2015.

Kattmann, Ulrich / Duit, Reinders / Gropengießer, Harald / Komorek, Michael (1997): Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion – Ein Rahmen für naturwissenschaftsdidaktische Forschung und Entwicklung. – In: *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 3/3 (1997), 3-18.

Theilmann, Florian / Grusche, Sascha (2013): An RGB Approach to Prismatic Colours. – In: *Physics Education*, 48/6 (2013), 750-759.

Thompson, Silvanus P. (1883): *Philipp Reis, Inventor of the Telephone*. London.

Waldenström, S. / Naqvi, K. Razi (1978): A Simple, Accurate Alternative to the Minimum-Deviation Method for the Determination of the Refractive Index of a Prism. – In: *American Journal of Physics*, 46/10 (1978), 1009-1011.

Manuskript 12

Spectral synthesis provides two-dimensional videos on a one-dimensional screen with 360°-visibility and mirror-immunity

Sascha Grusche

Physikdidaktik, Fakultät 2—Pädagogische Hochschule Weingarten, University of Education,
Kirchplatz 2, 88250 Weingarten, Germany (saschagrusche@gmail.com)

Received 23 September 2013; revised 5 December 2013;
accepted 8 December 2013; (Doc. ID 198105); published 29 January 2014

Spatial light modulator (SLM)-based tunable sources synthesize any specified spectral power distribution. However, their complexity makes a simpler version desirable. A prism before an SLM-projector is shown to synthesize spectra at least as effectively. Moreover, this simple setup projects two-dimensional (2-D) videos onto a one-dimensional (1-D) screen. Viewed through a prism (or grating), rainbow-colored renderings of grayscale videos emerge. The semitransparent, 2-D virtual images face each viewer all around the 1-D screen. Uncannily, mirrors around the 1-D screen cannot flip the images. In hindsight, SLM-based spectral synthesis is essentially a form of spectral encoding that is applicable to video projection, and beyond. © 2014 Optical Society of America

OCIS codes: (080.0080) Geometric optics; (080.1235) Apparent images; (300.0300) Spectroscopy; (300.6170) Spectra; (330.0330) Vision, color, and visual optics; (330.1730) Colorimetry.
<http://dx.doi.org/10.1364/AO.53.000674>

1. Introduction

Light sources whose spectrum can be adjusted for specific wavelengths at specific intensities are needed for applications ranging from microscopy and endoscopy [1], colorimetry and color imaging [2–4], to stage lighting [5] and hyperspectral imaging [6–8]. Such tunable light sources are commonly based on light emitting diodes (LED) [9] or spatial light modulators (SLM).

The SLM-based tunable light sources synthesize light usually by subtracting multiple parts from a single spectrum: a white slit image, mostly from a xenon [2,4] or mercury arc lamp, is dispersed by prisms [2,5] or gratings [4,5,10] onto a digital mirror device (DMD) or liquid crystal device (LCD) [2] panel, which masks out parts of the spectrum. Each column of the SLM represents a specific peak wavelength, whose intensity is regulated either by the

number of “on” pixels in that column [2,10], or through pulse width modulation [5,11]. Thus, a spectrum is, or rows of spectra are, generated. They are combined into a projected line [11], on a diffusing plate [2], in an integrating cavity [5], in an optical fiber, or in a liquid light guide [4]. For calibration and further use of the light engine, the spectral power distribution (SPD) of the light is measured with a camera [4] or a spectroradiometer [2,12]. An optional feedback loop optimizes the spectral output [2,4,12]. Essentially, such SLM-based light engines are conversions of spectroscopic setups.

This conventional approach to spectral synthesis is intuitive and effective. Conversely, there are two drawbacks. First, a complex apparatus is needed for three major steps: (1) dispersion of white light; (2) SLM-based modification; and (3) recombination. Second, because the SLM is used to encode wavelengths as two-dimensional (2-D) patterns, its potential to encode 2-D images as wavelengths [13] has not been realized with such light engines.

1559-128X/14/040674-11\$15.00/0
© 2014 Optical Society of America

674 APPLIED OPTICS / Vol. 53, No. 4 / 1 February 2014

Reproduced from Grusche, S. (2014b). *Spectral synthesis provides two-dimensional videos on a one-dimensional screen with 360°-visibility and mirror-immunity*, *Appl. Opt.*, 53, 674-684, with permission of the Optical Society of America. One print or electronic copy may be made for personal use only. Systematic reproduction and distribution, duplication of any material in this paper for a fee or for commercial purposes, or modifications of the content of this paper are prohibited. Available online: <http://doi.org/10.1364/AO.53.000674>

Correspondingly, I propose an SLM-based light engine that has two advantages. The first advantage is that the setup is simpler, yet at least as effective. It synthesizes light by combining single parts from multiple spectra. This Superposition of Newtonian Spectra (SNS) takes only two steps: (1) SLM-based modification of white light and (2) dispersion. The second advantage is that with the light engine, one can watch 2-D videos from all around a one-dimensional (1-D) projection screen, in a viewing method called Projected-Image Circumlineascopy (PICS).

In Section 2, I introduce the method and setup for SNS spectral synthesis. Based on the synthesized spectra, I compare SNS to other methods of SLM-based spectral synthesis. In Section 3, I translate the essence of SNS into the idea of PICS. I analyze the observed image qualities, and suggest potential applications. Based on PICS, I reinterpret SLM-based spectral synthesis as spectral encoding. In Section 4, I summarize the concepts and findings, and suggest future research.

2. Spectral Synthesis Based on a Superposition of Newtonian Spectra (SNS)

A. Method and Setup

1. Essence of SNS

If we disperse a white slit image from a broadband source, we obtain a Newtonian spectrum [14]. Each of its color stripes represents a specific peak wavelength (from λ_B to λ_R). By combining different color stripes from multiple Newtonian spectra, we can synthesize any desired wavelength composition. For this purpose, we simply disperse multiple white slit images into multiple Newtonian spectra and superpose the relevant color stripes at a linear locus of spectral synthesis L_S , as in Fig. 1.

2. SNS Tunable Light Source

To create multiple white slit images, we projected vertical white lines from an SLM-projector (Epson EB-1750W, mercury arc lamp, 2,600 lumens, LCD, 1280×800 pixels, connected to a personal computer or PC). To disperse these horizontally, we used a direct-vision prism as a dispersive element for synthesis (DE_S). A vertical slit in the screen S1 designates L_S (in the y -direction), see Figs. 1 and 2.

Two Newtonian spectra that kiss each other at L_S synthesize light of wavelengths λ_B and λ_R . Intermediate spectra supply intermediate wavelengths to L_S . Thus, the two kissing spectra are our starting point. For these, we disperse two vertical white lines AB and CD (see Fig. 1) whose distance (on S1) equals the dispersive spread [15] (i.e., the distance across which each line is dispersed):

$$\overline{AC} = \overline{BD} = w_S - \Delta x. \quad (1)$$

Here, w_S is the width of each Newtonian spectrum on screen S1, and Δx is the width (in the horizontal x -direction) of each vertical white line on S1.

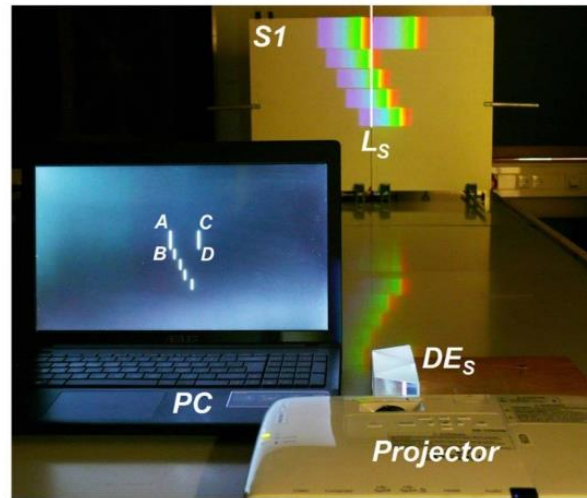


Fig. 1. SNS spectral synthesis. Multiple white lines [as shown on the personal computer (PC) monitor] are projected through a dispersive element for synthesis DE_S , creating multiple Newtonian spectra on screen S1. Each of them supplies a different color stripe (here: red, violet, yellow, green, cyan, and blue) to a slit at the linear locus of spectral synthesis L_S .

Under this kissing condition, the spectra of lines AB and CD barely overlap in a narrow region of width Δx , which we center at the linear locus. There, we synthesize light of wavelengths between λ_B and λ_R by inserting a grayscale pattern of lines between AB and CD.

3. Analyzing the Synthesized Light

For qualitative spectral analysis, we place a dispersive element for analysis DE_A (a prism or grating) behind the slit in S1. Thus, we can see the spectrum of the synthesized line of light on a screen S2 behind DE_A . While a prism shows the spectrum only, a transmission grating shows both the synthesized line of light (at diffraction order $m = 0$), and its spectrum (at diffraction orders $m = -1$ and $m = +1$), see Fig. 2. Alternatively, we may view a corresponding virtual image by placing DE_A between our eyes and the line of light on S2.

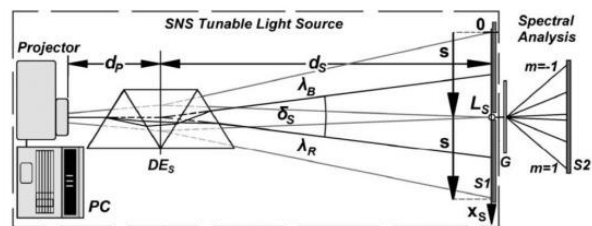


Fig. 2. Setup geometry for SNS (top view). Our setup has $d_P = 0.07$ m; $d_S = 1.93$ m. The light at L_S is let through a slit of width $w = 1 \pm 0.1$ mm and analyzed on screen S2 with a grating G (groove density $g = 1000/\text{mm}$). Using coordinates x to describe the undispersed grayscale pattern, we introduce x_S for the dispersed grayscale pattern.

For quantitative spectral analysis, we used a spectroradiometer (JETI specbos 1211) to measure spectral radiance at L_S . The spectroradiometer is connected to the PC. Its measuring software (JETI LiMeS) exports the data into an Excel file.

4. Calibrating the Grayscale Pattern

Each horizontal coordinate x in the grayscale pattern on S1 yields a specific peak wavelength $\lambda_{LS}(x)$ at L_S . Hence, the grayscale values $I(x, y)$ of the projected pattern determine the spectral intensity $I_A(\lambda_{LS}, y)$ of the synthesized light at L_S .

For wavelength calibration, we measure $\lambda_{LS}(x)$ for 10 equidistant, vertical white lines between AB and CD.

For intensity calibration, we project a uniformly bright rectangle ABCD through DE_S . Varying the overall grayscale value (from 0 to 255), we find that $I_A(\lambda_{LS})$ is roughly proportional to the square of the grayscale value.

Based on this calibration, we compute bitmaps of grayscale patterns for specified spectra. Here, we used a simple heuristic: (1) disperse white rectangle ABCD; (2) measure $I_A(\lambda_{LS})$; (3) at suitable points, estimate by how much $I_A(\lambda_{LS})$ should be decreased (or increased); (4) modulate the grayscale values $I(x)$ with a corresponding weighting function; and (5) repeat steps 2 through 4 until the result is satisfactory.

5. Setup Geometry and Spectral Bandwidth

How does the setup geometry affect the spectral bandwidths of synthesized spectral lines? To understand this, consider the geometry of each Newtonian spectrum. With DE_S at a distance d_P from the projector, each white ray is dispersed into different directions for different wavelengths. Suppose the rays for λ_B and λ_R emerge from DE_S under a dispersion angle δ_S , see Fig. 2 (consider δ_S positive if the ray for λ_B can be made to coincide with the ray for λ_R by a clockwise rotation of less than 90° about the vertex). At a distance d_S from DE_S , these two types of rays create two monochromatic images whose mutual displacement, the so-called dispersive displacement for synthesis, is

$$s = 2 \tan(0.5\delta_S)d_S. \quad (2)$$

If a ray passes a series of dispersive elements, we use Eq. (2) additively.

According to [15], the width of each Newtonian spectrum is

$$w_S = |s| + \Delta x, \quad (3)$$

where Δx is the width of a vertical white line on S1 at a projection distance $D_P = d_P + d_S$.

To indicate the orientation of the spectrum from DE_S , we use a dispersion vector

$$\mathbf{s} = s\hat{\mathbf{x}}_S, \quad (4)$$

with unit vector $\hat{\mathbf{x}}_S$ pointing to the right on S1, see Fig. 2, cf. Fig. 3.

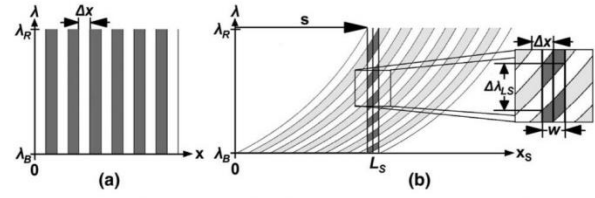


Fig. 3. Deriving spectral bandwidth from dispersion diagrams. 100% spectral intensity is symbolized by white areas, 0% by gray areas. (a) Wavelength distribution of alternating white and black pixels, projected onto screen S1, undispersed. (b) Wavelength distribution of the dispersed pixels (irrelevant parts at lower contrast). We obtained (b) by shearing the wavelength distribution from (a) according to dispersion vector \mathbf{s} . Bandwidth $\Delta\lambda_{LS}(x)$ depends on pixel width Δx (on S1) and slit width w .

Applying this geometry to dispersion diagrams [15], we can now translate pixel resolution into spectral resolution (see Fig. 3): a white pixel (projected between x and $x + \Delta x$) yields a certain range of wavelengths at L_S , which we define as the spectral bandwidth $\Delta\lambda_{LS}(x)$. Note in Fig. 3(b) that the curvature of the wavelength distribution mirrors the curve for wavelength calibration $\lambda_{LS} = \lambda_{LS}(x)$. Across Δx , the curve has a roughly constant slope. Thus, if we increase the width of the slit at L_S from $w = 0$ to $w = \Delta x$, the bandwidth doubles. From these two insights, we infer the bandwidth for $w \leq \Delta x$:

$$\Delta\lambda_{LS}(x, w) = \left| \lambda_{LS}\left(x - \frac{\Delta x}{2}\right) - \lambda_{LS}\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) \right| \left(1 + \frac{w}{\Delta x}\right). \quad (5)$$

Current video projectors display one white pixel column from the monitor as roughly three grayish pixel columns. This increases Δx proportionally (still, shifting a pixel column by one monitor pixel shifts the line by one projector pixel).

As long as $w \leq \Delta x$, shifting a white line by Δx shifts the corresponding spectral line by one full width at half-maximum (FWHM). For any $w \leq \Delta x$, the FWHM equals $\Delta\lambda_{LS}$ at $w = 0$, based on Fig. 3(b).

To simplify, we may assume linear dispersion:

$$\lambda_{LS}(x) \approx \lambda_R - \frac{\lambda_R - \lambda_B}{|s|} |x|. \quad (6)$$

Inserting Eq. (6) into Eq. (5), we obtain a spectral bandwidth

$$\Delta\lambda_{LS}(x, w) \approx \left| \frac{\lambda_R - \lambda_B}{N - 1} \right| \left(1 + \frac{w}{\Delta x}\right), \quad (7)$$

where $N = w_S/\Delta x$ is the number of projected vertical white lines that would fill ABCD.

B. Results for SNS Spectral Synthesis

On S1, white lines AB and CD had a width $\Delta x = 3 \pm 1$ mm. With $s = 160 \pm 2$ mm, the space between AB and CD took up $10 \pm 0.4\%$ of the width

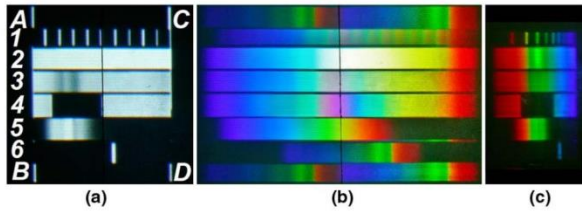


Fig. 4. Photos of SNS spectral synthesis. (a) Projected grayscale patterns on S1. The slit defines L_S . (b) The same patterns, dispersed by DE_S across S1. The Newtonian spectra of AB and CD kiss each other at L_S . (c) The slit spectra on S2 are a rainbow-colored version of the grayscale patterns.

of the black presentation slide. The Newtonian spectra of AB and CD synthesized peak wavelengths $\lambda_R = 667 \pm 1$ nm and $\lambda_B = 435 \pm 1$ nm. Grayscale patterns between AB and CD synthesized geometrically corresponding spectra, see Fig. 4.

A quadratic fit to the peak wavelengths from single white lines (cf. Figs. 4 and 5) yielded the wavelength calibration $\lambda_{LS} = 0.0077x^2 - 2.5781x + 666$ (with $[\lambda_{LS}] = 1$ nm and $[x] = 1$ mm). The FWHM of spectral lines ranged from 3 ± 1 nm at λ_B to 8 ± 1 nm at λ_R , see Fig. 5.

The output spectra closely matched the target spectra, see Figs. 6–9. When computing the grayscale patterns, the number of iterations was 39 for the constant SPD in Fig. 6; 40 for the piecewise linear SPD in Fig. 7; 15 for the wide Gaussian SPD in Fig. 8; and 1 for the narrow Gaussian SPD in Fig. 9. For all measurements of spectral radiance, each pattern took up 2.5% of the height of the presentation slide on the monitor, so that it had a height of 2.2 ± 0.1 cm on S1. Only for Fig. 8, the height was casually increased to 33.5 ± 0.1 cm.

C. SNS versus Other Methods of Spectral Synthesis

Superposing single parts from multiple spectra is as effective as subtracting multiple parts from a single spectrum, but less efficient; in SNS, only $w/w_S \leq 1\%$ of the dispersed light was used. An equivalent approach has been used to synthesize infrared spectra, but not visible light [10].

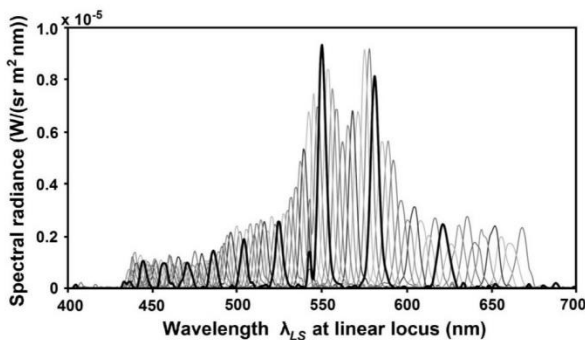


Fig. 5. Spectral lines from every other white pixel column. The heavy, black curve shows the output SPD from pattern 1 in Fig. 4(a).

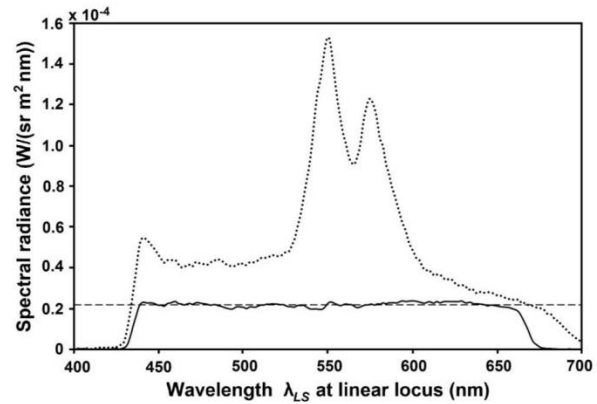


Fig. 6. Illuminant E (dashed). Whereas pattern 2 from Fig. 4(a) yields an irregular SPD (dotted), pattern 3 creates a uniform SPD (solid).

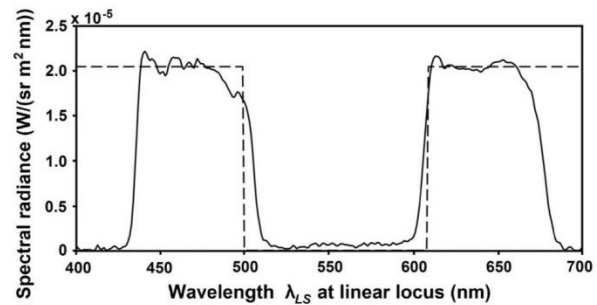


Fig. 7. Magenta. The specified optimum color (dashed) is approximately synthesized (solid) using pattern 4 from Fig. 4(a).

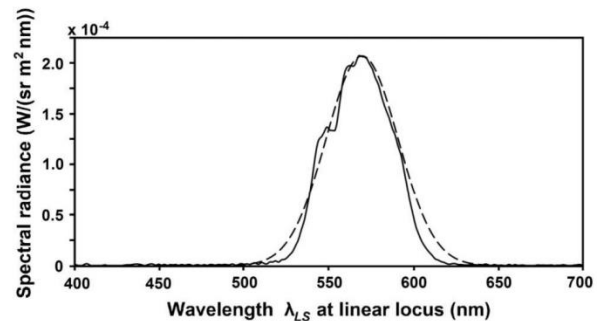


Fig. 8. Gaussian SPD at 570 nm, FWHM = 50 nm. The specified Gaussian (dashed) is approximately synthesized (solid) with pattern 5 from Fig. 4(a).

The SNS setup in Fig. 2 resembles the variable spectrum generator (VSG), but the VSG has a linear variable filter for wavelength selection and a cylindrical lens for optical compression [16]. Conveniently, DE_S fulfills both functions.

The spectral accuracy of synthesized SPDs is similar to what is achieved with the spectral integrator [2], although we used a simpler algorithm. Colorimetric purity was even higher with our setup, cf. [2]. SLM-projectors with a xenon lamp produce a

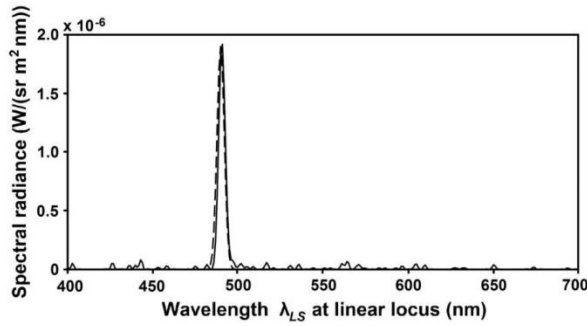


Fig. 9. Gaussian SPD at 490 nm, FWHM = 5 nm. The specified Gaussian (dashed) is closely matched (solid) using pattern 6 from Fig. 4(a).

more uniform spectrum. This should facilitate bit-map computation.

Spectral radiance was higher in Fig. 8 than in Figs. 6, 7, and 9 because we had casually used a taller grayscale pattern. Such overall brightening causes the iris of the projector to dilate. Spectral radiance will further increase if we synthesize 10 lines of light (with one projector), and reflect them into 1 line. Moreover, brighter SLM-projectors (40,000 lumens) are available. If we use the whole presentation slide and optically compress the line of light to a height of 2 cm, the above improvements should raise the uniform SPD in Fig. 8 to about 2 W/(sr m² nm). This is one thousand times as bright as what the spectral integrator [2] provides.

Spectral lines from our SNS tunable source are twice as narrow as those from the spectral integrator [2] (our theoretical FWHM based on Eq. (5) with $\Delta x = 4$ mm deviates only ± 1 nm from the experimental FWHM). Based on Eqs. (5) and (7), we can further reduce spectral bandwidth in three ways. First, we may reduce the slit width w . Second, a DE_S with stronger dispersion produces a wider Newtonian spectrum. This lets us increase the distance $|s|$ between AB and CD by a factor of up to nine (cf. Fig. 1), thus increasing N (spectral radiance at L_S will not decrease as the wider white rectangle ABCD synthesizes white light, again). Third, increasing the distance d_S between DE_S and L_S increases both $|s|$ and the pixel width Δx .

For SNS, the output SPD is regulated via grayscale values, as with the VSG [16]. In addition, $I_A(\lambda_{LS})$ can be fine-tuned via the number of “on” pixels in a given SLM column, cf. [2,10]. This makes our SNS setup a potentially more effective alternative to more complex SLM-based tunable sources.

3. Projected-Image Circumlineascopy (PICS)

A. From the Essence of SNS to PICS Pictures

The SNS tunable source synthesizes a line of light whose slit spectrum is always a rainbow-colored version of the grayscale pattern, see Fig. 4. If we insert grayscale text, photos, or videos between lines AB and CD, DE_A will analyze the line of light into

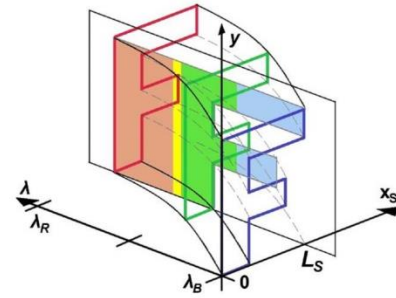


Fig. 10. Imaging principle of PICS. The dispersion diagram shows the wavelength distribution of a white ‘F’ projected through DE_S . As any grayscale image, it consists of congruent, monochromatic images. These are dispersed by DE_S along the x_s -axis, each contributing a different image stripe to the λ - y -plane (at a given coordinate x_s). A dispersive element for analysis DE_A translates the λ - y -plane into two spatial dimensions, thus arranging the image stripes as a rainbow-colored version of the grayscale image.

corresponding rainbow-colored images. To visualize the transformation from grayscale to spectral image, see the dispersion diagram [15] in Fig. 10.

For such spectral images, we used the same setup as for SNS, see Fig. 2. However, for a virtual image that floats in midair, we removed both S1 and S2, placing instead a 1-D projection screen at L_S , see Fig. 11. An opaque 1-D screen (e.g., a metal wire or fine thread) scatters the synthesized light across an azimuthal angle of about 310° . To achieve full 360° -visibility, we need a 1-D screen that is translucent. For this purpose, we used an uncooked capellini (length $l = 26$ cm, diameter $w = 0.9$ mm); it was readily available, extremely cheap, and easy to set up.

The 1-D screen was viewed through DE_A , which was at some radial distance d_A from the screen, and some distance d_I from the viewer. The DE_A disperses the synthesized line of light transverse to the line of sight, ensuring that the virtual spectral image faces the viewer directly, see Fig. 11. Accordingly, I propose to call this image-viewing method “Projected-Image Circumlineascopy” (PICS), from

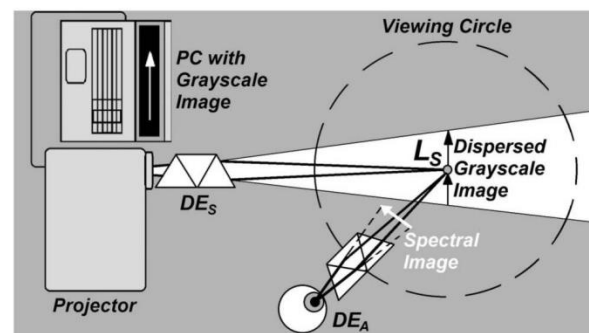


Fig. 11. Use of the SNS tunable source for PICS (top view). A capellini at L_S serves as a 1-D translucent projection screen. It is viewed through DE_A , for which we use a direct-vision prism, or a grating ($g = 1000/\text{mm}$).

Latin *circum* = “around,” *linea* = “a line,” and with *-scopy* from the Greek word for “seeing.”

B. Results for PICS

1. Overall Appearance

For some views through DE_A , see Figs. 12(b)–12(c) and 13(b)–13(d). The virtual spectral image appeared like a semitransparent banner attached to the capellini. Viewers walking around the capellini saw the spectral image always turning directly toward them, for 360° . While the image height looked the same as the height of the line of light on the capellini, the width increased with the distance d_A from DE_A to the capellini. A DE_A with stronger dispersion produced a wider image. Image position, size and sharpness did not notably change for a changed distance d_I between viewer and DE_A .

If the capellini was viewed obliquely from above or below, the image height was foreshortened. If the capellini appeared tilted because of the perspective, the left and right sides of the spectral image were tilted at the same angle. If the capellini was seen from directly above, the spectral image reduced to a line.

To enhance the clarity of the spectral image, the contrast of the grayscale image was increased. If a color image was used instead of a grayscale image, some parts were missing in the spectral image. For example, bright red objects were bright in the red section of the spectral image, but dark in the green or blue section. Still, human faces (and other objects tending toward grayscale) were recognizable in each section.

2. Image Proportions

With a direct-vision prism as DE_A , $d_A = 1$ m was sufficient for viewing. Correct image proportions arose at $d_A \approx 2$ m. With a grating ($g = 1000/\text{mm}$) as DE_A , $d_A = 0.5$ m was suitable. At smaller distances, the image became narrow and blurry; at larger distances, the spectral image became wide and faint.

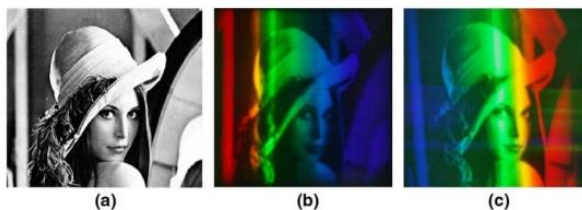


Fig. 12. PICS examples. (a) Original grayscale image of Lena. (b) Spectral image of a capellini. (c) High-resolution spectral image of a capellini.

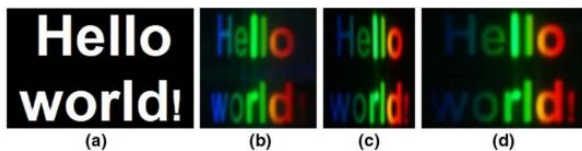


Fig. 13. Different spectral image proportions for different DE_A .

The spectral image had different proportions for different DE_A . This was especially noticeable if text was displayed. Generally, the width-to-height ratio w_A/h_A of the spectral image differed from the width-to-height ratio w_S/h_S of the grayscale image, see Fig. 13 and Section 3.C.2. Specifically, through a direct-vision prism at $d_A = 0.95$ m, the text “Hello world!” of Fig. 13(a) had a $w_A/h_A = 0.5 \pm 0.01 w_S/h_S$, see Fig. 13(c). Through a series of direct-vision prisms at distances $d_{A1} = 0.95$ m and $d_{A2} = 0.82$ m, the text had a $w_A/h_A = 0.9 \pm 0.02 w_S/h_S$, see Fig. 13(d). The letters were evenly spaced in both cases. Through the grating at $d_S = 0.4$ m, the text had a $w_A/h_A = 0.6 \pm 0.01 w_S/h_S$, being squashed toward blue letters, see Fig. 13(b).

3. Image Transformations

Shifting the capellini to the left of L_S (in the negative x_S -direction) removed the right part of the image by shifting the colors. Shifting in the opposite direction effected the opposite.

Shifting the capellini from L_S toward DE_S removed parts from both sides of the image. Shifting the capellini away from DE_S reduced the color range, but left the image intact. In both cases, the image became out of focus, yet it did not notably change within a range of about 0.5 m. Thus, with a series of capellini within that range, a single grayscale image yielded multiple, almost identical, and sharp spectral images at once.

Flipping the dispersive orientation of DE_A caused the spectral image and its colors to flip, as for w_4 in Figs. 16(b) and 16(c). Flipping the dispersive orientation of DE_S caused the spectral image to flip geometrically, but the orientation of the color spectrum remained, cf. Fig. 15. Combining both procedures flipped the colors, but not the orientation of the spectral image, cf. Figs. 12(b) and 12(c).

In a mirror parallel to the capellini, the spectral image was not flipped, see Fig. 14. Likewise, if a mirror parallel to the capellini reflected the light from DE_S across another parallel capellini, its spectral image had an identical orientation.

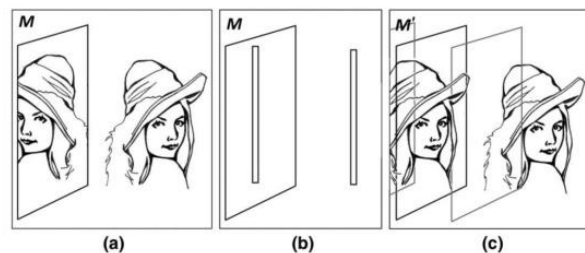


Fig. 14. Mirror-immunity with PICS. (a) A regular 2-D image in front of an upright mirror M is flipped in the mirror; it is not mirror-immune. (b) An upright 1-D screen has an identically oriented mirror image; it is mirror-immune. (c) Hence, even its spectral image (here featuring Lena) is mirror-immune.

4. Multiple-Screen, Multiple-Image PICS

With grayscale images beside the original one, as in Fig. 15(a), the spectral images of multiple capellini beside L_S were arranged in space as the capellini themselves. They overlapped for some viewing positions, as in Figs. 15(b)–15(d). The additive color result depended on the spatial sequence in which the capellini were viewed. Some capellini produced a spectrally shifted “doppelgänger” of the spectral image of a neighboring capellini. This happened when the capellini and the projected grayscale images were less than a spectrum width w_S apart, as in Fig. 15.

5. Image Resolution

Image resolution was enhanced with L_S further from the projector, whereby the grayscale images could be enlarged in the presentation slide. Additionally, a second direct-vision prism at the projector allowed the grayscale image to take up almost twice as many pixels horizontally. Thus, horizontal image resolution improved, as in Figs. 12(b) and 12(c).

Image resolution depended on the orientation of dispersion because the screen was not perfectly 1-D. To investigate how the width w of the projection screen at L_S affects PICS image resolution, a translucent paper was placed at a distance $d_S = 1.5$ m from the direct-vision prism to scatter the whole dispersed grayscale image. It was viewed through

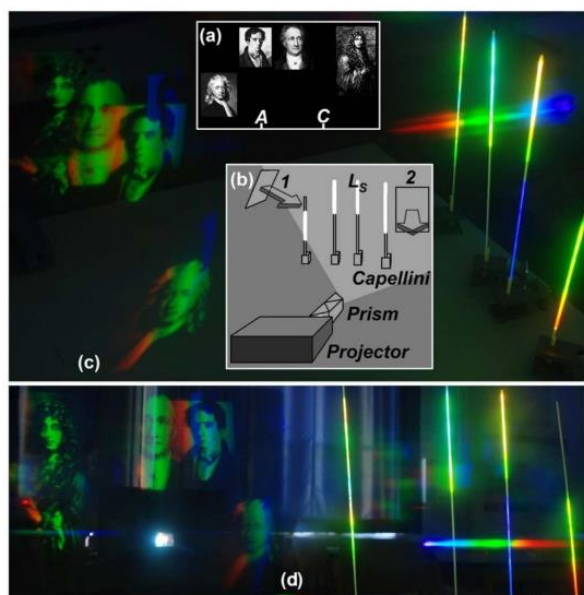


Fig. 15. Multiple-screen, multiple-image PICS. (a) Arrangement of four grayscale portraits (Newton, Fresnel, Goethe, and Huygens) in a presentation slide. (b) The slide was projected across four capellini through a single direct-vision prism as DE_S . Photos (c) and (d) were directly taken through a transmission grating as DE_A at positions 1 and 2. Like rotatable banners attached to the capellini, the spectral portraits always face the viewer. The direct-vision prism at the projector [in photo (d) a white spot] can be flipped horizontally to flip each portrait horizontally.

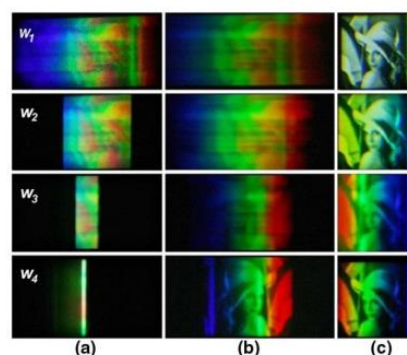


Fig. 16. Image resolution on a 1-D screen, approximated with a 2-D screen. (a) A grayscale image of Lena (looking left) is projected through DE_S so that its constituent monochromatic images are mutually displaced. These yield a blurry image. The 2-D projection screen is successively narrowed (from $w_1 = 17$ cm; $w_2 = 8$ cm; $w_3 = 2$ cm to $w_4 = 0.5$ cm). (b) A parallel DE_A mutually displaces the monochromatic images on the screen even more. Thus, the image gets even blurrier, with Lena still looking left. At $w = w_4$, Lena turns to the right, the image becoming relatively sharp (cf. Section 3.C.3). (c) An antiparallel DE_A compensates the displacement among the monochromatic images. These compose a sharp image of Lena looking left.

a direct-vision prism as DE_A from behind the paper. Meanwhile, the effective screen width was reduced with a slit aperture directly at the paper (see Fig. 16). Generally, a DE_A with parallel dispersion (relative to DE_S) made the image even blurrier, while an antiparallel DE_A reduced the blurriness. Specifically, if the spectral images were viewed at a distance $d_A = 1.5$ m behind the translucent paper, the difference was extreme. With a parallel DE_A , the spectral image was only sharp for an extremely narrow screen, see Fig. 16(b). With an antiparallel DE_A , the spectral image was sharp for an arbitrarily wide screen, see Fig. 16(c). The same was true for an equivalent setup with gratings. Synthesized on a single blond human hair of length $l \approx 0.5$ m, spectral images appeared equally sharp for both dispersive orientations, yet they were dim.

C. Discussion of PICS Image Properties

1. Geometry and Colors of the Virtual Spectral Image

How can we quantify the position, size, orientation, and colors of a virtual spectral image?

Through a direct-vision prism, the spectral image appears centered at the same position as the line of light itself, see Fig. 17. After all, the prism displaces the monochromatic constituents only in the x_A -direction. Through a grating, the spectral image appears to the left and right of the line of light (at $m = -1$ and $m = +1$). The spectral image has the same distance to the grating as the line of light, measured from the point where the central ray (for $\lambda_G = 0.5(\lambda_R + \lambda_B)$) to the viewer passes the grating [17]. In this sense, the spectral image is at the same

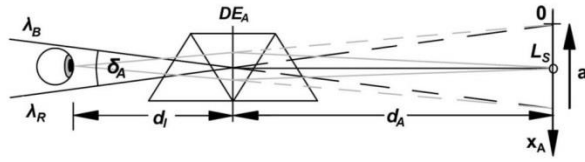


Fig. 17. The virtual image inspected through DE_A (top view) is geometrically analogous to a real image projected through it. (Tracing the dispersed rays to an effective plane of refraction inside the prism simplifies the construction, cf. Fig. 2).

distance d_A from DE_A as the line of light, both with the direct-vision prism, and the grating.

As Newton already found in his Experiment XI in Book I, Part II of *Opticks* [18], equal but opposite dispersions by DE_S and DE_A reproduce the original image. This allows us to express, analogous to Eq. (2), the dispersive displacement for analysis for a DE_A with dispersion angle δ_A (see Fig. 17) as

$$a = 2 \tan(0.5\delta_A)d_A. \quad (8)$$

Analogous to Eq. (3), the width of the spectral image is

$$w_A = |a| + w, \quad (9)$$

w being the width of the 1-D screen, which is assumed to be cylindric, here.

To indicate the orientation of the spectral image seen through DE_A , we use a dispersion vector (analogous to Eq. (4))

$$\mathbf{a} = a\hat{\mathbf{x}}_A, \quad (10)$$

with the unit vector $\hat{\mathbf{x}}_A$ pointing to the right of the viewer, see Fig. 17. While s determines the coloration of image stripes (cf. Fig. 10), \mathbf{a} dictates the orientation of the spectral image via the order of the color stripes.

Because dispersion in the x_A -direction leaves the view unchanged in the y -direction, the height h_A of the virtual spectral image equals the height h_S of the synthesized line of light, or the height of the projected grayscale image:

$$h_A = h_S. \quad (11)$$

Equations (8)–(11) hold for a prism with negligible magnification, and for a grating. Further, with these equations, we predict the spectral image to have a constant position, size, orientation, and colors even if d_I varies, as long as d_A is constant. Suppose DE_A is not moved relative to the line of light. Then, for a direct-vision prism, d_A is always constant. In contrast, for a grating, the well-known grating formula implies that d_A varies according to the viewer's movements [17]; except along a single moving direction, which is given by the central ray diffracted to the viewer.

The image transformations described in Section 3.B.3 can be understood with Fig. 10 whereby shifting the 1-D screen along the x_S -axis corresponds to shifting the λ - y -plane. Shifting the 1-D screen toward or away from DE_S corresponds to varying the displacement between the monochromatic constituents according to s .

2. Calculating PICS Image Proportions

As we saw in the experiment, the spectral image has a different width-to-height ratio than the grayscale image, except at a specified distance d_A , depending on DE_A .

Let us assume the grayscale image extends from line AB to CD, so $w_s/(|s| + \Delta x) = 1$, as in Eq. (3). Then, based on Eqs. (9) and (11), the width-to-height ratio w_A/h_A of the spectral image relates to that w_s/h_s of the grayscale image as follows:

$$\frac{w_A}{h_A} = \frac{|\tan(0.5\delta_A)d_A| + 0.5w}{|\tan(0.5\delta_S)d_S| + 0.5\Delta x} \frac{w_s}{h_s}. \quad (12)$$

Thus, to obtain a spectral image with a specified width-to-height ratio, we may adapt the height of the grayscale image, use different dispersive elements, or change their distances to the projection screen, based on Eq. (12).

To compensate distortions within the spectral image, we adapt the proportions within the grayscale image according to the wavelength scales $x = x(\lambda_{LS})$ of DE_S and $x_A = x_A(\lambda_{LS})$ of DE_A , as Fig. 10 implies.

3. Calculating PICS Image Resolution

To grasp PICS image resolution intuitively, remember from Fig. 10 that different image stripes are superposed on the 1-D screen. As an analogy to Fig. 16(a) at $w = w_4$, cut a picture into narrow vertical stripes of width w and stack them. If you then spread the stripes out in the original direction, the original image appears (see Fig. 18(a)), which is analogous to Fig. 16(c) at w_4 . If, instead, you spread the stripes out in the opposite direction, a reversed image that is less sharp emerges [see Fig. 18(b)], which is analogous to Fig. 12(b) at w_4 .

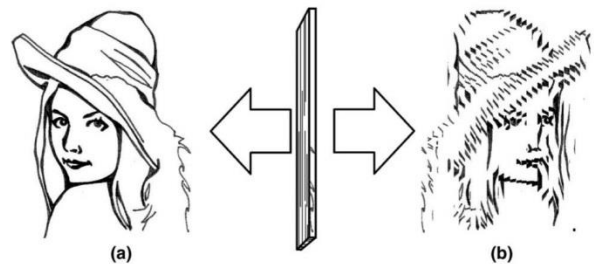


Fig. 18. Analogy for the asymmetry in PICS image resolution: arranging image stripes in reverse order creates a reversed, but blurrier image.

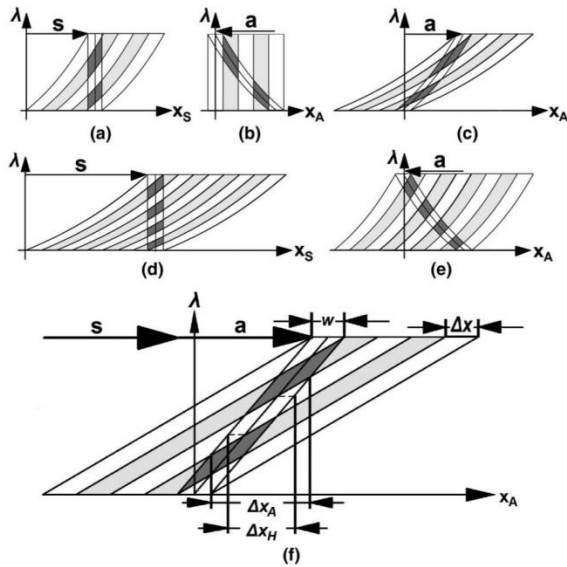


Fig. 19. Deriving PICS spectral image resolution from dispersion diagrams. In (a) and (d), the wavelength distribution of a grayscale image, dispersed by DE_S according to dispersion vector s , contains a spectral stack of width w at the linear locus (accentuated) that represents all grayscale pixels as spectral pixels. In (b), (c), and (e), additional dispersion by DE_A shears the spectral stack according to dispersion vector a . Thus, the spread-out spectral pixels form a spectral image. Its image resolution depends on the relative dispersive displacement for analysis, a/s . (a) At $a/s = 0$, all spectral pixels are superposed. (b) At $a/s = -1$, all spectral pixels lie next to each other. (c) At $a/s = +1$, spectral pixels partially overlap. In (d), where $a/s = 0$, and in (e), where $a/s = -0.5$, the dispersion of DE_S is twice as strong as in (a)–(c). This allows more pixels to be represented at the linear locus, yielding higher pixel resolution compared to (b). (f) The spectral pixel width Δx_A , and the FWHM of a spectral pixel, Δx_H , depend on the width w of the line of light at the linear locus, on the grayscale pixel width Δx , and the relative dispersive displacement for analysis, a/s .

To describe PICS image resolution quantitatively, we refer to dispersion diagrams [15], see Fig. 19. Let us discuss the straightforward case of direct-vision prisms as DE_A and DE_S . As shown in Figs. 19(a) and 19(d), DE_S shears the wavelength distribution of the grayscale image according to dispersion vector s . Thus, at L_S , all grayscale pixels translate into spectral pixels. These are superposed in a spectral stack of width $w \leq \Delta x$. Now, consider a viewer who looks in the direction of light projection, so that \hat{x}_A is parallel to \hat{x}_S . Then, DE_A shears the spectral stack, including the spectral pixels, according to dispersion vector a .

From Figs. 19(b)–19(c) and 19(e)–19(f), we geometrically derive the pixel width of the spectral image:

$$\Delta x_A = \left| \frac{a}{N-1} \right| + \left| \frac{a+s}{N-1} \right| \left(\frac{w}{\Delta x} \right). \quad (13)$$

With $|s| = (N-1)\Delta x$, we obtain the spectral pixel width

$$\Delta x_A = \left| \frac{a}{s} \right| \Delta x + \left| \frac{a}{s} + 1 \right| w. \quad (14)$$

Note in Fig. 19 that spectral pixels partly overlap, depending on a . Accordingly, we specify a resolution criterion whereby two spectral pixels are just resolved when their distance equals their spatial FWHM, labeled Δx_H . From Fig. 19, we obtain, depending on the relative dispersive displacement for analysis a/s ,

$$\Delta x_H = \left| \frac{a}{s} \right| \Delta x, \quad \text{for } \frac{a}{s} \leq -0.5, \quad (15)$$

and

$$\Delta x_H = \Delta x_A - \left| \frac{a}{s} \right| w, \quad \text{for } \frac{a}{s} \geq -0.5. \quad (16)$$

Finally, let us define the spectral image resolution as the number of spectral pixels that would—based on our resolution criterion—fit within the width of the spectral image, namely as

$$R_A = \frac{w_A}{\Delta x_H}. \quad (17)$$

This is in analogy to the grayscale image resolution, $R_S = w_S/\Delta x$. The asymmetry in the graphs in Fig. 20 depicts our observation that image resolution depends on the dispersive orientations of DE_S and DE_A . Only for vanishing $w/\Delta x$, which means a perfectly 1-D line of light, this asymmetry vanishes.

Now, consider an arbitrary azimuthal viewing direction. Suppose the translucent screen at L_S is flat instead of cylindric, and contains \hat{x}_S . Then, instead of shearing the spectral stack itself, dispersion vector a shears its orthogonal projection onto the x_A -axis. Accordingly, we introduce $s_A = s\hat{x}_A$. Generalizing Eq. (13), we get

$$\Delta x_A = \left| \frac{a}{N-1} \right| + \left| \frac{a+s_A}{N-1} \right| \left(\frac{w}{\Delta x} \right). \quad (18)$$

Generalizing Eqs. (15) and (16), we obtain

$$\Delta x_H = \left| \frac{a}{s} \right| \Delta x, \quad \text{for } \frac{a}{s_A} \leq -0.5, \quad (19)$$

and

$$\Delta x_H = (\Delta x - w) \left| \frac{a}{s} \right| + w \left| \frac{a+s_A}{s} \right|, \quad \text{for } \frac{a}{s_A} \geq -0.5. \quad (20)$$

4. Suggested Applications of PICS

The 360°-visibility offers applications from text display to image projection to object tracking [19].

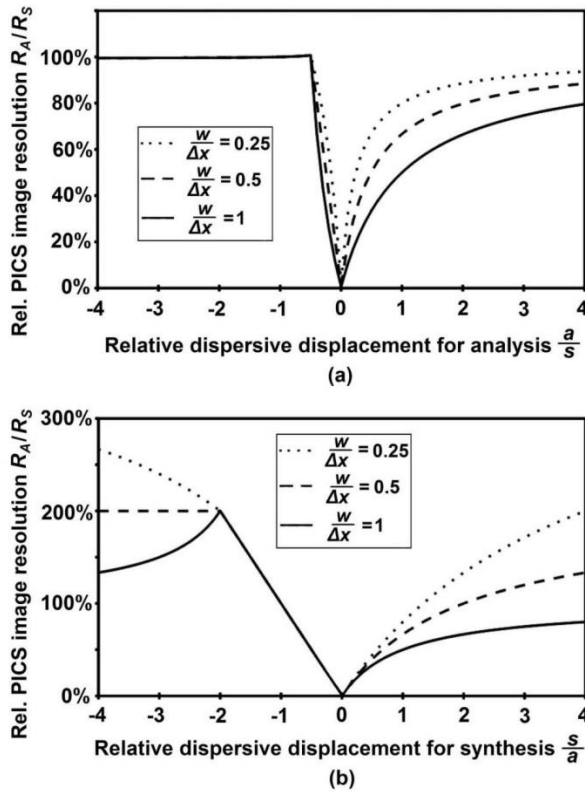


Fig. 20. PICS spectral image resolution in terms of grayscale image resolution, calculated with Eqs. (15)–(17), cf. Eqs. (2) and (8). (a) Image resolution is decreased by decreasing the absolute value $|a|$ of the dispersive displacement for analysis, at fixed dispersive displacement for synthesis s . Here, $s = 150\Delta x$. (b) Image resolution is improved by increasing the absolute value $|s|$ of the dispersive displacement for synthesis, at fixed dispersive displacement for analysis a . Here, $a = 150\Delta x$, and R_S refers to the grayscale image resolution at $|s| = 150\Delta x$.

Imagine a cinema where viewers with diffraction glasses sit around a translucent 1-D screen. A grating constant that is proportional to d_A enables correct image proportions. Alternatively, a cylindric transmission grating around the 1-D screen could display correctly proportioned spectral images to anyone around it.

Being semitransparent, virtual images may be superposed onto an object or image, whether for geometric comparison or color experiments. Furthermore, three virtual spectral images of a single 1-D screen may compose a real-color image. To obtain the red, green, blue (RGB) image components, their grayscale versions are inserted in the corresponding intervals (600–700 nm, 500–600 nm, or 400–500 nm, respectively; cf. [20]) between AB and CD. However, their superposition requires a specially designed DE_A .

The 1-D screen takes up little space and material. Besides, its light does not disturb a disinterested individual. Moreover, the relevant light beam is narrow, allowing projection in confined or crowded

spaces, even for large images. This solves the problem stated in a recently published paper [21].

Being metameric, the synthesized line of light does not betray the image to viewers without or beyond DE_A . This is valuable in police interrogation, medical communication, advertising, and beyond.

Mirror immunity is intrinsic to a 1-D line of light. Spectral images may be multiplied or delivered elsewhere via mirrors parallel to the 1-D screen without ever changing image orientation. They can be duplicated even with a 1-D mirror.

D. Unifying Spectral Synthesis and Spectral Encoding

For PICS, 2-D images are spectrally encoded in 1D. Spectral encoding, whereby locations are translated into wavelengths of light, has already been applied to 2-D image acquisition via 0-D or 1-D apertures, whether in spectrally-encoded endoscopy (SEE) [22], wavelength-multiplexed microscopy [23], or modern pseudoscopy [24]. Spectral encoding has also been proposed for the transmission of a 2-D image via an optical fiber [25–27]. Still, it has not yet been applied to video projection.

Until now, SLM-based light engines were thought to encode wavelengths as patterns on the SLM. Looking back on SNS and PICS, we may now state the reverse: SLM-based light engines encode images as wavelengths. This makes any of these light engines suitable for PICS.

A precursor to both spectral synthesis and spectral encoding is Newton's Experiment I in Book I, Part II of his *Opticks* [18]. Focused on proving his theory, he did not see the practical value of the experiment, however. Nor did Goethe, who repeated the experiment, intent on disproving Newton's theory [28].

4. Conclusion

A dispersed grayscale image contains a line of light whose spectrum is a rainbow-colored version of the image.

This provides (A) a method for synthesizing light with a specified SPD, called SNS; and (B) a method for viewing 2-D images that are spectrally encoded on a 1-D projection screen, called PICS.

For SNS, a prism was placed before an SLM-projector. This setup is at least as effective as other, more complex SLM-based tunable light sources; the trade-off being considerable light loss.

For PICS, grayscale text, photos, and videos from an SLM-projector were horizontally dispersed across an upright capellini. If the capellini was viewed through another prism or grating, rainbow-colored versions of the grayscale images emerged.

Floating in midair, the semitransparent images were correctly oriented for any azimuthal viewing angle. Reflecting the synthesized line of light in a mirror parallel to it did not flip the spectral image. Real-color images are achievable with PICS by superposing three virtual spectral images of a single 1-D screen, yet a three-component viewing device needs to be designed for the RGB mixture.

An advanced version of PICS is conceivable where a 0-D point of light is dispersed into two dimensions, yielding a 2-D spectral image that has correct image proportions and constant apparent size, for any viewing position.

Geometric optics were used in tandem with dispersion diagrams to visualize the transformation from grayscale to spectral image, and to derive formulas for SNS spectral resolution, PICS image proportions, and PICS image resolution.

Future research could investigate PICS image transformations for variations of the setup, for example, with a diagonal 1-D screen. Furthermore, a systematic treatment of generic virtual images in spatial relation to the viewer would be useful.

In retrospect, it has become clear that SLM-based light engines project wavelength-encoded images. These are not limited to abstract patterns, but may as well be concrete images.

I thank Prof. Dr. Florian Theilmann for starting our exploration into spectra in 2010, for commenting on some drafts, and for sending me a direct-vision prism for the experiments. Further, he programmed the algorithm for grayscale bitmaps. However, SPD measurements were only possible because Prof. Dr. Ing. Jörg Baumgart lent me his spectroradiometer, and Dipl.-Phys. Hermann Baumgarten assisted in its use. Finally, I am grateful for the two reviewers' stimulating feedback.

References

1. N. MacKinnon, U. Stange, P. Lane, C. MacAulay, and M. Quatrevalet, "Spectrally programmable light engine for in vitro or in vivo molecular imaging and spectroscopy," *Appl. Opt.* **44**, 2033–2040 (2005).
2. I. Farup, J. H. Wold, T. Seim, and T. Søndrol, "Generating light with a specified spectral power distribution," *Appl. Opt.* **46**, 2411–2422 (2007).
3. M.-L. Lo, T.-H. Yang, and C.-C. Lee, "Fabrication of a tunable daylight simulator," *Appl. Opt.* **50**, C95–C99 (2011).
4. S. Tominaga and T. Horiuchi, "Spectral imaging by synchronizing capture and illumination," *J. Opt. Soc. Am. A* **29**, 1764–1775 (2012).
5. U. Kanade and M. Joshi, "Programmable light source," U.S. patent 8,107,169 (31 January 2012).
6. J. P. Rice, S. W. Brown, and B. C. Johnson, "Hyperspectral image projectors for radiometric applications," *Metrologia* **43**, S61 (2006).
7. M. T. Eismann, J. Kerekes, A. P. Schaum, and R. A. Leathers, "Multispectral and hyperspectral imaging: introduction to the feature issue," *Appl. Opt.* **47**, MHI1 (2008).
8. J. P. Rice, S. W. Brown, D. W. Allen, H. W. Yoon, M. Litorja, and J. C. Hwang, "Hyperspectral image projector applications," *Proc. SPIE* **8254**, 82540R (2012).
9. I. Fryc, S. W. Brown, G. P. Eppeldauer, and Y. Ohno, "LED-based spectrally tunable source for radiometric, photometric, and colorimetric applications," *Opt. Eng.* **44**, 111309 (2005).
10. S. W. Brown, J. P. Rice, J. E. Neira, B. C. Johnson, and J. D. Jackson, "Spectrally tunable sources for advanced radiometric applications," *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **111**, 401–410 (2006).
11. N. R. Nelson, "Hyperspectral scene generator and method of use," U.S. patent 7,106,435 B2 (12 September 2006).
12. T. Horiuchi, H. Kakinuma, and S. Tominaga, "Effective illumination control for an active spectral imaging system," in *Proceedings of the 12th International Symposium on Multispectral Color Science* (Society for Imaging Science and Technology, 2010), pp. 529–534.
13. J. H. Hong, "Wavelength multiplexed two dimensional image transmission through single mode optical fiber," U.S. patent 5,315,423 A (24 May 1994).
14. W. Rueckner, "The Spectrum," http://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/icb/icb.do?keyword=k16940&pageid=icb_page93265.
15. F. Theilmann and S. Grusche, "An RGB approach to prismatic colours," *Phys. Educ.* **48**, 750 (2013).
16. H. R. Garner, "Variable spectrum generator," U.S. patent 6,657,758 B1 (2 December 2003).
17. M. Müller and L.-M. Schön, "Virtuelle Beugungsbilder am Gitter," in *Didaktik der Physik. Frühjahrstagung Münster*, H. Groetzbech and V. Nordmeier, eds. (PhyDid B, 2011) pp. 1–9, <http://phydid.physik.fu-berlin.de/index.php/phydid-b/article/view/288/348>.
18. I. Newton, *Opticks: Or, a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light*, 4th ed. (Dover Publications, 1979).
19. A. Yilmaz, O. Javed, and M. Shah, "Object tracking: a survey," *ACM Comput. Surv.* **38**, 13 (2006).
20. J.-P. Meyn, "Colour mixing based on daylight," *Eur. J. Phys.* **29**, 1017–1031 (2008).
21. C.-K. Lee, T. Lee, H. Sung, and S.-W. Min, "Analysis and design of wedge projection display system based on ray retracing method," *Appl. Opt.* **52**, 3964–3976 (2013).
22. M. Merman, A. Abramov, and D. Yelin, "Theoretical analysis of spectrally encoded endoscopy," *Opt. Express* **17**, 24045–24059 (2009).
23. A. Schwarz, A. Weiss, D. Fixler, Z. Zalevskya, V. Micó, and J. García, "One-dimensional wavelength multiplexed microscope without objective lens," *Opt. Commun.* **282**, 2780–2786 (2009).
24. J. Lunazzi and N. Rivera, "Pseudoscopic imaging in a double diffraction process with a slit," *Opt. Express* **10**, 1368–1373 (2002).
25. D. E. Hulsey and S. K. Case, "Fiber-optic image transmission system with high resolution," *Appl. Opt.* **22**, 2029–2033 (1983).
26. J. Calatroni, C. Froehly, and T.-C. Yang, "Transmission d'images en couleurs dans des fibres optiques par codage polychromatique," *Appl. Opt.* **26**, 2202–2205 (1987).
27. D. Mendlovic, J. Garcia, Z. Zalevsky, E. Marom, D. Mas, C. Ferreira, and A. W. Lohmann, "Wavelength-multiplexing system for single-mode image transmission," *Appl. Opt.* **36**, 8474–8480 (1997).
28. J. W. v. Goethe, *Farbenlehre* (Cotta, 1810). <http://www.farben-welten.de/farben-welten/goethes-farbenlehre/enthuellung-der-theorie-newtons/erste-proposition-erstes-theorem-2.html>.

Manuskript 13

BESPRECHUNGEN

schreibung von Schülerversuchen für die Unterstufe: Blasenberg aus Trocken- und Seifenblasen-Lösung; Runge Professorenklexe; Der Tod im Weinkeller (Dichte von Kohlenstoffdioxid).

VOGLHUBER, H. Wie funktioniert ein Geldscheinprüferstift? Kleine Versuche mit Geldscheinprüferstift und Betaisodona-Lösung.

WACHTLER, H. Experimente mit Kupfer (Teil 3). Vom Kupfer zum Kupfer(II)-sulfat. Bilderte Beschreibung von Versuchen.

1/2015

BARKE, D. Brönsted-Säuren und Brönsted-Basen: Es sind nicht Stoffe, sondern Moleküle oder Ionen! Arrhenius-Theorie und Brönsted-Theorie im Vergleich.

MASIN, CH. & GROIS, G. ESCU – Experimentelle Schulchemie Unterstufe. – Beschreibung von Schülerversuchen für die Unterstufe: Die brennbare Luft; Mini-Kläranlage; Eine Ampulle Iod; Nichts Verschütten – Umgießen von Kohlenstoffdioxid.

VOGLHUBER, H. Zahnbelag und Eiweißtest – Ein Beispiel für Kontextorientierung im Chemieunterricht. Chromatographische Analyse von Plaquefärbetabletten.

WACHTLER, H. Experimente mit Kupfer (Teil 4). Heterogene Katalyse: Kupfer-Aceton. Bebilderte Vorstellung eines Versuchs.

WOLFGANG KIRSCH & INSA MELLE

Bücher Physik

OLAF L. MÜLLER: **Mehr Licht. Goethe mit Newton im Streit um die Farben.** – Frankfurt am Main: S. Fischer Verlag, 2015. – ISBN-978-3-10-002207-3. – Gebunden, 544 Seiten, auch als E-Book erhältlich. – 26,99 €



Mit »Mehr Licht« präsentiert der Philosoph und Mathematiker OLAF L. MÜLLER ein bedeutsames Buch über »Goethe mit Newton im Streit um die Farben,« obgleich NEWTON schon tot war, als GOETHE das

Licht der Welt erblickte. Hätten GOETHE und NEWTON zeitgleich geforscht und sachlich miteinander diskutiert, wie würde dann unsere heutige Wissenschaft aussehen? Dieser spannenden Frage geht Professor MÜLLER auf über 500 unterhaltsamen Seiten nach.

Inhaltlich ist das populärwissenschaftliche Buch ebenso komplex wie MÜLLERS fachwissenschaftliche Artikel zum Thema. Sprachlich hingegen ist der Text frisch und frech. Strukturell orientiert sich MÜLLER an aristotelischer Rhetorik: Erst ankündigen, was man tun wird; dann etwas tun; und schließlich zusammenfassen, was man getan hat.

Was kündigt MÜLLER an? Er will sich einsetzen für GOETHEs Theorem, wonach sich NEWTONs Prismenversuche farblich umkehren lassen. Hierfür will MÜLLER sich insbesondere NEWTONs entscheidendes Experiment anschauen, das berühmte *experimentum crucis*. Ausgehend von der farblichen Umkehrbarkeit will er für eine umgekehrte Farbtheorie argumentieren.

Was tut MÜLLER? Tatsächlich findet er bei GOETHE besagtes Theorem; aber nur zwischen den Zeilen, so dass es eigentlich MÜLLERS Theorem ist, in Anlehnung an TORGER HOLTSMARK. Genauestens schaut MÜLLER sich das *experimentum crucis* an; aber nur in Strahlenzeichnungen. Mit geschicktem Wortspiel und mathematischem Beweis führt er eine umgekehrte Farbtheorie ein; aber nur auf Prismenversuche wendet er sie an.

Was hätte MÜLLER tun sollen? Wenn er über GOETHEs eigentliches Theorem schreiben wollte, hätte er das Wechselspiel zwischen Licht und Finsternis aufgreifen sollen – angesichts GOETHEs Misserfolg schiebt er es jedoch beiseite. Wenn sich MÜLLER das *experimentum crucis* tatsächlich angeschaut hätte, hätte er hinter dem zweiten Prisma alle Spektralfarben gleichzeitig gesehen – ähnlich wie andere Autoren behauptet er jedoch, man sehe dort jeweils nur eine Farbe. Wenn er die Regenbogenfarben gemäß seiner Gegentheorie nachmischen wollte, hätte er seine fünf Mischkomponenten übereinander legen sollen – ähnlich wie GOETHE hat er sie jedoch nebeneinander drucken lassen.

Dennoch ist OLAF MÜLLERS *opus magnum* sowohl Laien als auch Eingeweihten zu empfehlen. Die 32 Farbtafeln und 28 Schwarzweißabbildungen regen dazu an, in den Text einzutauchen. Hier untermauert MÜLLER die gegensätzlichen Ansichten von GOETHE und NEWTON gleichermaßen, um sie zu seiner eigenen Argumentation zu verweben. (Das Kleingedruckte enthält Vertiefungs-

möglichkeiten und Komplikationen.) Am Ende gelingt es MÜLLER tatsächlich, NEWTONs *experimentum crucis* gedanklich umzukehren – seine Beschreibung ist zwar farblich unvollständig, aber geometrisch korrekt. Angesichts der Umkehrbarkeit des *experimentum crucis* ist auch MÜLLERS umgekehrte Farbtheorie zutreffend. Hiermit bietet MÜLLER eine konkrete Basis für die Diskussion über die Unterbestimmtheit von Theorien. Zusätzlichen Stoff für diese Diskussion liefert MÜLLER mit dem Verweis auf NUSSBAUMERS Entdeckung der irregulären Spektren, sowie mit einer tabellarischen Übersicht über die kontroverse Rezeption von GOETHEs Farbenlehre. So bietet MÜLLERS pfiffiges Werk vor allem dies: fruchtbaren Boden für furchtbaren Streit.

SASCHA GRUSCHE

Bücher Mathematik

STEPHANIE SCHIEMANN & ROBERT WÖSTENFELD: **Die Mathe-Wichtel – Humorvolle Aufgaben mit Lösungen für mathematisches Entdecken ab der Grundschule.** – Wiesbaden: Springer Spektrum 2014. –

Band 1
ISBN 978-3-658-03072-8. – 132 S. – kt. – EUR 17,99.



Band 2
ISBN 978-3-658-03074-2. – 180 S. – kt. – EUR 17,99.



Manuskript 14

Basic slit spectroscope reveals three-dimensional scenes through diagonal slices of hyperspectral cubes

Sascha Grusche

Physikdidaktik, Fakultät 2—Pädagogische Hochschule Weingarten, University of Education,
Kirchplatz 2, 88250 Weingarten, Germany (saschagrusche@gmail.com)

Received 25 March 2014; revised 29 May 2014; accepted 30 May 2014;
posted 2 June 2014 (Doc. ID 208868); published 10 July 2014

A basic slit spectroscope is usually held close to the eye to produce the spectrum of a single slit view. However, a more distant viewer may have multiple slit views at once, an effect of dispersion that has been overlooked. Investigations of spectroscopic image geometry reveal that the maximum field of view equals the dispersion angle. Spectrally decoded camera-obscure projections compose three-dimensional images of a scene, emulating a Benton hologram. The images represent diagonal sections of a hyperspectral data-cube. Consequently, the spectroscope can be used as an autostereoscopic display and for a fourth technique of hyperspectral data acquisition, named spatiospectral scanning. © 2014 Optical Society of America

OCIS codes: (110.0110) Imaging systems; (110.4234) Multispectral and hyperspectral imaging; (300.0300) Spectroscopy; (300.6170) Spectra; (330.0330) Vision, color, and visual optics; (330.1400) Vision - binocular and stereopsis.

<http://dx.doi.org/10.1364/AO.53.004594>

1. Introduction

For three centuries, slit spectroscopes have been used to disperse the image of an illuminated slit into a spectrum of colored slit images [1,2]. In the slit spectrum, each color is monochromatic, representing a specific wavelength of light [3,4]. The wavelength composition allows one to quantify color qualities [1,4], to analyze the chemical composition of substances on earth [5] and in the sky [6,7], and to infer the thermodynamics and kinematics of galaxies [8], stars [9], or even sun spots [10].

A basic slit spectroscope is a lightproof box with a slit at one end and a diffraction grating at the other [11–15]. With one's eye (or camera) close to the grating, one observes two types of virtual image. In the zeroth diffraction order, one looks straight through the slit. It reveals only a strip of the scene, which

we will call a slit view. In the first diffraction order, one sees the spectrum.

The implicit notion is that this spectrum represents the slit view, split up into its monochromatic constituents, cf. [12]. After all, one general effect of dispersion has been persistently overlooked: Each monochromatic image in the spectrum shows a given object from a different viewpoint [16]. Consequently, a basic slit spectroscope should produce a spectral arrangement of different slit views. To test whether these slit views could compose the image of a whole scene, we explored the relationship between the geometry of the spectroscopic system and the spectroscopic image.

This paper reveals that a basic slit spectroscope is indeed capable of imaging a whole scene at once (the curious reader may peer into Section 4). A simple slit spectroscope is a three-dimensional (3D) imaging device in disguise, with potential applications in autostereoscopic 3D display and 3D spectroscopy.

In Section 2, I analyze the imaging process to predict the geometric features of spectroscopic images. In Section 3, horizontal and vertical setups are

1559-128X/14/204594-10\$15.00/0
© 2014 Optical Society of America

4594 APPLIED OPTICS / Vol. 53, No. 20 / 10 July 2014

Reproduced from Grusche, S. (2014a). *Basic slit spectroscope reveals three-dimensional scenes through diagonal slices of hyperspectral cubes*, *Appl. Opt.*, 53, 4594–4603, with permission of the Optical Society of America. One print or electronic copy may be made for personal use only. Systematic reproduction and distribution, duplication of any material in this paper for a fee or for commercial purposes, or modifications of the content of this paper are prohibited. Available online: <http://doi.org/10.1364/AO.53.004594>

presented. In Section 4, the spectroscopic images are described. In Section 5, I discuss the implications, limitations, and applications of the study. In Section 6, the main ideas and findings are summarized.

2. Spectroscopic Image Geometry

A. Camera Obscura and Slit View Combined

As in a basic spectroscope [11–15], the setup comprises a slit aperture A (with slit width w) and a grating G (with grating period g) with lines parallel to the slit. To understand the spectroscopic image in the first diffraction order, let us analyze the imaging process in two orthogonal planes; see Fig. 1.

In a plane perpendicular to the slit aperture A , all rays pass a pinhole, yielding a camera-obscura projection on the grating [14]. We will call this plane the camera-obscura plane, see Fig. 1(a).

In this camera-obscura plane, differently colored rays connect different object points with the viewer's eye. Correspondingly, each object point is seen from the direction of a wavelength-specific virtual viewer. For an actual viewer at a viewing distance d_I from the grating, we find the position of each virtual viewer by following the incident ray from each object point and retracing it a distance d_I beyond the grating, cf. [17]. With the specific geometry of Fig. 1, the actual viewer sees an extended scene from the same direction as the virtual viewer of the blue ray, cf. Section 5.C. The image is a spectrally decoded camera-obscura projection.

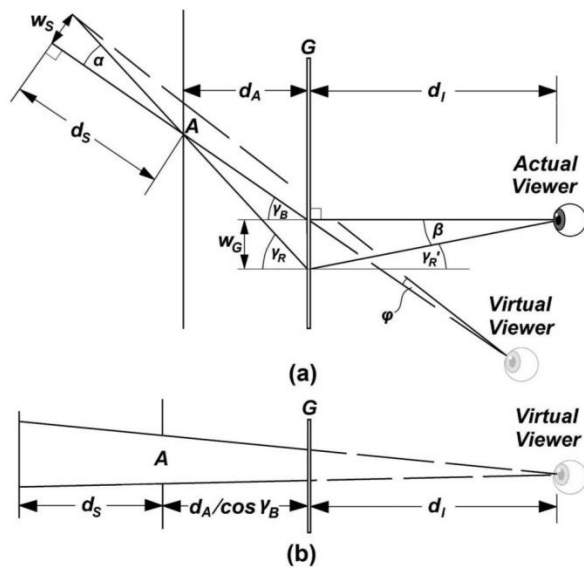


Fig. 1. Ray geometry for the spectroscopic system with slit aperture A , grating G , and a viewer looking at an object at a distance d_s . (a) Camera-obscura plane. With the grating, the viewer spectrally decodes a camera-obscura projection. For clarity, only the outermost rays to the viewer are shown. α : field of view; β : actual visual angle; φ : virtual visual angle; γ_B : incident angle of blue ray; γ_R : incident angle of red ray; γ'_R : diffraction angle of red ray. (b) Slit-view plane for the blue rays. The rays are undeflected because the grating lines lie parallel to the slit-view plane.

In a plane parallel to the slit aperture A , rays connect object points and the virtual viewer's eye directly, yielding a single slit view. We will call this plane the slit-view plane; see Fig. 1(b).

Let us now synthesize the imaging processes from the camera-obscura plane and the slit-view plane. Dispersion at the grating allows the viewer to look through the slit in multiple directions at once. The resulting spectrum is an arrangement of different slit views. Under broadband illumination, a potentially continuous image of a scene is formed by the differently colored rays.

B. Field of View and Visual Angles

With our ray geometry from Fig. 1(a), we may predict the field of view α , the actual visual angle β , and the virtual visual angle φ . Here, α determines how much of a scene is visible at once; β determines the apparent size of the scene, and φ is the angle under which the virtual viewer would see that scene in direct view. For simplicity, we assume that the outermost blue ray (at wavelength λ_B) to the viewer's eye has a diffraction angle $\gamma'_B = 0$ at the grating. The well-known grating formula requires this blue ray to be incident on the grating at an angle

$$\gamma_B = \arcsin\left(\frac{\lambda_B}{g}\right). \quad (1)$$

For a field of view α , the outermost red ray (at wavelength λ_R) must be incident on the grating at an angle

$$\gamma_R = \gamma_B + \alpha. \quad (2)$$

The angle of the observed red ray equals the actual visual angle

$$\beta = \gamma'_R = \arcsin\left(\frac{\lambda_R}{g} - \sin \gamma_R\right) \geq 0. \quad (3)$$

With the grating at a distance d_A from the aperture, the outermost rays form two triangles. Their common base has width

$$w_G = (\tan \gamma_R - \tan \gamma_B)d_A = d_I \tan \beta. \quad (4)$$

Thus, the viewing distance d_I affects the actual visual angle

$$\beta = \arctan\left(d_A \frac{\tan \gamma_R - \tan \gamma_B}{d_I}\right). \quad (5)$$

As the viewer recedes along the blue ray, the red ray becomes almost parallel to it. The field of view approaches a maximum:

$$\lim_{d_I \rightarrow \infty} \alpha = \alpha_{\max} = \arcsin\left(\frac{\lambda_R}{g}\right) - \arcsin\left(\frac{\lambda_B}{g}\right). \quad (6)$$

Reinterpreting Eq. (6) as the angle between diffracted red and blue rays with normal incidence, we define the dispersion angle:

$$\delta := \gamma'_R(\gamma_R = 0) - \gamma'_B(\gamma_B = 0). \quad (7)$$

Then, the maximum field of view equals the dispersion angle

$$\alpha_{\max} = \delta. \quad (8)$$

This angle solely depends on the grating period g and the spectral range $S = [\lambda_B; \lambda_R]$ of the incident light. A grating with $1/g = 1000$ lines/mm yields $\alpha_{\max} \approx 0.36 \text{ rad} \approx 20.8^\circ$ for $S = [400 \text{ nm}; 700 \text{ nm}]$, and $\alpha_{\max} \approx 0.30 \text{ rad}$ for $S = [420 \text{ nm}; 670 \text{ nm}]$.

The scene appears to the actual viewer under a visual angle β that usually differs from the virtual viewer's φ . For a scene of width $w_S = \tan \alpha d_S$, the virtual visual angle is

$$\varphi = \arctan\left(\frac{w_S}{d_S + d_A / \cos \gamma_B + d_I}\right). \quad (9)$$

For a first overview, let us plot the visual angles and field of view against viewing distance. With no straightforward way to calculate $\alpha = \alpha(d_I)$, we work backwards: First, for a set $\{\alpha_n\}$ of given values of α (where $0 \leq \alpha_n \leq \alpha_{\max}$), we compute the values $\beta_n = \beta(\alpha_n)$ via Eqs. (2) and (3). Second, with Eq. (4), we obtain the corresponding values of $d_{I,n} = d_I(\beta_n)$ and, together with Eq. (2), values of $d_{I,n} = d_I(\alpha_n)$. Third, with Eq. (9), we find values of $\varphi_n = \varphi(d_{I,n})$. Finally, we plot the values of α_n , β_n , and φ_n versus the values of $d_{I,n}$, and interpolate, as in Fig. 2. With such a graph, we can systematically predict how much of a scene is visible and how the image is proportioned.

C. Image Proportions, Magnification, and Perspective

Image size is determined by visual angle. In the slit-view plane, image size is normal because the virtual viewer's visual angle always matches the actual viewer's. In the camera-obscura plane, however, image size is normal only if $\varphi = \beta$, cf. Figs. 1(a) and 2.

Based on Eqs. (5) and (9), we can satisfy the condition $\beta = \varphi$ for only one set of distances (d_S , d_A , d_I) at a time. If these distances are not mutually adjusted, the actual visual angle β will differ from the virtual visual angle φ , causing angular magnification along the spectrum:

$$M_S = -\frac{\tan \beta}{\tan \varphi}. \quad (10)$$

(Conventionally, the minus sign indicates that, in the camera-obscura plane, the image is inverted.

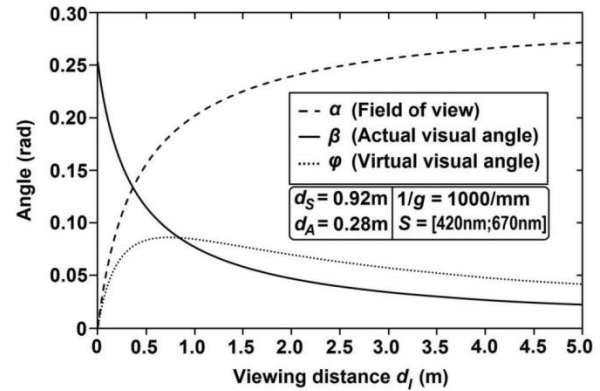


Fig. 2. Angles predicted for still-life situation. Parameters are the length of the spectroscopic grating G ($d_I \approx 0 \text{ m}$), its distance d_S from the scene, its grating period g , and the spectral range S . A viewer directly at the spectroscopic grating G ($d_I \approx 0 \text{ m}$) sees a wide spectrum ($\beta \approx 0.25 \text{ rad}$) of a single slit view ($\alpha \approx 0 \text{ rad}$). With increased viewing distance, the spectrum should become narrower while representing a wider field of view. At a distance $d_I \approx 0.8 \text{ m}$ from the grating G , where $\beta = \varphi$, the image should have correct proportions.

This inversion can be reversed via reflection, cf. Section 3.A.)

The magnification along the spectrum stems from a hybrid of two perspectives: In the slit-view plane, the perspective has its center of projection at the virtual viewer's position; see Fig. 1(b). In the camera-obscura plane, however, the center of projection is the aperture A ; see Fig. 1(a). The two perspectives become similar as the centers of projection approach each other. In other words, if objects at a distance d_S undergo a given magnification, more distant objects will undergo a similar magnification, provided that $(d_A + d_I)/d_S \rightarrow 0$. This is the case for distant scenes with small parallax, such as a landscape.

3. Setup Realizations and Observation Methods

A. Horizontal-Slit Spectroscope

To test our quantitative predictions, a horizontal-slit spectroscope—see Fig. 3(a)—was built from two large metal plates as a slit aperture (thickness: 1 mm, slit width $w = 1 \text{ mm}$), and a grating ($d_A = 28 \pm 0.2 \text{ cm}$; $1/g = 1000$ lines/mm, available at AstroMedia Germany, size ca. $14 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$, worth $7\text{€} \approx \$10$, held between two glass plates, each 1.5 mm thin). In front of it, a still life was set up. It was composed of a white paper strip with black, $2.0 \pm 0.5 \text{ mm}$ thick centimeter-scale marks, placed vertically at $d_S = 92 \pm 2 \text{ cm}$ for calculating the visual angle; a white modeling clay figure and a tilted, beige cup with blue ornaments for evaluating the three-dimensional effect; a Styrofoam ball for quantifying magnification along the spectrum; a toy police car for investigating parallax; and a black background for contrast. The still life was illuminated sideways with broadband white light from a nearby video projector (acer P7215; $S = [420 \pm 10 \text{ nm}; 670 \pm 10 \text{ nm}]$; luminous flux: 6000 lumens—caution: nearby objects may heat

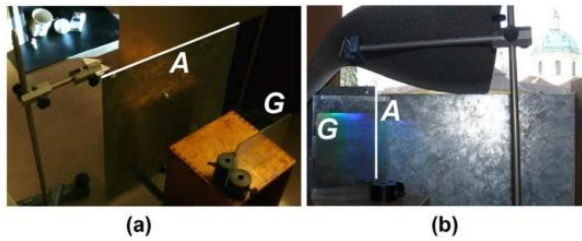


Fig. 3. Basic spectroscopes. A: slit aperture (emphasized by a white line); G: grating. (a) Horizontal-slit spectroscope (with mirror just above A) for still life at top left. (b) Vertical-slit spectroscope for basilica at top right.

up and melt or smolder). A narrow mirror was horizontally attached outside the spectroscope, just above the slit, to obtain an upright image; see Fig. 3(a).

To document how both the field of view and angular magnification vary with viewing distance, a Sony Ericsson phone camera MT15i was used (relative aperture: $f/2.4$; exposure time: $1/16$ s). Unlike a camera with a larger objective, the cell phone camera faithfully records the viewer's perspective. Experimental values for angular magnification M_S were calculated via the height-to-width ratio of the images of the Styrofoam sphere. The relative heights and widths were obtained in Microsoft Paint by fitting an ellipse onto each image and reading off the pixel numbers.

To investigate how the spectroscopic image changes when moving transverse to the slit, a Panasonic camera DMC-FZ50 (63 ± 1 cm behind the grating; relative aperture: $f/11$; exposure time: 6 s) was raised or lowered with wooden plates underneath it (each 22 ± 1 mm thick). The camera height h was defined to be zero where the complete still life was visible (up being positive).

To demonstrate the horizontal parallax of the spectroscopic image, it was photographed with the Panasonic camera (63 ± 1 cm behind the grating) from two positions 23 cm horizontally apart.

B. Vertical-Slit Spectroscope

To try the spectroscope with daylight, two metal plates were placed at the author's office window to form a vertical slit (width $w = 1$ mm, length $l = 46$ cm) before the grating ($1/g = 1000$ lines/mm; $d_A \approx 20$ cm). The setup was shielded against stray light; see Fig. 3(b). With a Panasonic DMC-FZ50 about 40 cm behind the grating (relative aperture: $f/11$; exposure time: 1 s), photos were taken through the spectroscope toward the basilica of Weingarten (its tower being 20 ± 2 m wide, centered at $d_S = 170 \pm 5$ m, as measured in Google Maps). Unlike in Section 3.A, no mirror was built into the spectroscopic system.

To test angular magnification at different object distances, a similar spectroscope was used ($d_A = 14 \pm 0.2$ cm, $1/g = 1000$ lines/mm, $w = 1$ mm) for convenient measurement of precise angles and distances on a table. (Again, no mirror was installed.) A wooden sphere (45 ± 1 mm in diameter) was

backlit by the video projector via a translucent screen. The distance from the sphere's center to the slit was decreased from $d_S = 100 \pm 0.5$ cm to $d_S = 12.5 \pm 0.5$ cm. Photos were taken with a Sony Ericsson phone camera MT15i at $d_I = 50 \pm 0.5$ cm (relative aperture: $f/2.4$; exposure time: $1/16$ s). To avoid overexposure, the video projector was dimmed by projecting gray with red, green, and blue components (R|G|B) = (127|127|127) instead of white (R|G|B) = (255|255|255). Experimental values for angular magnification M_S were calculated via the width-to-height ratio of the sphere's images.

4. Spectroscopic Image Results

A. Horizontal-Slit Spectra

As the viewing distance to the grating was increased, the abstract spectrum of a single slit view was transformed into a concrete image of the entire scene; see Fig. 4. The still life appeared correctly proportioned at a viewing distance $d_I = 85 \pm 5$ cm. Before that, it appeared vertically stretched ($|M_S| > 1$); see Figs. 4(a)–4(e). Beyond that, it appeared vertically squashed ($0 < |M_S| < 1$); see Fig. 4(f). At 2 m, the field of view was $\alpha = 220 \pm 20$ mrad, but the still life appeared contracted by one third ($|M_S| \approx 2/3$). The centimeter-scale marks always appeared evenly spaced.

Changing the viewing height revealed different spatial and spectral parts of the scene. Meanwhile, the perspective appeared fixed; see Fig. 5. Accordingly, no vertical parallax was observed.

Binocular vision through the horizontal-slit spectroscope felt natural and easy, producing sharp, 3D images. While the 2 mm thick scale marks were clearly visible, horizontal lines 1 mm thin were invisible. In the monochromatic direction, image sharpness was normal. The spectroscopic image had continuous horizontal parallax; see Fig. 6.

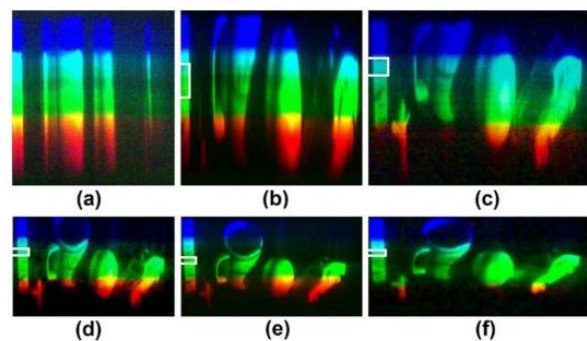


Fig. 4. Increasing the viewing distance d_I increases the field of view α while decreasing the absolute value of angular magnification $|M_S|$ (in the vertical direction). The scale (left) indicates α (1 unit = $1 \text{ cm} \pm 10 \text{ mrad}$, emphasized by a white frame). (a) $d_I = 0$ m; $\alpha \approx 0$. (b) $d_I = 10 \pm 0.5$ cm, $\alpha = 55 \pm 5$ mrad; $|M_S| = 4.75 \pm 0.1$. (c) $d_I = 20 \pm 0.5$ cm, $\alpha = 105 \pm 8$ mrad; $|M_S| = 2.9 \pm 0.1$. (d) $d_I = 50 \pm 1$ cm, $\alpha = 145 \pm 10$ mrad; $|M_S| = 1.72 \pm 0.05$. (e) $d_I = 75 \pm 1$ cm, $\alpha = 172 \pm 10$ mrad; $|M_S| = 1.27 \pm 0.05$. (f) $d_I = 100 \pm 1$ cm, $\alpha = 190 \pm 10$ mrad; $|M_S| = 0.93 \pm 0.03$.

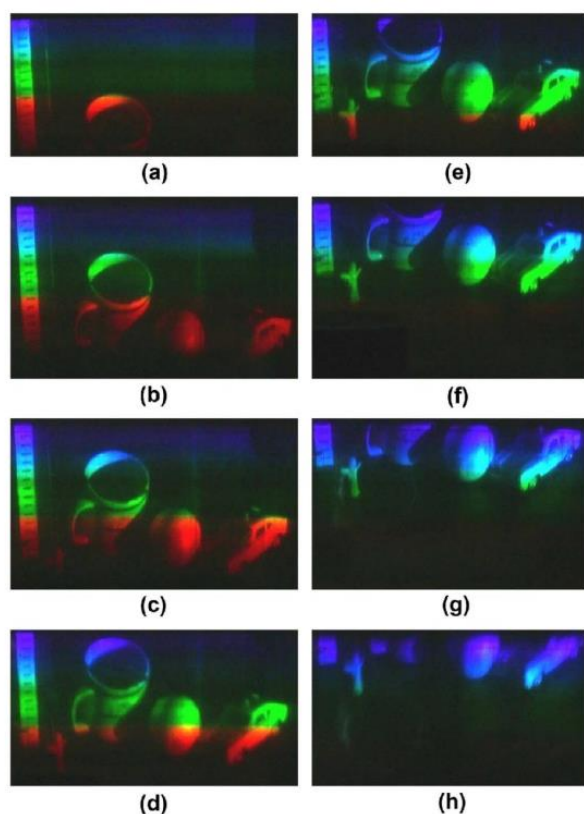


Fig. 5. Changing the viewing height h reveals different parts of the scene but from the same perspective. (a) $h = +8.8$ cm. (b) $h = +4.4$ cm. (c) $h = +2.2$ cm. (d) $h = 0$ (e) $h = -2.2$ cm. (f) $h = -4.4$ cm. (g) $h = -6.6$ cm (h) $h = -8.8$ cm.

B. Vertical-Slit Spectra

The basilica was clearly visible both under direct and diffuse sunlight. Even details—decorative molding on the tower, nearby scaffold bars—were resolved along both image axes, cf. Fig. 7. In the photographed spectroscopic image, the field of view was $\alpha = 10 \pm 1^\circ$ (based on the width and distance of the basilica tower).

Along the horizontal direction, each image spot had a fixed position on the grating, independent of the position of the viewer or the spectrum. Although the spectral color bands were slightly bent, cf. Figs. 7 and 8, the image had no spatial distortions.

With no mirror at the slit, left and right were reversed. Moving the head rightward moved the spectrum rightward, thereby shifting the view toward the

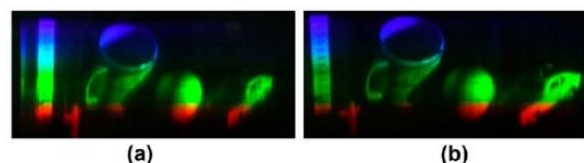


Fig. 6. Parallax parallel to the slit. (a) Left-eye view. (b) Right-eye view.

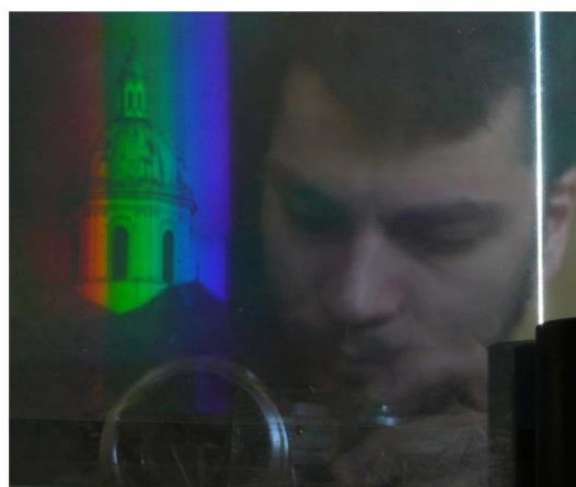


Fig. 7. High-resolution spectroscopic image of the basilica before the author's office window. The camera and photographer are reflected in the glass that holds the grating. The slit appears as a bright line on the right.

left part of the scene, and vice versa. Unlike monocular vision, binocular vision tended to produce double images and visual fatigue with the vertical-slit setup.

The absolute value of angular magnification $|M_S|$ increased with decreasing object distance. For a given viewing distance, correct proportions arose only at a specific object distance. A more distant object appeared horizontally squashed ($0 < |M_S| < 1$); see Figs. 8(a)–8(c). A closer object appeared horizontally stretched ($|M_S| > 1$); see Figs. 8(d) and 8(e); cf. Fig. 9. With no mirror in the spectroscopic system, left and right were reversed: When the object was moved to one side, its image moved to the other.

5. Discussion

A. Relation to Similar Imaging Systems

As predicted, a basic slit spectroscope displays a whole scene at once, if the viewer is not too close to the grating. Figuratively speaking, an image of the scene is carved from the spectrum of the light source. (Technically speaking, the spectrum of the light source is locally darkened according to the light absorption and shadow distribution in the observed scene.) We can understand this by relating the spectroscope to similar imaging systems.

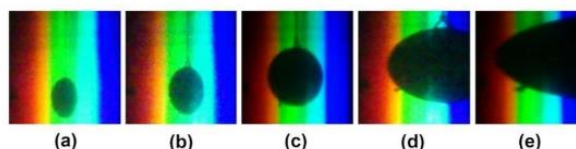


Fig. 8. The absolute value of angular magnification $|M_S|$ (along the horizontal direction) increases as the sphere's distance d_S to the slit is reduced, cf. Fig. 9. (a) $d_S = 100 \pm 0.5$ cm, (b) $d_S = 75 \pm 0.5$ cm, (c) $d_S = 50 \pm 0.5$ cm, (d) $d_S = 25 \pm 0.5$ cm, (e) $d_S = 12.5 \pm 0.5$ cm.

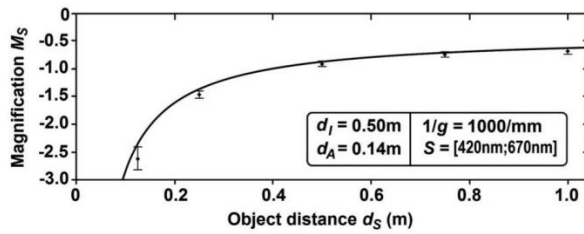


Fig. 9. Experimental values for angular magnification from Fig. 8 (data points with error bars for measurement uncertainties) confirm the theoretical values from Eq. (10) (solid line).

Without the slit, the scene behind the grating appears blurry in the first diffraction order [16,17]. Here, one sees a composite of mutually displaced, monochromatic images [3,18]. Each represents the complete scene from a different perspective [16]. Likewise, a slit between the scene and the grating is imaged at different positions, appearing blurry. Paradoxically, a sharp image of the scene emerges. Here, one sees a composite of mutually displaced, monochromatic slit images, cf. [19]. Each represents a different view through the slit.

We may reinterpret this setup as a modified camera obscura, cf. [14]. The slit acts as a series of pinholes, whereas the grating acts as a screen for a series of projections. However, the grating diffracts the rays only into wavelength-specific directions. Hence, each projection contributes only a linear, rainbow-colored segment to the spectroscopic image, as implied by Fig. 1(b).

Adding a grating in front of the spectroscope leads to a double-diffraction setup with a slit in between [20,21]. Whereas the front grating spectrally encodes different views of an object, the back grating spectrally decodes these as a depth-inverted image. A normal-depth image has previously been obtained by viewing the opposite diffraction order [22]. Now, we have produced normal-depth images by removing the front grating. This grating is neither essential for imaging nor necessary for magnifying an object along the spectrum. Both effects are achieved by the camera-obscura process at the slit. Conversely, parallax is reduced to the direction parallel to the slit because a camera-obscura projection has a fixed perspective.

Replacing the slit aperture with a linear light source behind the object leads to a 3D shadow display [23]. However, the spectroscope has three advantages: First, it is not limited to producing silhouettes. Second, it does not invert the object proportions from front to back, because it features camera-obscura projections instead of rear-projections. Third, the slit width can be adjusted for image sharpness.

Exchanging the slit with a linear Projected-Image Circumlineascopy (PICS) screen [19] leads to striking image similarities. First, moving transverse to the slit is analogous to moving the PICS screen transverse to the projection beam. Second, the width w_A of a spectrally decoded PICS image is proportional to the distance d_A from the linear screen to the

dispersive element. Similarly, on the spectroscopic grating, the width w_G of the spectrally decoded camera-obscura projection is proportional to the distance d_A from the slit to the grating.

Contrary to PICS [19], spectroscopic image proportions also depend on the viewing distance d_l , because the spectroscopic image is composed of viewpoint-specific slit views. For the same reason, the light from the slit lacks the mirror-immunity that is unique to PICS. This allowed us to reverse the image inversion along the spectrum; see Section 3.A.

B. Image Position, Accommodation, and Astigmatism

In the slit-view plane, the virtual image hovers at the same distance as the scene (based on accommodation, perspective, and parallax), cf. [17]. In the camera-obscura plane, however, a real projection lies on the grating. With a vertical-slit setup, the eyes must converge on the grating while accommodating beyond it. Double images and visual fatigue ensue. This cannot occur with a horizontal-slit setup, where the lines of sight converge at the distance of the scene.

Accidentally, the viewer may accommodate on the slit instead of the scene, as is intentionally done in a basic spectroscope when reading the wavelength scale against the spectrum [12]. Accommodating on the scene is easier in a horizontal-slit spectroscope. Here, horizontal parallax might give a focusing cue that is missing in a vertical-slit setup.

Astigmatism arises because light is diffracted only in the camera-obscura plane, cf. [21]. After diffraction, rays diverge at a different angle than before. Hence, the light bundle to the eye pupil has a different divergence angle in the camera-obscura plane than in the slit-view plane. A normal eye lens cannot bring such a bundle to a single focus. The astigmatism was inconspicuous because the divergence angle varies only slightly.

C. Limitations

To simplify the discussion of image geometry, we have assumed that the observed blue ray is orthogonal to the grating. Other viewing directions cause quantitative discrepancies. The experimental values are congruent with the theoretical values only because we tried to make our setups congruent with Fig. 1. We only treated setups where the grating is neither rotated nor tilted relative to the slit aperture.

Achieving the maximum field of view requires an infinite viewing distance, which cannot be achieved except with a lens system; see Section 5.D. At least, the correctly proportioned still-life image already represented 65% of the maximum field of view. Moreover, one can increase the effective field of view manifold by moving transverse to the slit, as Fig. 5 shows.

D. Suggested Applications

1. Emulation of Rainbow Holograms

The spectroscopic images have three things in common with (Benton) rainbow holograms [24].

First, they appear 3D. Second, they represent only one slit view if viewed with monochromatic light, yet a whole scene if viewed with broadband light. Third, they have motion parallax along the monochromatic direction.

Stereoscopic images emerge only with a horizontal-slit setup, where each eye sees the scene from a different angle. With a vertical-slit setup, the image is nonstereoscopic because it lacks horizontal parallax. Still, it looks 3D thanks to vertical motion parallax and variable accommodation.

Although basic spectroscopy is simpler than rainbow holography, even the setup geometry is similar. To emulate a 360° rainbow hologram [25–27], simply illuminate an object with a broadband light source and surround both with a cylindrical, horizontal-slit spectroscope. With 3D printing on the rise, this basic spectroscopy offers a cheap alternative to rainbow holography, especially for moving images. Even a 2D anaglyph image, through a vertical-slit spectroscope, appears as an autostereoscopic image (due to spectral decoding), as we will show elsewhere. Hologram emulations are applicable in entertainment, education, art, and advertisement.

2. A Fourth Technique of Hyperspectral Imaging

Each spectroscopic image represents a thin diagonal slice of a hyperspectral datacube, cf. Figs. 5 and 10. In the existing hyperspectral imaging techniques—nonscanning, spectral scanning, and spatial scanning—“the datacube is sliced along orthogonal dimensions” [28], see Figs. 10(a)–10(c). There has been no technique for diagonal slicing, “since it is not easy to rotate a slice within the cube” [28]. This gap was pointed out only a few years ago [28]. Since then, interference filters have been used to chop the cube into slanted slabs, but these slabs are undesirably short, thick, and uneven (with small spectral range and low spectral resolution) [29–31]. Closest to diagonal slicing is spectrally encoded endoscopy, but it yields only lines instead of planes [32]. Thus, the gap has remained [33], cf. [34–37]. To fill this gap, we introduce a fourth basic technique of hyperspectral imaging; see Fig. 10(d). For the proposed spatiospectral scanning, we simply move a camera transverse to the slit of a basic spectroscope; see Fig. 11.

The proposed spatiospectral scanning unites the complementary properties of spatial and spectral scanning. Whereas spectral scanning makes it easy to map the spectral data onto the spatial (x, y) coordinates, it requires a platform that does not move relative to the scene. Conversely, spatial scanning allows for a mobile platform, but the question is how to construct (from the slit spectra) a spatial (x, y) map of the scene, especially if the relative velocity of the platform varies over time.

Combining the individual strengths of spectral and spatial scanning, spatiospectral scanning compensates the corresponding weaknesses. Both static and mobile platforms are possible: Either the camera

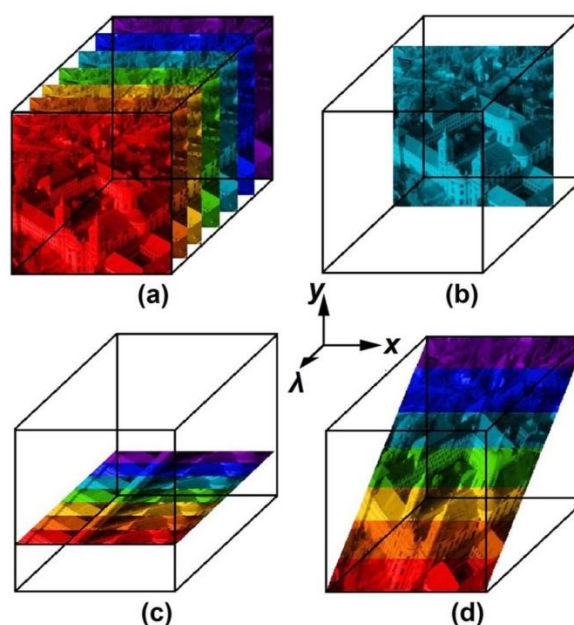


Fig. 10. Introducing a fourth hyperspectral imaging technique. The datacube represents two spatial dimensions (x, y) and one spectral dimension (λ) of a scene. (a) Nonscanning techniques produce a chromatically dispersed snapshot of the scene. (b) Spectral scanning techniques produce a temporal sequence of monochromatic images of the scene. (c) Spatial scanning techniques produce a temporal sequence of ordinary slit spectra for strips of the scene. (d) The proposed spatiospectral scanning technique produces a temporal sequence of spectrally coded images of the scene. Note: As the slit is widened, (d) becomes (a). As the viewing distance d_I approaches zero, (d) becomes (c), cf. Fig. 4.

alone or the entire system is moved transverse to the slit. Moreover, each image represents the scene in its two spatial dimensions, one of which is spectrally

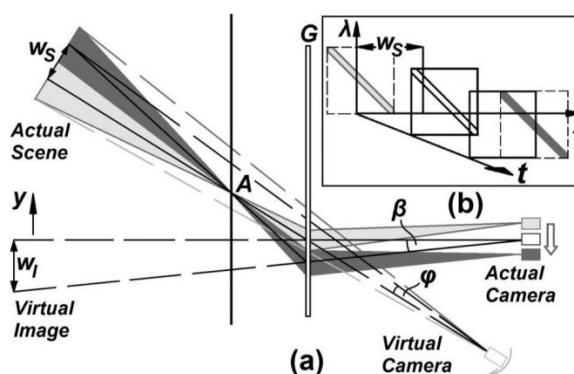


Fig. 11. Spatiospectral scanning, shown in the camera-obscura plane. (a) While the actual camera is moved transverse to the slit A, the recorded virtual images represent the actual scene as if photographed from the direction of a virtual camera that is tilted. If $\beta = \varphi$, the virtual image has the same width $w_l = w_s$ as the actual scene. (b) Shifting the camera produces a sequence (in time t) of diagonal slices of the hyperspectral datacube, as in Fig. 10(d), cf. Fig. 5; x -dimension not shown. Each symbolic shade of gray relates each image to the corresponding camera position and spectrally diverse light bundle in (a).

coded as $y = y(\lambda)$; see Fig. 10(d). Hence, the spectral data are easily mapped onto the objects in the scene, even if the scanning path is irregular or irretrievable. Tying spatial and spectral scanning together, spatio-spectral scanning is more flexible and reliable in application than either of the two alone.

Let us now discuss spatial and spectral resolution along the direction $y = y(\lambda)$ of the spectrum, based on Fig. 12. For practical purposes, we assume that the camera is at a distance d_I where the spectroscopic image is correctly proportioned ($\beta = \varphi$). For maximum spectral resolution, the camera needs to have a point-like entrance pupil [14,15], so we model it as a pinhole camera (neglecting diffraction).

The finite width w of the spectroscopic slit A causes an object point to be projected onto the grating G as an image spot of finite width Δw_G ; see Fig. 12. According to the intercept theorem, the width of each image spot is

$$\Delta w_G = \left(1 + \frac{d_A}{d_S \cos \gamma_B}\right) w. \quad (11)$$

The width Δw_G of each image spot causes a visual widening of each object point, which we will denote Δy . This visual widening Δy relates to the total width w_S of the scene (approximately) as the width Δw_G of an image spot relates to the total width w_G of the spectrally decoded projection on the grating (cf. Fig. 1):

$$\frac{\Delta y}{w_S} \simeq \frac{\Delta w_G}{w_G}. \quad (12)$$

The ratios from Eq. (12) become equal as the projection angle $\Delta \alpha$ in Fig. 12 approaches zero.

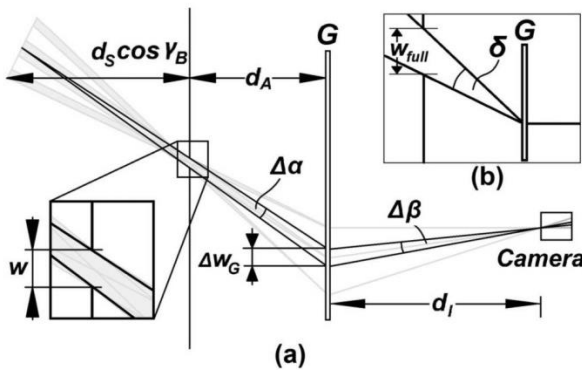


Fig. 12. Ray diagram for spatio-spectral resolution, cf. Fig. 1. (a) Rays from a single object point diverge (black) toward the grating, forming an image spot with an apparent size $\Delta \beta$ that determines spatial resolution. Simultaneously, rays from various object points converge (gray) toward a single point on the grating, thus determining spectral resolution. (b) Each ray that exits the grating has a spectral width that is proportional to the slit width w . If $w = w_{\text{full}}$, a single ray may comprise the full spectrum.

Combining Eqs. (11) and (12), we obtain the visual widening

$$\Delta y(\beta = \varphi) = \frac{d_S \tan \alpha}{d_I \tan \beta} \left(1 + \frac{d_A}{d_S \cos \gamma_B}\right) w. \quad (13)$$

By definition, two adjacent object points are resolved if their image spots overlap halfway. Accordingly, the smallest resolvable spatial feature has width

$$w_{\text{res}}(\beta = \varphi) := \frac{\Delta y}{2}. \quad (14)$$

Furthermore, the finite width w of the spectroscopic slit causes multiple rays to exit the grating as a single ray. Comprising multiple wavelengths, that single ray has a spectral width $\Delta \lambda$. Such a ray may be composed of the full spectrum $S = [\lambda_B; \lambda_R]$ if the relevant rays from the slit converge at about the dispersion angle δ ; see Fig. 12(b), cf. Eq. (7). This may happen if the slit has the full width

$$w_{\text{full}} \simeq \left[\tan \left(\arcsin \frac{\lambda_R}{g} \right) - \tan \left(\arcsin \frac{\lambda_B}{g} \right) \right] d_A. \quad (15)$$

Equation (15) becomes an equality for a ray that exits along the grating normal, based on Eq. (7). Narrowing the slit reduces the number of rays that may converge into a single ray. As Newton already argued in Proposition IV, Problem I of his *Opticks* [1], the spectral width relates to the full spectrum as the slit width relates to the full slit width:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda_R - \lambda_B} = \frac{w}{w_{\text{full}}}. \quad (16)$$

The spectral width $\Delta \lambda$ is roughly the same for all rays that exit the grating because dispersion is roughly linear, cf. Figs. 4, 7, and 8; cf. [12]. From Eqs. (15) and (16), we obtain the spectral width

$$\Delta \lambda(\beta = \varphi) := \frac{\lambda_R - \lambda_B}{\left[\tan \left(\arcsin \frac{\lambda_R}{g} \right) - \tan \left(\arcsin \frac{\lambda_B}{g} \right) \right] d_A} w. \quad (17)$$

Based on Eqs. (14) and (17), spectral resolution is directly proportional to spatial resolution. High spatio-spectral resolution is achieved with a narrow slit. In our still-life situation ($w = 1$ mm), the smallest resolvable spatial feature has width $w_{\text{res}} \approx 5$ mm, based on Eq. (14). (For obliquely incident light, the aperture's finite thickness makes the slit width effectively smaller than w . In our case, w_{res} is reduced to about 3 mm.) This explains why horizontal lines

narrower than the scale marks were invisible. In this example, the spectral width is $\Delta\lambda \approx 2$ nm, based on Eq. (17). Remember that Eqs. (14) and (17) are only valid for a camera with a point-like entrance pupil, such as a phone camera [14], a webcam [15], or a miniature surveillance camera. The formulas are still approximately correct for the human eye and for a camera with comparably small aperture. As with any hyperspectral imager, spatial and spectral resolutions vary with the width of the camera's entrance pupil, and the pixel resolution of the sensor.

If the camera alone is moved, all images have the same hybrid perspective (*cf.* Section 2.C), as in Fig. 5. After all, the virtual camera is merely tilted in the camera-obscure plane; see Fig. 11(a). The hybrid character is not noticeable if the scene has little parallax or if its depth is limited (compared to the average object distance d_S). Then—for all objects at once—the distance parameters d_A and d_I can be adjusted toward $|M_S| = 1$, using Eqs. (1)–(5), (9), and (10), as in Figs. 5 and 6. Such a stationary platform with a movable camera may be applicable in all areas of hyperspectral imaging, from biomedical imaging [14] to remote sensing, *cf.* [31].

If the spectroscope is moved together with the camera, the images will differ along the y -axis. After all, the slit is shifted transverse to the scene, creating different projections in the camera-obscure plane. The difference is not noticeable if the scene has little motion parallax. Hence, the mobile imaging platform is especially suitable for remote sensing.

The basic slit spectroscope may serve as a prototype for advanced imaging platforms. For example, collecting lenses and a direct-vision prism could be added, as in Fig. 13. Thanks to the lens system, the images would have normal (instead of hybrid) perspective, and the field of view would be equal to the dispersion angle of the prism, analogous to Eq. (7). Increased light throughput would minimize exposure time, thus maximizing the speed of data acquisition. By removing the prism, one could switch from spatio-spectral scanning to spatial scanning. In both scanning modes, the same amount of light would hit the sensor (only from different parts of the scene). These potential advancements highlight the simplicity, flexibility, and efficiency of spatio-spectral scanning.

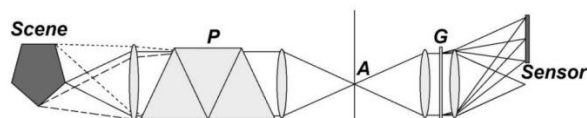


Fig. 13. Lens-based hyperspectral imager, modeled on the pin-hole-based slit spectroscope. Without prism P , a single strip of the scene (solid rays) is imaged, being dispersed by grating G into a slit spectrum on the sensor, as in [38]; *cf.* Fig. 10(c). With prism P , multiple strips of the scene (dashed rays) are spectrally encoded at aperture A , being decoded by grating G as a spatio-spectral image on the sensor, *cf.* Fig. 10(d).

6. Conclusion

Only now—three centuries after Newton's invention—have we discovered that a basic spectro-scope can display a whole scene at once. For this insight, we literally had to take a step back.

As we recede from the spectroscopic grating, the field of view increases toward the dispersion angle. Dispersion at the grating allows a viewer to peer through the slit in multiple directions at once. In other words, spectrally decoded camera-obscure projections compose a viewpoint-specific image. The rainbow-colored image has continuous parallax parallel to the slit, emulating a Benton hologram.

Moving transverse to the slit yields thin diagonal slices of a hyperspectral datacube. Therefore, we propose a spatio-spectral scanning technique for hyperspectral data acquisition. Both static and mobile platforms are applicable, and a spatial map of the scene is embedded in each spectrum. The narrower the spectroscopic slit, the higher the spatio-spectral resolution. Using a basic spectroscope as a prototype, advanced setups can be designed for the proposed spatio-spectral scanning technique.

Yielding a datacube, hyperspectral imaging is also called 3D spectroscopy. In hindsight, we may take this abstract term literally: Spectroscopy can produce concrete images with three spatial dimensions.

I am grateful to Prof. Dr. Florian Theilmann for inviting me in 2010 to explore spectra with him, for taking the photos for Figs. 4 and 8, and for commenting on the manuscript. I also thank Sebastian Hofmann and Marc Moosmann, who assisted me during some experiments. Moreover, I appreciate the reviewers' encouraging and constructive feedback. Finally, I thank Prof. Matthew Bershadsky for sharing his overview on 3D spectroscopy.

References

1. I. Newton, *Opticks: Or, a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light*, 4th ed. (Dover, 1979).
2. J. Browning, *How to Work with the Spectroscope. A Manual of Practical Manipulation with Spectroscopes of All Kinds* (Browning, 1882).
3. F. Theilmann and S. Grusche, "An RGB approach to prismatic colours," *Phys. Educ.* **48**, 750–759 (2013).
4. J.-P. Meyn, "Colour mixing based on daylight," *Eur. J. Phys.* **29**, 1017–1031 (2008).
5. N. Pahlevan, Z. Lee, C. Hu, and J. R. Schott, "Diurnal remote sensing of coastal/oceanic waters: a radiometric analysis for geostationary coastal and air pollution events," *Appl. Opt.* **53**, 648–665 (2014).
6. K. Chance, "Spectroscopic needs for atmospheric pollution measurements from space," in *AIP Conference Proceedings*, E. Roueff, ed. (AIP, 2007), pp. 13–18.
7. M.-F. Nieva and S. Simón-Díaz, "The chemical composition of the Orion star forming region," *Astron. Astrophys.* **532**, A2 (2011).
8. A. Cortesi, M. Arnaboldi, L. Coccatto, M. R. Merrifield, O. Gerhard, S. Bamford, A. J. Romanowsky, N. R. Napolitano, N. G. Douglas, K. Kuijken, M. Capaccioli, K. C. Freeman, A. L. Chies-Santos, and V. Pota, "The Planetary Nebula Spectrograph survey of S0 galaxy kinematics," *Astron. Astrophys.* **549**, A115 (2013).

9. P. Figueira, F. Pepe, C. H. F. Melo, N. C. Santos, C. Lovis, M. Mayor, D. Queloz, A. Smette, and S. Udry, "Radial velocities with CRIRES," *Astron. Astrophys.* **511**, A55 (2010).
10. M. Franz and R. Schlichenmaier, "The velocity fields of sun-spot penumbrae," *Astron. Astrophys.* **508**, 1453–1460 (2009).
11. W. W. Luo and H. J. Gerritsen, "Seeing the Fraunhofer lines with only a diffraction grating and a slit," *Am. J. Phys.* **61**, 632–635 (1993).
12. K. Thompson, "An easy-to-build spectroscope," *Phys. Educ.* **31**, 382–385 (1996).
13. J. Nemecek, "OSA E-Day 2008: a simple spectroscope," <https://www.youtube.com/watch?v=jaoEmc7kQSI>.
14. Z. J. Smith, K. Chu, A. R. Espenson, M. Rahimzadeh, A. Gryshuk, M. Molinaro, D. M. Dwyre, S. Lane, D. Matthews, and S. Wachsmann-Hogju, "Cell-phone-based platform for biomedical device development and education applications," *PlosOne* **6**, e1570 (2011).
15. R. D. Lorenz, "A simple webcam spectrograph," *Am. J. Phys.* **82**, 169–173 (2014).
16. J. J. Lunazzi, "Holophotography with a diffraction grating," *Opt. Eng.* **29**, 15–18 (1990).
17. M. Müller and L.-H. Schön, "Virtuelle Beugungsbilder am Gitter," in *Didaktik der Physik. Frühjahrstagung Münster*, H. Groetzschach and V. Nordmeier, eds. (PhyDid B, 2011) pp. 1–9.
18. J. Dong and W. Zhang, "Imaging of virtual objects with a plane periodic grating," *Opt. Lett.* **34**, 3232–3234 (2009).
19. S. Grusche, "Spectral synthesis provides two-dimensional videos on a one-dimensional screen with 360°-visibility and mirror-immunity," *Appl. Opt.* **53**, 674–684 (2014).
20. J. J. Lunazzi and N. I. R. Rivera, "Pseudoscopic imaging in a double diffraction process with a slit," *Opt. Express* **10**, 1368–1373 (2002).
21. J. J. Lunazzi and N. I. R. Rivera, "Pseudoscopic imaging in a double diffraction process with a slit: critical point properties," *J. Opt. Soc. Am. A* **23**, 1021–1026 (2006).
22. J. J. Lunazzi, N. I. R. Rivera, and D. S. F. Magalhães, "Imaging with two spiral diffracting elements intermediated by a pinhole," *J. Opt. Soc. Am. A* **25**, 1091–1097 (2008).
23. J. J. Lunazzi and N. I. R. Rivera, "3D imaging with a linear light source," in *AIP Conference Proceedings*, N. U. Wetter and J. Frejlich, eds. (AIP, 2008), pp. 677–680.
24. S. Benton, "Hologram reconstructions with extended incoherent sources," *J. Opt. Soc. Am.* **59**, 1545–1546 (1969).
25. R. Sato and K. Murata, "Cylindrical rainbow hologram," *Appl. Opt.* **24**, 2161–2165 (1985).
26. M. Vannoni, V. Greco, and G. Molesini, "One-step 360° rainbow holography with two spherical mirrors," *Appl. Opt.* **40**, 633–635 (2001).
27. B. J. Jackin and T. Yatagai, "360° reconstruction of a 3D object using cylindrical computer generated holography," *Appl. Opt.* **50**, H147–H152 (2011).
28. M. A. Bershady, "3D spectroscopic instrumentation," in *3D Spectroscopy in Astronomy*, E. Mediavilla, S. Arribas, M. Roth, J. Cepa-Nogué, and F. Sánchez, eds. (Cambridge University, 2010), pp. 87–125.
29. M. Gunn, D. Barnes, C. R. Cousins, D. Langstaff, L. Tyler, S. Pugh, D. Pullan, and A. D. Griffiths, "A method of extending the capabilities of multispectral interference-filter cameras for planetary exploration and similar applications," in *Proceedings of University of Strathclyde's Second Annual Academic Hyperspectral Imaging Conference*, S. Marshall, ed. (University of Strathclyde, 2012), pp. 108–113.
30. N. Tack, A. Lambrechts, P. Soussan, and L. Haspeslagh, "A compact, high-speed, and low-cost hyperspectral imager," *Proc. SPIE* **8266**, 82660Q (2012).
31. B. Delauré, B. Michiels, J. Biesemans, S. Livens, and T. Van Achteren, "The geospectral camera: a compact and geometrically precise hyperspectral and high spatial resolution imager," in *ISPRS Archives*, C. Heipke, K. Jacobsen, F. Rottensteiner, and U. Sörgel, eds., Volume **XL-1/W1** (ISPRS, 2013), pp. 69–74.
32. A. Abramov, L. Minai, and D. Yelin, "Spectrally encoded spectral imaging," *Opt. Express* **19**, 6913–6922 (2011).
33. M. A. Bershady, Department of Astronomy, University of Wisconsin, 475 North Charter Street, Madison, Wisconsin 53706 (personal communication, 2014).
34. N. Hagan and M. W. Kudenov, "Review of snapshot spectral imaging technologies," *Opt. Eng.* **52**, 090901 (2013).
35. Q. Li, X. He, Y. Wang, H. Liu, D. Xu, and F. Guo, "Review of spectral imaging technology in biomedical engineering: achievements and challenges," *J. Biomed. Opt.* **18**, 100901 (2013).
36. G. Lu and B. Fei, "Medical hyperspectral imaging: a review," *J. Biomed. Opt.* **19**, 010901 (2014).
37. Z. Xiong, D.-W. Sun, X.-A. Zeng, and A. Xie, "Recent developments of hyperspectral imaging systems and their applications in detecting quality attributes of red meats: a review," *J. Food Eng.* **132**, 1–13 (2014).
38. G. Høye and A. Fridman, "Mixel camera: a new push-broom camera concept for high spatial resolution keystone-free hyperspectral imaging," *Opt. Express* **21**, 11057–11077 (2013).

7 Gesamtdiskussion

7.1 Zusammentragung der Einzelergebnisse

In den vorgelegten Manuskripten haben wir einen bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie entwickelt, der einen Übergang von der Sicht der Lernenden zur Sicht der Forschenden ermöglicht. In den Manuskripten 1 bis 5 haben wir einen bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung entwickelt (Abbildung 48).

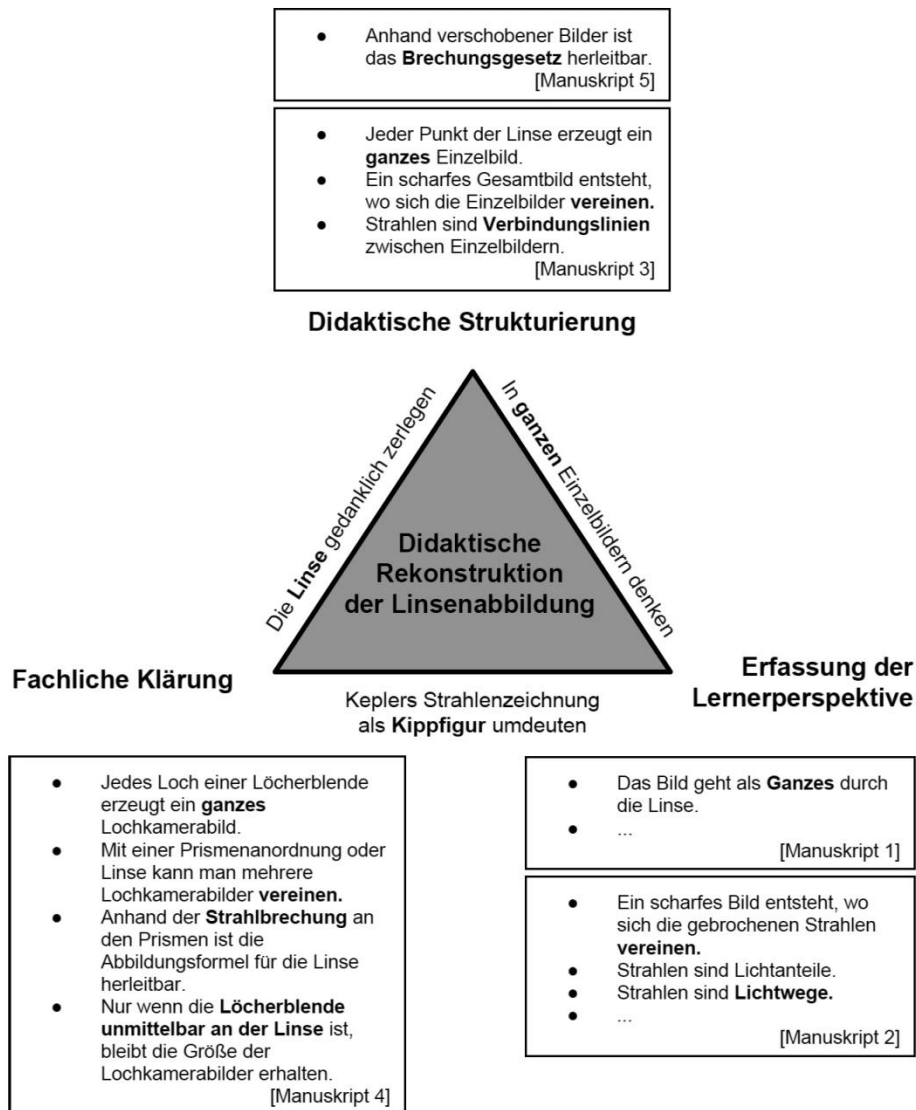
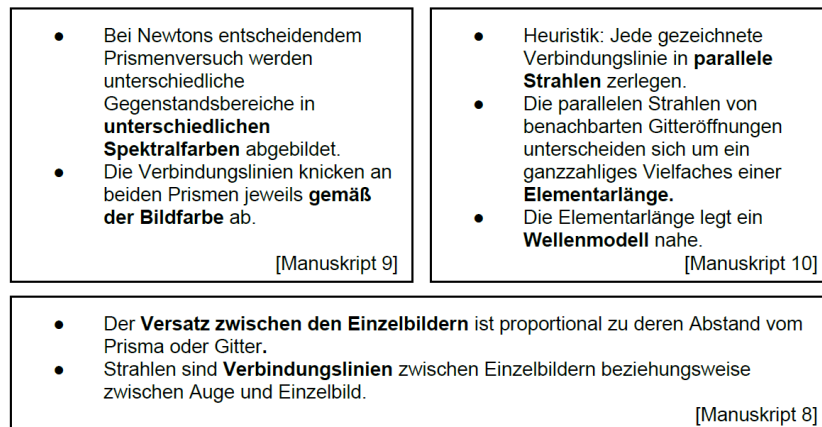


Abb. 48: Beiträge der Manuskripte 1 bis 5 zur Didaktischen Rekonstruktion der Linsenabbildung. (Aus Platzgründen sind in dieser Abbildung nicht alle Vorstellungen der Lernenden aufgelistet.)



Didaktische Strukturierung

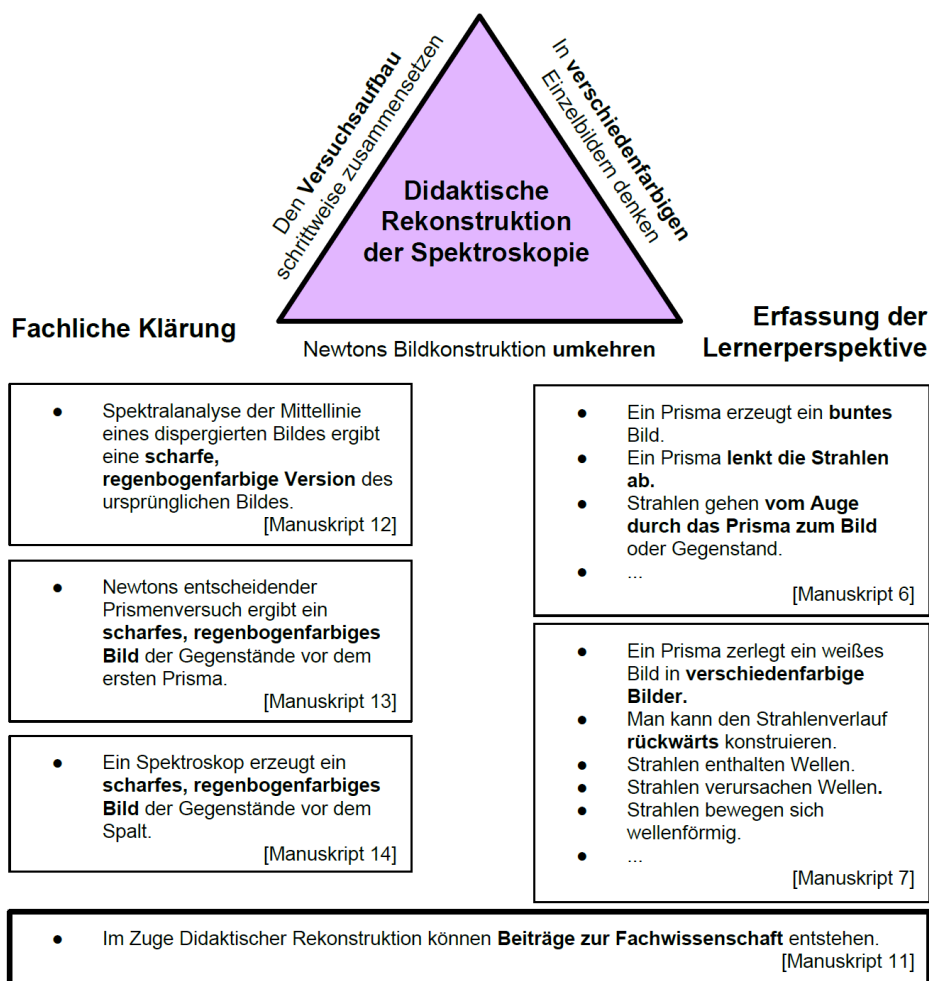


Abb. 49: Beiträge der Manuskripte 6 bis 14 zur Didaktischen Rekonstruktion der Spektroskopie. (Aus Platzgründen sind in dieser Abbildung nicht alle Vorstellungen der Lernenden aufgelistet.)

In den Manuskripten 6 bis 10 haben wir einen bildbasierten Zugang zur Spektroskopie entwickelt (Abbildung 49). In den Manuskripten 11 bis 14 haben wir gezeigt, dass aus

der Didaktischen Rekonstruktion fachwissenschaftliche Erkenntnisse hervorgehen können.

Im Folgenden tragen wir aus den einzelnen Manuskripten zusammen, wie wir den bildbasierten Zugang entwickelt und angewandt haben.

7.1.1 Ergebnisse aus Manuskript 1

In Manuskript 1 haben wir die Sicht von Schülerinnen und Schülern auf die Linsenabbildung nachvollzogen. Neben bekannten Schülervorstellungen haben wir Ergebnisse aus eigenen Fragebögen und Vermittlungsexperimenten zusammengetragen. Dadurch konnten wir den bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung (Manuskript 3) an die Sicht der Schülerinnen und Schüler anpassen.

Aus nationalen und internationalen Studien der letzten drei Jahrzehnte geht hervor, dass Schülerinnen und Schüler eine holistische Sicht auf die Linsenabbildung haben. Demnach löst sich ein Bild vom Gegenstand ab und geht als Ganzes durch die Linse zum Schirm. Durch strahlenbasierten Optikunterricht wird an dieser Schülervorstellung wenig geändert. Vielmehr vermischen die Schülerinnen und Schüler ihr bildhaftes Denken mit dem Strahlenbegriff: Sie stellen sich vor, dass von jedem Gegenstandspunkt jeweils ein Strahl ausgeht, der den entsprechenden Bildpunkt durch die Linse zum Schirm trägt.

Anhand von Fragebögen und Vermittlungsexperimenten (*Teaching Experiments*) haben wir Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern der siebten Jahrgangsstufe erfasst. Auch hier fanden wir eine überwiegend holistische Sicht, bei der das Bild als Ganzes betrachtet wird und noch nicht gedanklich in einzelne Punkte aufgeteilt wird.

In den Fragebögen (Anhang C) kreuzten die meisten Lernenden an, dass bei teilweiser Abdeckung der Linse das Bild teilweise verschwindet. Ebenso kreuzten die meisten an, dass unterschiedlich entfernte Gegenstände bei derselben Schirmposition scharf abgebildet werden könnten. Die Lernenden kannten die Linse dafür, dass sie vergrößern oder verkleinern kann, als Sehhilfe genutzt wird und in einer Kamera zur Bildaufnahme dient. Unter dem Wort „Strahl“ verstanden die Schülerinnen und Schüler entweder ein Lichtgebilde (analog zum Wasserstrahl) oder einen Lichtbestandteil (analog zu Newtons Strahlenbegriff).

In den Vermittlungsexperimenten erklärten die Schüler den Versuch zur Linsenabbildung anhand ihrer Alltagserfahrungen vom Sehen, Fotografieren und Filmen. Stellenweise führten sie die Abbildungswirkung auf Lichtablenkung zurück. Mithilfe einer Löcherblende an der Linse (Manuskript 3) deuteten sie die Linsenabbildung als Überlagerung von Einzelbildern des Gegenstands.

Für einen gegebenen Gegenstand und dessen Einzelbilder zeichneten die meisten Schüler jeweils einen Strahl durch jedes Loch der Löcherblende an der Linse. Hierbei verbanden sie Punkte des Gegenstandes und des zugehörigen Einzelbildes meist nur will-

kürlich. Deshalb müsste die Lehrperson vorher klären, dass man einen bestimmten Punkt des Gegenstands mit dem zugehörigen Punkt im Einzelbild verbinden soll. Zumindest einem der sechs Schüler war dies ohne Hilfe klar. Ihm gelang es, eine bildbasierte Strahlenzeichnung anzufertigen, die aus wissenschaftlicher Sicht einwandfrei ist.

Beim Anfertigen der Strahlenzeichnungen wussten nicht alle Schüler, dass *Licht ins Auge* geht. Manche Schüler stellten sich vor, dass *Licht aus dem Auge* käme. Ein Schüler dachte sogar, dass überhaupt *kein Licht* zwischen Schirm und Auge nötig wäre, um die Einzelbilder auf dem Schirm sehen zu können.

7.1.2 Ergebnisse aus Manuskript 2

In Manuskript 2 haben wir die Sicht von Studierenden auf die Linsenabbildung nachvollzogen. Ergänzend zu früheren Studien haben wir eigene Vermittlungsexperimente durchgeführt, um den bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung (Manuskript 3) auf die Sicht der Studierenden abzustimmen.

In bisherigen Studien hat man bei Studierenden im Wesentlichen drei Denkfiguren gefunden:

1. *Holistisches Bild*. Ein ganzes Bild bewegt sich vom Gegenstand durch die Linse.
2. *Bild-Projektion*. Ein einzelner Strahl geht von einem Gegenstandspunkt durch die Linse zum entsprechenden Bildpunkt.
3. *Punktweise Abbildung*. Licht, das von einem Gegenstandspunkt divergiert, wird durch die Linse in einem Bildpunkt zusammengeführt.

Die Denkfigur *Holistisches Bild* ist schon bei Schülerinnen und Schülern zu finden. Die Denkfigur *Bild-Projektion* entsteht oft beim Übergang von der Schülersicht zur wissenschaftlichen Denkfigur *Punktweise Abbildung*.

In Vermittlungsexperimenten mit unserem bildbasierten Zugang (Manuskript 3) haben wir bei Studierenden der Physikdidaktik alle bisher bekannten Denkfiguren wiedergefunden. Innerhalb der Denkfigur *Bild-Projektion* haben wir jedoch zwei Ausprägungsformen erfasst:

Als wir ein normales Linsenbild erzeugten, nutzten Studierende typischerweise die Denkfigur *Linsenbild-Projektion*. Demnach geht ein einzelner Strahl von jedem Gegenstandspunkt durch die Linse zum Linsenbild.

Sobald wir die Linse mit einer Löcherblende abdeckten, gingen die Studierenden zur Denkfigur *Einzelbild-Projektion* über. Demnach geht ein einzelner Strahl von jedem Gegenstandspunkt durch einen gegebenen Linsenpunkt zum entsprechenden Punkt im Einzelbild.

Zusätzlich haben wir die Denkfigur *Welleninterferenz* gefunden. Demnach entstehen Schärfe und Unschärfe durch die Verstärkung und Auslöschung von Lichtwellen. Wir haben diese Denkfigur aber nicht weiter berücksichtigt, da es uns auf den Zusammenhang zwischen Bildern und Strahlen ankam.

Mithilfe unseres bildbasierten Zugangs (Manuskript 3) gelang es den Studierenden, von einer überwiegend holistischen Sicht zur wissenschaftlichen Sicht überzugehen: Wir beobachteten einen Konzeptwechsel von der Denkfigur *Holistisches Bild* über die Denkfigur *Linsensbild-Projektion* zur Denkfigur *Einzelbild-Projektion*.

Wie in einer Kippfigur kann man von der wissenschaftlich angemessenen Denkfigur *Einzelbild-Projektion* zur wissenschaftlich etablierten Denkfigur *Punktweise Abbildung* übergehen. Man braucht jedoch genügend Zeit, um die Kippfigur als solche zu erkennen.

Um die vielfältigen Konzepte und Interessen der Studierenden zu berücksichtigen, kann die Lehrperson den bildbasierten Zugang durch weitere Lernangebote ergänzen.

Manche Studierende stellen sich vor, dass der Blick vom Schirm zur Linse der Ansicht auf dem Schirm entspricht. Lässt man sie diese Annahme experimentell überprüfen, können sie etwas anderes feststellen: Die Linse erscheint vollständig gefüllt in jener Farbe, die der jeweilige Bildpunkt auf dem Schirm hat. In diesem Fall kann man Strahlen hinter der Linse als Verbindungslinien zwischen dem Bildpunkt und dem Linsenquerschnitt einführen. An dieser Stelle erweist sich der bildoptische Zugang von Maier (1986)—anknüpfend an Keplers Konzepte *Sicht vom Schnittpunkt* und *Strahlen vom Auge* (siehe Abschnitt 4.1)—als wertvolle Ergänzung zu unserem bildbasierten Zugang.

Manche Studierende interessieren sich auch für die Unschärfekreise im Bild. Indem man die Blendenform der Linse verändert, kann man sehen, dass unscharf abgebildete Lichtpunkte zu scharfen Bildern der Linsenöffnung werden. In diesem Fall kann man Strahlen hinter der Linse als Verbindungslinien zwischen der Linsenöffnung und ihren Bildern einführen.

In unseren Vermittlungsexperimenten benutzten Studierende das Wort „Strahl“ für einen Lichtweg, für ein Lichtteilchen oder für einen Lichtfluss. Wie kann die Lehrperson mit ihren Studierenden die Bedeutung des Wortes „Strahl“ im Seminar aushandeln?

Zuerst lässt die Lehrperson die Studierenden die Einzelbilder vor und hinter der Linse miteinander verbinden. An dieser Stelle genügt es, von „Verbindungslinien“ zu sprechen. Im Anschluss erklärt die Lehrperson, dass diese Verbindungslinien von modernen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern „Strahlen“ genannt werden. Diejenigen Studierenden, die sich *entlang* dieser Verbindungslinien „Strahlen“ im Sinne von bewegten Lichtteilchen, Lichtwellen oder sonstigen Lichtströmen vorstellen, dürfen dies der Anschaulichkeit halber tun. Sie müssen sich aber bewusst sein, dass es sich dabei

um persönliche Deutungen mit kreativem, zweckgebundenem und hypothetischem Charakter handelt, also um Modellvorstellungen.

7.1.3 Ergebnisse aus Manuskript 3

In Manuskript 3 haben wir einen bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung entwickelt. Dieser Zugang ermöglicht einen Übergang von der ganzheitlichen Denkfigur der Lernenden zur punktweisen Denkfigur von Kepler.

Um diesen Zugang fachgemäß und schülergemäß zu gestalten, haben wir Johannes Keplers Strahlenzeichnung—wie eine Kippfigur—aus der holistischen Sicht der Lernenden (Manuskripte 1-2) umgedeutet.

Demnach erzeugt jeder Punkt der Linse ein ganzes Bild. Das jeweilige Bild stellt die Aussicht vom zugehörigen Linsenpunkt dar. Die Linsenabbildung entspricht also einer Überlagerung von perspektivisch verschiedenen Einzelbildern. Die Einzelbilder offenbaren wir, indem wir an die Linse eine Löcherblende setzen.

Um von den beobachtbaren Bildern zu den hinzugedachten Strahlen zu führen, haben wir einen vierschrittigen Unterrichtsgang vorgeschlagen:

1. Beobachtung der Einzelbilder und ihrer Überlagerung zum scharfen oder unscharfen Gesamtbild.
2. Simulation der Linsenabbildung als Überlagerung von Einzelbildern unterschiedlicher Perspektive.
3. Verbindung der Einzelbilder mithilfe geometrischer Strahlen.
4. Strahlenkonstruktion des Gesamtbildes anhand von Einzelbilder-Pyramiden.

Für den ersten Schritt gehen die Lernenden vom eigenen Auge zu einem einfachen Augenmodell aus Linse und Schirm über. Dadurch können sie ihre Alltagserfahrungen vom Sehen sowie Filmen und Fotografieren nutzen und erweitern.

Für den zweiten Schritt können die Lernenden eigene Bildfolien zeichnen und dabei ganzheitlich lernen. Als Demonstrationsversuch eignet sich die Überlagerung mehrerer Beamerprojektionen mithilfe einer Spiegelanordnung am Projektor.

Für den dritten Schritt werden die Einzelbilder *hinter* der Linse auf einem *transluzenten* Schirm nachgezeichnet oder vermessen und in eine maßstabsgetreue Seitenansicht übertragen, damit sie miteinander verbunden werden können. Erst ein halbes Jahr nach Veröffentlichung des Manuskripts wurde uns klar, dass ein ähnliches Verfahren für die Einzelbilder *vor* der Linse umsetzbar ist: Hierfür wird die Aussicht vom jeweiligen Linsenpunkt auf einem *transparenten* Schirm nachgezeichnet oder vermessen. Dies ist in Anlehnung an Albrecht Dürers Sicht auf perspektivische Bilder (Abschnitt 4.7).

Für den vierten Schritt haben wir eine bildbasierte Konstruktionsmethode entwickelt. Sie beinhaltet die strahlenbasierte Konstruktionsmethode als Spezialfall und knüpft an mehrere Schülervorstellungen zum Sehen und zur Linsenabbildung an.

Ein halbes Jahr nach Veröffentlichung des Manuskripts ist uns eine Vereinfachung der bildbasierten Konstruktionsmethode eingefallen (Abbildung 50). Diese Vereinfachung beruht auf Parallelität und Rotationssymmetrie: Gemessen in der vorderen Brennebene sind die Abstände der Randstrahlen von der horizontalen Hilfslinie (Manuskript 3) genauso groß wie die Abstände der parallel dazu verlaufenden Mittelpunktstrahlen von der optischen Achse (Abbildung 50(b)). Diese Abstände lassen sich in die hintere Brennebene übertragen, indem man die rotationssymmetrischen Mittelpunktstrahlen bis dort hin verlängert.

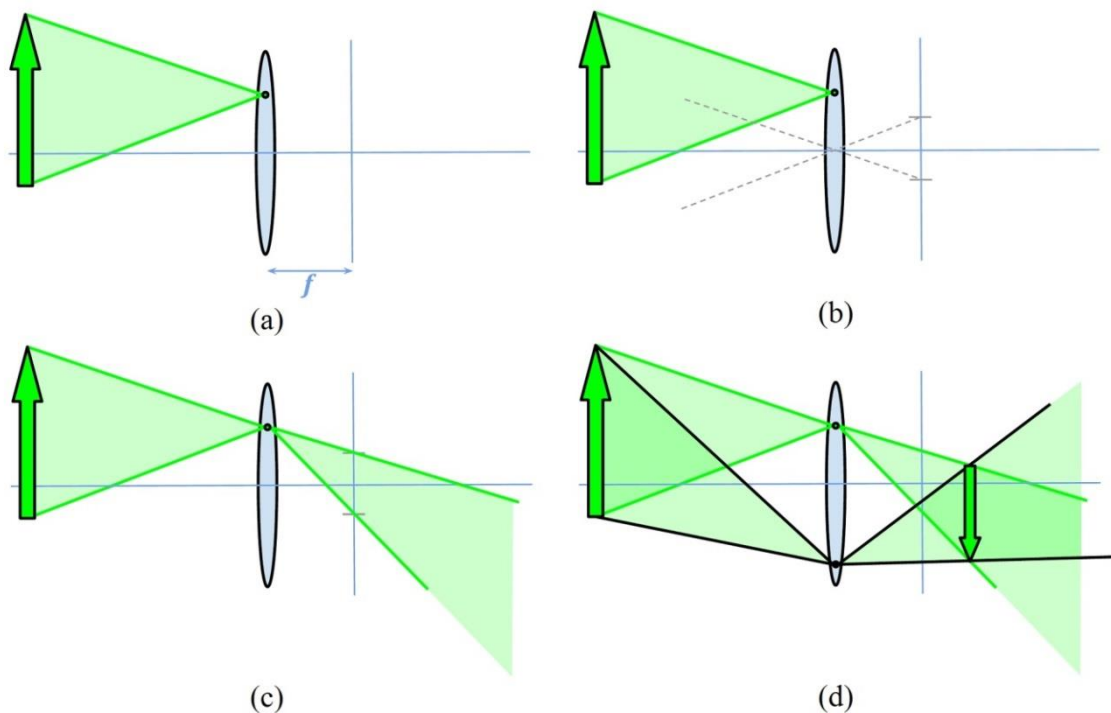


Abb. 50: Konstruktion zur Linsenabbildung anhand von Einzelbilder-Pyramiden, unter Nutzung von Parallelverschiebungen der Randstrahlen zum Linsenmittelpunkt. Die vier Konstruktions-schritte sind in (a)-(d) dargestellt. Tipp: Noch einfacher wird die Konstruktion, wenn man beim vierten Schritt als Spitze der Einzelbilder-Pyramiden nicht irgendeinen, sondern den mittleren Linsenpunkt wählt, weil dort die Verbindungslinien nicht abknicken.

Deshalb kommt man auch *ohne horizontale Hilfslinie* und *ohne Messen in den Brennebenen* aus, wenn man sich einer Parallelverschiebung bedient:

1. Für einen beliebigen Punkt einer Konvexlinse zeichnet man die Randstrahlen der Einzelbilder-Pyramide vor der Linse (Abbildung 50(a)).
2. Man führt eine Parallelverschiebung zum Linsenmittelpunkt durch und verlängert die parallelverschobenen Randstrahlen bis zur hinteren Brennebene, um das dortige Einzelbild zu erhalten (Abbildung 50(b)).

3. Man verbindet das Einzelbild aus der hinteren Brennebene mit dem Linsenpunkt, um die gesamte Einzelbilder-Pyramide hinter der Linse zu erhalten (Abbildung 50(c)).
4. Man wiederholt die Schritte 1 bis 3 für einen anderen Linsenpunkt, um das Gesamtbild anhand der Überschneidung der Einzelbilder-Pyramiden zu erhalten (Abbildung 50(d)).

Analog dazu kann man eine Konstruktionsmethode für die Konkavlinse herleiten.

Unsere Simulation der Linsenabbildung hat ein Gegenstück in der computergestützten Bilderfassung: Beim *Synthetic Aperture Imaging* (SAI) überlagert man Digitalfotos von mehreren Kamerapositionen. Anhand der unterschiedlichen Perspektiven kann man nicht nur Bilder mit Unschärfebereichen erzeugen, sondern auch Gegenstände virtuell rekonstruieren. Beim SAI ist die Geometrie des Bildraumes und seiner Strahlen jedoch anders als bei der Linsenabbildung. (Eine ausführliche fachliche Klärung ist in Abschnitt 4.2 zu finden.)

In anderen Unterrichtsgängen wird manchmal gezeigt, dass man mit einer Linse mehrere Lochkamerabilder überlagern kann, vgl. Manuskript 4. Im bildbasierten Zugang wird hingegen gezeigt, dass jeder Linsenpunkt ein ganzes Bild erzeugt.

7.1.4 Ergebnisse aus Manuskript 4

In Manuskript 4 haben wir einen strahlenbasierten Zugang zur Linsenabbildung kommentiert, bei dem dieselbe Grundidee genutzt wird wie bei unserem bildbasierten Zugang (Manuskript 3).

Zeitgleich und unabhängig von uns haben nämlich die Physikdidaktiker Ziegler und Priemer einen Unterrichtsgang entwickelt, bei dem die Linsenabbildung ebenso als Überlagerung von Einzelbildern aufgefasst wird. Allerdings haben sie bei ihrem strahlenbasierten Zugang fachwissenschaftliche Aussagen verknüpft, die beim bildbasierten Zugang gar nicht vorkommen:

- Mit einer Löcherblende kann man mehrere scharfe, aber lichtschwache Lochkamerabilder erzeugen.
- Mit einer Prismen-Anordnung hinter der Löcherblende kann man die lichtschwachen Lochkamerabilder zu einem hellen Bild zusammenführen.
- Je mehr Löcher die Löcherblende hat, desto zahlreicher und kleiner müssen die einzelnen Prismen für die Überlagerung der Lochkamerabilder sein.
- Durch gedankliches Auflösen der Löcherblende und Verfeinern der Prismen-Anordnung erhält man eine Linse, die ein helles, scharfes Bild erzeugt.
- Indem man die Ablenkung eines Strahls an jeweils einem der Prismen berechnet, erhält man die Linsengleichung.

Anders als bei unserem bildbasierten Zugang haben Ziegler und Priemer bei ihren strahlenbasierten Berechnungen nur jeweils einen Strahl von einem Punkt des Gegenstandes betrachtet. Mit ihrer punktweisen Betrachtung haben sie zwar den Bildort berechnet, nicht aber die Bildgröße. Bei ihren Strahlenzeichnungen haben sie daher das Bild in der falschen Größe dargestellt. Zudem haben sie ein wichtiges Phänomen nicht beschrieben: Die Größe der Lochkamerabilder bleibt zwar bei Prismen erhalten, wird aber durch eine Linse im Allgemeinen verändert.

Um die Größenänderung bildbasiert zu verstehen, haben wir geschaut, wohin eine Linse beziehungsweise ein Prisma die Löcherblende abbildet.

Beim Blick durch ein *Prisma* mit kleinem Keilwinkel wird die Ansicht im Wesentlichen nur seitlich verschoben. Dementsprechend ist das virtuelle prismatische Bild eines Loches ungefähr genauso weit entfernt vom Prisma wie das Loch selbst. Deshalb ist ein Lochkamerabild auf dem Schirm mit Prisma ebenso groß wie ohne. Dies wird besonders deutlich, wenn man das virtuelle prismatische Bild eines Loches mit dem entsprechenden Lochkamerabild auf dem Prisma geradlinig verbindet und die Verbindungslinien bis zum Schirm hin verlängert: Das somit konstruierte Schirmbild ist ungefähr so groß wie ein normales Lochkamerabild, das man anhand von Verbindungslinien vom Gegenstand durchs Loch zum Schirm konstruiert.

Eine *Linse* hingegen bildet ein Loch im Allgemeinen in einem anderen Abstand ab. Folglich verschiebt eine Linse die Lochkamerabilder nicht nur, sondern ändert auch deren Größe auf dem Schirm. Dies wird wiederum besonders deutlich, wenn man das Linsenbild des jeweiligen Loches mit dem entsprechenden Lochkamerabild auf der Linse geradlinig verbindet und die Verbindungslinien bis zum Schirm hin verlängert: Das somit konstruierte Schirmbild hat eine andere Größe als ein normales Lochkamerabild.

Anhand der Verbindungslinien zwischen Abbildern der Lochblenden und den zugehörigen Lochkamerabildern haben wir eine Formel hergeleitet, mit der man das Größenverhältnis der Lochkamerabilder hinter einer Linse beziehungsweise einem Prisma berechnen kann.

Aus dieser Formel haben wir geschlussfolgert, dass eine Linse die Größe der Lochkamerabilder nur dann nicht ändert, wenn die Linse unmittelbar an der Löcherblende steht. Diese Tatsache haben wir bei allen Versuchen unseres bildbasierten Zugangs zur Linsenabbildung berücksichtigt.

7.1.5 Ergebnisse aus Manuskript 5

In Manuskript 5 haben wir einen bildbasierten Exkurs zum Brechungsgesetz dargestellt. Das Brechungsgesetz ist sowohl für Linsenabbildung (Manuskripte 3-5) als auch für Spektroskopie (Manuskripte 8-10) bedeutsam.

Gewöhnlich führt man das Brechungsgesetz durch einen Versuch ein, bei dem man gebrochene Strahlen durch schmale Lichtbündel veranschaulicht. Hierbei riskiert die Lehrperson, dass die Lernenden weder an Alltagsphänomene anknüpfen können, noch zwischen Lichtbündel und Strahlenmodell trennen. Für einen bildbasierten Zugang zum Brechungsgesetz haben wir deshalb auf Lichtbündel verzichtet. Stattdessen haben wir einen Versuch von Johannes Kepler aufgegriffen.

Kepler stellt in einer Zeichnung zu seinem Brechungsversuch dar, wie Strahlen aus Sonnenrichtung zum Schlagschatten einer Wand führen, und zwar einmal auf dem Boden unter einem Glasblock und einmal daneben. Strahlen sind laut Kepler lediglich *geometrische Linien* zur Beschreibung von Lichtwegen. Überdies behauptet Kepler, dass Lichtwege *umkehrbar* sind.

Wir haben Keplers Brechungsversuch bildbasiert gedeutet, indem wir den *bildhaften* Charakter des Schattens und den *geometrischen* Charakter des Keplerschen Strahlenbegriffs ernstgenommen haben.

Wir haben die Umkehrbarkeit der Lichtwege auf Keplers Brechungsversuch angewandt, indem wir das Betrachterauge an den Ort der Lichtquelle (beziehungsweise knapp daneben) gesetzt haben. Die verdeckten Ansichten des Bodens erweisen sich als *deckungsgleich* mit den Schattenbildern auf dem Boden. Dadurch lassen sich Schattenversatz und optische Hebung wechselseitig verstehen.

Um die optische Hebung zu vermessen, kann man den betrachteten Boden neben dem Glasblock soweit anheben, bis er genauso hoch erscheint wie der Boden unter dem Glasblock. Umgekehrt ist das Schattenbild auf dem mechanisch gehobenen Boden genauso lang wie auf dem optisch gehobenen Boden.

Verbindet man die Kante des Schattenbildes *neben* und *in* dem Glasblock jeweils mit der Kante der schattengebenden Wand, erhält man die Strahlen *ohne* und *mit* Brechung (beziehungsweise *vor* und *nach* der Brechung). Verbindet man die Grenze des sichtverdeckten Bereichs *neben* und *in* dem Glasblock jeweils mit der Kante der sichtnehmenden Wand, erhält man dieselbe Strahlengeometrie. Aus der zweifach erhaltenen Geometrie haben wir das Brechungsgesetz heuristisch hergeleitet.

Bei der Diskussion der Unschärfe des Schattenbildes und der Bodenansicht konnten wir auf unseren bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung (Manuskript 3) zurückgreifen. Demnach ergeben die verschiedenen Punkte der Augenlinse eine Überlagerung verschiedener Ansichten, ebenso wie die verschiedenen Punkte der Lichtquelle eine Über-

lagerung verschiedener Schattenbilder ergeben. Der Winkel zwischen den zugeordneten Strahlen entspricht der Messunsicherheit des Einfallswinkels beziehungsweise Brechungswinkels.

7.1.6 Ergebnisse aus Manuskript 6

In Manuskript 6 haben wir die Sicht von Schülerinnen und Schülern auf prismatische Bilder nachvollzogen. Zum einen haben wir bisherige Studien zusammengetragen, zum anderen haben wir eigene Fragebögen und Vermittlungsexperimente ausgewertet.

Aus nationalen und internationalen Studien der letzten drei Jahrzehnte ist bekannt, dass Schülerinnen und Schüler eine holistische Sicht auf prismatische Bilder haben. Demnach geht bei der prismatischen Betrachtung eines Gegenstandes dessen Bild als Ganzes durch das Prisma. Bei der Projektion eines weißen Spaltbildes durch ein Prisma deuten Lernende das entstehende Spaltspektrum anhand einer färbenden Wirkung des Prismas. Fügt man Farbfilter ein, gehen Lernende ebenfalls von einer färbenden Wirkung aus.

Ebenso wie im herkömmlichen Unterricht zu Prismen werden in Studien zu diesbezüglichen Vorstellungen jedoch weniger die Bilder, sondern vielmehr die Strahlen thematisiert. Demnach gewinnen die Lernenden häufig nur ein oberflächliches Verständnis vom Strahlenverlauf am Prisma und verleihen dem geometrisch-modellhaften Strahl einen körperlich-wirklichen Charakter. Die Vorstellung von Sehstrahlen aus dem Auge ist ebenso zu finden, der Befund als solcher wird von Physikdidaktikerinnen und Physikdidaktikern aber oft angezweifelt.

Mit Fragebögen und Vermittlungsexperimenten haben wir erfasst, wie sich Schülerinnen und Schüler der siebten Jahrgangsstufe die Projektion und Betrachtung eines prismatischen Bildes vorstellen, und wie sich diese Vorstellungen bei einem bildbasierten Zugang (Manuskript 8) verändern.

Mit den Fragebögen (Anhang C) haben wir eine Übersicht über die Vorstellungen von 16 Schülerinnen und Schülern gewonnen. Für die Projektion eines weißen Kreises durch ein Prisma sagten die Lernenden irgendeine Art der *Farb-Erzeugung* vorher: Ein Schüler dachte, dass der Kreis *farbig unterteilt* würde, ein anderer erwartete, dass der Kreis *in ein Farbband verwandelt* würde, ein weiterer Schüler stellte sich vor, dass sich ein *Regenbogen über den Kreis legen* würde. (Hieran erkennen wir, dass die Lernenden im bisherigen Unterricht schon etwas über die Farbentstehung am Prisma gelernt hatten, dass dabei aber—in Übereinstimmung mit unserer Schulbuchanalyse—der Bildcharakter des Spektrums nicht angesprochen wurde.) Zwei Lernende sagten vorher, dass sich hinter dem Prisma ein *Schattenraum bildet*, sodass das *Bild abgeschattet* wird. Für die Betrachtung einer weißen Tasse durch ein Prisma sagten die Lernenden entweder ein *gespiegeltes Bild* oder eine *normale Durchsicht* vorher. Unter „Strahlen“ stellten sich

die Lernenden entweder ein Lichtgebilde oder einen Lichtbestandteil vor. In einer Zeichnung fanden wir *Sehstrahlen* vom Auge zum Prisma.

In den Vermittlungsexperimenten mit insgesamt fünf Schülern haben wir einen tieferen Einblick in die Schülervorstellungen gewonnen. Bei der Projektion eines Schwarzweißbildes durch ein Prisma stellten sich die Schüler vor, dass Strahlen *das Bild zum Schirm tragen* oder *auf den Schirm malen*. Beim Blick durch ein Prisma stellten sich die Schüler vor, dass Strahlen *das Bild zum Auge tragen*, oder dass *Strahlen vom Auge den Gegenstand beziehungsweise dessen Bild erreichen*. Hier haben die Schüler auf Nachfrage des Interviewers versucht, ihre ganzheitliche Sicht auf die Bilder mit der Rede von Strahlen zu vereinbaren. Ohne gezielte Unterstützung durch die Lehrperson können dabei unzulässige Hybridvorstellungen entstehen. Mit einem bildbasierten Zugang besteht die Möglichkeit, Strahlen als Verbindungslinien einzuführen und somit an die bildbezogene Sicht der Lernenden anzuknüpfen und gleichzeitig den geometrischen sowie richtungsoffenen Charakter der Strahlen zu betonen (Manuskripte 8-10).

Bei den Vermittlungsexperimenten konnten wir die Schüler aus ihrer Alltagswelt abholen und mit einem bildbasierten Zugang (Manuskript 8) ein Stück in Richtung wissenschaftlicher Welt begleiten: Anfangs gingen die Schüler davon aus, dass das prismatische Bild durch *Färbung* des scharfen beziehungsweise unscharf gewordenen Schwarzweißbildes entsteht. Auch von Farbfiltren erwarteten Schüler ein *färbendes Verhalten*. Durch Filterung des prismatischen Bildes kamen sie jedoch zu der Einsicht, dass ein Filter *Farben beseitigt*, und dass im prismatischen Bild *verschiedenfarbige, scharfe Bilder überlagert* sind. Viele Schüler dachten zunächst, dass das prismatische Bild durch *Spiegelungen* am oder im Prisma entsteht. Durch Abdecken einzelner Prismenflächen konnten Schüler nachvollziehen, dass das prismatische Bild auf *Brechung* beruht.

Einige Schüler nutzten die Worte „Reflexion“ und „Brechung“ anders als Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler. Im Unterricht muss deshalb geklärt werden, was genau mit diesen Worten gemeint ist, damit man nicht aneinander vorbeiredet.

7.1.7 Ergebnisse aus Manuskript 7

In Manuskript 7 haben wir die Sicht von Studierenden auf prismatische Bilder nachvollzogen. Zum einen haben wir frühere Studienergebnisse zusammengefasst, zum anderen haben wir eigene Vermittlungsexperimente durchgeführt. Dadurch konnten wir den bildbasierten Zugang zur Spektroskopie (Manuskript 8) an die Sicht der Studierenden anpassen.

Bei der Projektion durch ein Prisma haben Studierende selbst nach der Lehrveranstaltung noch Verständnisprobleme: Viele können nicht vorhersagen, dass ein Spektrum zum Spaltbild wird, wenn man das Prisma aus einem Spektrograf herausnimmt. Studen-

tische Strahlenzeichnungen beruhen meist auf oberflächlichem Lernen statt auf tiefergehendem Verständnis. Brechung und Dispersion werden oft getrennt behandelt.

Beim Blick durch ein Prisma verwenden Studierende meist eine Mischung aus ihrer ursprünglich holistischen Sicht und der wissenschaftlich-analytischen Sicht. Gemäß dieser hybriden Denkfigur der „Bild-Projektion“ wird jeder Punkt des prismatischen Bildes von jeweils einem Strahl vom Gegenstand durch das Prisma zum Betrachter getragen.

In Vermittlungsexperimenten mit sechs Studierenden konnten wir unter anderem die hybride Denkfigur der *Bild-Projektion* wiederfinden. Innerhalb dieser Denkfigur haben wir jedoch zwei Ausprägungsformen beobachtet:

Anfangs nutzten die Studierenden die Denkfigur *Zerlegte Bild-Projektion*. Demnach zerlegt ein Prisma einen zusammengesetzten weißen Strahl in seine verschiedenfarbigen Einzelstrahlen und somit das ursprüngliche Bild in seine verschiedenfarbigen Einzelbilder.

Über einen bildbasierten Zugang (Manuskript 8) gingen sie zur Denkfigur *Abgelenkte Bild-Projektion* über. Demnach lenkt ein Prisma jeden Einzelstrahl je nach Farbe ab, sodass ein Gegenstand aus einer farbabhängigen Richtung angeschaut wird und dessen Bild in einer farbabhängigen Richtung erscheint.

Die meisten Studierenden gingen von dem Konzept aus, dass ein Prisma einen weißen Strahl farbig aufspaltet. Diese Vorstellung nutzten sie erfolgreich bei der Projektion eines Schwarzweißbildes durch ein Prisma. Auf die prismatische Betrachtung eines weißen Gegenstandes konnten die meisten Studierenden die Vorstellung jedoch nicht anwenden.

Durch diese Frustration wurde ein Konzeptwechsel angeregt. Er führte vom anfänglichen Konzept der *Strahlaufspaltung* über mehrere Zwischenkonzepte zum fortgeschrittenen Konzept der *Strahlendivergenz und -Konvergenz*.

Grundlage für diesen Konzeptwechsel waren die beobachtbaren Bilder. Insbesondere bemerkten die Studierenden beim Blick durch das Prisma mit Farbfiltern unterschiedliche Perspektiven. Daraus schlossen alle Studierenden bis auf einen, dass verschiedenfarbige Strahlen schon jenseits des Prismas auseinanderlaufen.

Ein bildbasierter Zugang wird vermutlich umso nachvollziehbarer, je näher er am natürlichen Lernweg liegt. In unseren Vermittlungsexperimenten wählten alle Studierenden einen ähnlichen Lernweg. Er verlief nahezu parallel zum Lehrgang in Newtons Vorlesungen. Aus wissenschaftlicher Sicht würde es eine Abkürzung geben. Aus pädagogischer Sicht ist jedoch der längere, weniger steile Weg zu empfehlen, weil es dabei mehr zu sehen, zu staunen, zu lernen gibt.

Auf Grundlage der erfassten Vorstellungen haben wir Leitlinien für einen bildbasierten Zugang (Manuskripte 8-10) formuliert: Die Lehrperson kann die Studierenden auf ihrem Lernweg begleiten, indem sie Beobachtungsaufgaben stellt, Analogien oder Modelle vorschlägt und Strategien zum Strahlenzeichnen einführt. Wenn die Studierenden beim Blick durch das Prisma nicht von selbst unterschiedliche Perspektiven sehen, kann die Lehrperson einen größeren Betrachtungsabstand empfehlen und nach einer scheinbaren Verschiebung zwischen Vorder- und Hintergrund fragen. Wenn sich Studierende den Projektor wie eine Dusche und das Auge wie eine Schüssel vorstellen, kann die Lehrperson das geeignetere Modell der Lochkamera vorschlagen. Wenn die Studierenden beim Strahlenzeichnen für den Blick durch ein Prisma verwirrt sind angesichts des umgekehrten Netzhautbildes, kann die Lehrperson zeigen, wie man die Strahlen zwischen Prisma und Auge anhand der Verbindungslinien zwischen der Pupille und dem prismatischen Bild erhält.

Auf dem Lernweg sollen Studierende von ihrem überwiegend mechanistischen Strahlbegriff zum geometrischen Strahlbegriff geführt werden. Ein möglicher Ausgangspunkt liegt bei ihrem Verständnis von der Umkehrbarkeit der Lichtwege. Eine weitere Lernchance besteht darin, ihren eigenen Strahlbegriff mit dem Newtonschen zu vergleichen und vom modernen abzugrenzen.

7.1.8 Ergebnisse aus Manuskript 8

In Manuskript 8 haben wir einen bildbasierten Zugang zur Spektroskopie entwickelt und auf zwei Beispiele (Manuskripte 12 und 14) angewandt.

In Newtons Schriften haben wir einige Anhaltspunkte gefunden. Besonders bei grundlegenden Prismenversuchen hat Newton einen bildbasierten Zugang gewählt, denn er brauchte eine empirische Grundlage für seine Theorie der unterschiedlich brechbaren Strahlen. Bei Anwendungen seiner Theorie hat Newton hingegen einen strahlenbasierten Zugang genutzt, vgl. die fachliche Klärung zu „Isaac Newtons Sicht auf prismatische Versuche“ (Abschnitt 4.3).

Indem wir Newtons strahlenbasierten Zugang zur Spektroskopie umgekehrt haben, haben wir seinen bildbasierten Zugang erweitert. Demnach ist folgendermaßen vorzugehen:

1. Beobachte die verschiedenfarbigen Einzelbilder und ihre Überlagerung zum Gesamtbild.
2. a) Bei der Projektion: Verbinde jeweils gleichfarbige Einzelbilder bei verschiedenen Schirmabständen miteinander.
b) Bei der Inspektion: Verbinde das Auge mit den verschiedenfarbigen Einzelbildern des Gegenstandes und verbinde den Gegenstand mit den verschiedenfarbigen Einzelbildern des Auges.

Diesen verallgemeinerten bildbasierten Zugang zur Spektroskopie haben wir beispielhaft auf spektrale Bildprojektion mit Prismen (Manuskript 12) sowie auf das einfache Gitter-Spektroskop (Manuskript 14) angewandt.

Beispiel 1: Spektrale Bildprojektion. Die spektrale Bildprojektion beruht auf der Projektion eines Schwarzweißbildes durch ein Prisma quer über einen linienförmigen Projektionsschirm und auf der Betrachtung der projizierten Lichtlinie durch ein weiteres Prisma.

1. Die projizierten Einzelbilder haben wir beobachtet, indem wir hinter den linienförmigen Schirm einen flächigen Schirm gestellt und beide durch Farbfilter betrachtet haben. Wegen des Schattens des linienförmigen Schirmes fehlt jedem Einzelbild auf dem flächigen Schirm jeweils ein anderer Streifen. Diese Einzelbildstreifen sind stattdessen auf dem linienförmigen Projektionsschirm zu finden. Bei der Betrachtung durch ein Prisma setzen sich die verschiedenfarbigen Einzelbildstreifen zu einer regenbogenfarbigen Version des ursprünglichen Schwarzweißbildes zusammen.
2. Um die projizierten Einzelbilder bei verschiedenen Schirmpositionen miteinander verbinden zu können, haben wir deren Orte mit farbiger Knete auf dem Tisch markiert. Um die prismatisch betrachteten Einzelbildstreifen mit dem Betrachterauge verbinden zu können, haben wir deren scheinbare Orte mit Spaghetti markiert. Hierbei haben wir *optische Hebung* am Prisma beobachtet. Ebenso haben wir die Einzelbilder des Auges mit dem linienförmigen Projektionsschirm verbunden. So haben wir die Strahlen vor und hinter dem Prisma erhalten.

Beispiel 2: Einfaches Spektroskop. Das einfache Spektroskop haben wir analog zur spektralen Bildprojektion erkundet.

1. Die spektroskopischen Einzelbilder haben wir beobachtet, indem wir den Spalt verbreitert und den Gegenstand mit einer Energiesparlampe beleuchtet haben. Wird der Spalt wieder schmal gemacht, ist von jedem Einzelbild des Gegenstands je nach Farbe ein anderer Streifen zu sehen. Bei Beleuchtung mit einer Halogenlampe setzen sich verschiedenfarbige Einzelbildstreifen zu einem regenbogenfarbigen Bild des Gegenstands zusammen. Um die verschiedenen Bildproportionen bei unterschiedlichen Betrachtungsabständen zu simulieren, haben wir zusätzlich einen *Modellversuch* mit einem Regenbogenfenster durchgeführt.
2. Um die Einzelbilder des Gegenstandes mit dem Betrachterauge verbinden zu können, haben wir sie mit ähnlichen Gegenständen nachgestellt. Dies ist nur bei einer bestimmten Blickrichtung bezüglich des Beugungsgitters möglich—der so genannten Richtung der *minimalen Ablenkung*—, denn bei anderen Blickrichtungen erscheint der Gegenstand verzerrt oder gestaucht. Um die Einzelbilder des Spaltes mit dem Betrachterauge verbinden zu können, haben wir den Spalt

durch einen Steg ersetzt und dessen Einzelbilder mit weiteren Stegen nachgestellt. Zudem haben wir den Gegenstand beziehungsweise den Steg mit der farbspezifisch durchblickten Stelle des Beugungsgitters verbunden. So haben wir die Strahlen vor und hinter dem Gitter erhalten.

Für diese didaktische Strukturierung haben wir neben Newtons fachwissenschaftlichen Vorstellungen (Abschnitt 4.3) auch die Sicht von Rang (Abschnitt 4.4) und Lunazzi (Abschnitt 4.6) berücksichtigt.

7.1.9 Ergebnisse aus Manuskript 9

In Manuskript 9 haben wir einen bildbasierten Zugang zu Newtons entscheidendem Prismenversuch aufgezeigt. Über diesen Zugang haben wir entdeckt, dass hinter dem zweiten Prisma ein Landschaftsbild entsteht.

Den Abbildungsvorgang in Newtons entscheidendem Prismenversuch, dem *experimentum crucis*, haben wir durch schrittweises Aufbauen nachvollzogen:

1. Das erste Loch erzeugt ein Bild der Landschaft vor Newtons Fenster.
2. Das erste Prisma vor dem ersten Loch erzeugt eine Reihe verschiedenfarbiger Einzelbilder der Landschaft.
3. Das zweite Loch empfängt von jedem der versetzten Einzelbilder jeweils einen anderen Teil. Ersetzt man das Loch durch einen Spalt, wird von jedem Einzelbild jeweils ein anderer Bildstreifen durchgelassen.
4. Das zweite Prisma hinter dem Spalt reiht die Bildstreifen der Farbe nach auf. Dadurch entsteht ein regenbogenfarbiges Bild der Landschaft vor Newtons Fenster. Indem man den Spalt bis auf ein Loch abdeckt, beschneidet man das Bild bis auf einen regenbogenfarbigen Streifen, vgl. Anhang E.

Nach der Beobachtung der Einzelbilder konnten wir Strahlen als Verbindungslinien zwischen Bild- und Gegenstandspunkten einführen. Anstatt die Strahlen von der Sonne aus zu zeichnen, war es einfacher, rückwärts vorzugehen. Dabei haben wir eine bemerkenswerte Symmetrie in Newtons Versuchsaufbau gefunden. Mithilfe dieser symmetrischen Struktur konnten wir Newtons Schlussfolgerung stützen, dass Sonnenlicht aus Anteilen unterschiedlicher Brechbarkeit besteht.

Darüber hinaus haben wir gezeigt, wie man im Unterricht vom historischen Versuch zu modernen Anwendungen übergehen kann. Hierfür fasst man den Abbildungsvorgang in Newtons *experimentum crucis* als spektrale Kodierung auf. Demnach werden unterschiedliche Gegenstandspunkte in verschiedene Spektralfarben übersetzt. Spektrale Kodierung wird beispielsweise in der Endoskopie verwendet, aber auch bei unseren Erfindungen der hyperspektralen Bildgebung mit *spatiospectral scanning* (Manuskript 14) und der spektralen Bildprojektion mit *PICS* (Manuskript 12).

Im Rahmen der fachlichen Klärung haben wir unsere Umdeutung von Newtons *experimentum crucis* bisherigen Deutungen gegenübergestellt. Newton hat an keiner Stelle erwähnt, dass das Bild hinter dem zweiten Prisma die Landschaft vor dem ersten Prisma darstellt. Stattdessen deutete er das finale Bild als mehr oder weniger einfarbigen Lichtfleck, der die Lochöffnung vor dem zweiten Prisma mehr oder weniger scharf darstellt. Johann Wolfgang von Goethe, Erzfeind Newtons, deutete das finale Bild auf ähnliche Weise, nämlich als farbgesäumtes Bild der Lochblende. Der Deutlichkeit halber ersetzte Goethe die Lochblende durch eine Löcherblende.

7.1.10 Ergebnisse aus Manuskript 10

In Manuskript 10 haben wir einen bildbasierten Zugang zu spektraler Bildprojektion genutzt und sind dabei bis zum Wellenmodell vorangeschritten.

Mit spektraler Bildprojektion (Manuskript 12) können sich die Lernenden einen Spielfilm auf einer Spaghetti ansehen. Ausgehend von den beobachtbaren Bildern haben wir die spektrale Bildprojektion im Strahlenmodell beschrieben und im Wellenmodell erklärt:

1. *Beobachtung der Bilder.* Vor dem Beamer steht ein Beugungsgitter, auf dem ein Schwarzweißbild zu sehen ist. Auf einem Test-Schirm in der Ebene der Spaghetti ist dasselbe Schwarzweißbild in groß zu sehen, umgeben von bunt verschmierten Bildern. Eines dieser bunt verschmierten Bilder erstreckt sich über die Spaghetti. Durch Farbfilter ist zu sehen, dass es aus einer Reihe verschiedenfarbiger Einzelbilder besteht. Von jedem Einzelbild gelangt jeweils ein anderer Bildstreifen auf die Spaghetti. Betrachtet man die Spaghetti durch ein Beugungsgitter, werden die Bildstreifen farbgemäß aufgereiht und ergeben somit eine regenbogenfarbige Version des schwarzweißen Spielfilms.
2. *Beschreibung im Strahlenmodell.* Wenn man wissen möchte, wo überall das ursprüngliche Schwarzweißbild projiziert wird, verbindet man das Schwarzweißbild auf dem Beugungsgitter mit dem Schwarzweißbild auf dem Test-Schirm. Möchte man einen Überblick über die räumliche Verteilung der verschiedenfarbigen Einzelbilder bekommen, verbindet man das Schwarzweißbild auf dem Beugungsgitter mit den Einzelbildern auf dem Test-Schirm. Wenn man angeben möchte, welcher Raumbereich nicht verstellt werden darf, damit man von einer gegebenen Betrachtungsposition aus das regenbogenfarbige Bild sehen kann, verbindet man diese Position mit dem durchblickten Bereich des Beugungsgitters und diesen wiederum mit der Spaghetti. All diese Verbindungslinien werden als Strahlen bezeichnet.
3. *Erklärung im Wellenmodell.* Möchte man den Verlauf der Strahlen vorhersagen, muss man eine geometrische Gesetzmäßigkeit finden. Hierfür betrachtet man das Beugungsgitter genauer. Es besteht aus mikroskopisch kleinen Spalten. Dementsprechend deutet man jede bisher gezeichnete Verbindungslinie als Bün-

del von mehreren Strahlen um. Diejenigen Strahlen, die am Gitter abknicken, unterscheiden sich in ihrer Länge. Strahlen durch benachbarte Spalte des Gitters unterscheiden sich jeweils um ein bestimmtes, farbabhängiges Längenmaß, beziehungsweise um ein Vielfaches davon. Wenn man dieses Längenmaß als Wellenlänge deutet, kann man den Verlauf der Verbindungslinien anhand der gegenseitigen Verstärkung von Wellen erklären. (Hierbei haben wir Joseph Fraunhofers Sicht auf Gitterspektren (Abschnitt 4.5) mit didaktischen Ideen von Sommer (2005) verknüpft und durch die heuristische Auffassung von Verbindungslinien als Strahlenbündel ergänzt.)

Ebenso haben wir die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen einem Beugungsgitter und einem Prisma bei der spektralen Bildprojektion erläutert. Hierbei sind wir wiederum von den beobachtbaren Bildern zu den gedachten Strahlen und Wellen übergegangen.

7.1.11 Ergebnisse aus Manuskript 11

In Manuskript 11 haben wir die Wechselwirkung zwischen didaktischer Strukturierung und fachlicher Klärung beschrieben. Darauf aufbauend haben wir das Modell der Didaktischen Rekonstruktion erweitert.

Das Wechselspiel zwischen fachlicher Klärung und didaktischer Strukturierung bei der Didaktischen Rekonstruktion wurde bisher folgendermaßen beschrieben: Die Durchführung der didaktischen Strukturierung richtet sich nach den Ergebnissen der fachlichen Klärung; umgekehrt richtet sich die Durchführung der fachlichen Klärung nach den Ergebnissen der didaktischen Strukturierung.

Im Zuge der Didaktischen Rekonstruktion der Spektroskopie ist uns jedoch bewusst geworden, dass das Wechselspiel zwischen didaktischer Strukturierung und fachlicher Klärung tiefgreifender sein kann. So kann die fachliche Klärung nicht nur zu Ideen für die didaktische Strukturierung führen, sondern umgekehrt kann die didaktische Strukturierung zu Ideen für die fachwissenschaftliche Welt führen (Manuskripte 9, 12-14).

Angeichts der Rückwirkung von fachdidaktischen Überlegungen auf die Fachwissenschaft haben wir vorgeschlagen, das Modell der Didaktischen Rekonstruktion zu erweitern. Unter fachlicher Klärung sollte demnach nicht nur die *Analyse*, sondern auch die *Synthese* von fachlichen Quellen verstanden werden. Die dabei entstehenden Erkenntnisse oder Erfindungen können zu einer eigenen fachwissenschaftlichen Publikation führen. Somit können sich Fachwissenschaft und Fachdidaktik gegenseitig vorantreiben.

(Anmerkung zu Seite 148 von Manuskript 11: Erstmalig haben wir den bildbasierten Zugang im Januar 2014 erprobt, ein zweites Mal im Januar 2015.)

7.1.12 Ergebnisse aus Manuskript 12

In Manuskript 12 haben wir mithilfe eines bildbasierten Zugangs eine Vorrichtung für Spektralsynthese und spektrale Bildprojektion entwickelt. Im Zuge dessen haben wir spektral durchstimbare Lichtquellen als Projektoren von spektral kodierten Bildern umgedeutet.

Spektral abstimbare Lichtquellen werden beispielsweise für die Farbmessung, Bühnenbeleuchtung und hyperspektrale Bildgebung benötigt. Sie enthalten üblicherweise Leuchtdioden oder eine Anordnung zur Spektralanalyse. Zu den letztgenannten Lichtquellen findet man häufig die folgenden Aussagen:

- Ein weißes Spaltbild wird mit einem Prisma oder Beugungsgitter in ein Spektrum dispergiert.
- Ein Flächenlichtmodulator (in Form einer Anordnung von Flüssigkristallen beziehungsweise verkipptbaren Spiegelchen) entfernt Teile des Spektrums.
- Jede Pixelspalte des Flächenlichtmodulators entspricht einer bestimmten zentralen Wellenlänge.
- Die Intensität des Lichtes einer gegebenen Wellenlänge wird am Flächenlichtmodulator geregelt, und zwar entweder räumlich (anhand der Anzahl der angeschalteten Pixel) oder zeitlich (anhand der Dauer des angeschalteten Zustandes).
- Das Licht des modulierten Spektrums wird optisch zusammengeführt, und zwar in einem Glas-Lichtleiter, in einem Flüssig-Lichtleiter, auf einer Linie, auf einer Streuscheibe oder in einer Integrationskugel.
- Die spektrale Intensität des erzeugten Lichtes wird mit einer Kamera oder einem Spektroradiometer gemessen.
- Mit einem Regelkreis kann die Übereinstimmung zwischen dem gewünschten und dem ausgegebenen Licht verbessert werden.

Durch die zweckgemäße Sprechweise wird die Einsicht erschwert, dass in den Wellenlängen des erzeugten Lichtes Bilder verschlüsselt sind. Somit wurde bisher nicht bemerkt, dass spektral abstimbare Lichtquellen spektral kodierte Bildern projizieren. Das *Prinzip der spektralen Kodierung* ist zwar aus den Bereichen der Bilderfassung und Bildübertragung bekannt. Auf die Bildprojektion wurde es jedoch bisher nicht angewandt.

Zudem umfassen die Aussagen zu abstimbaren Lichtquellen nur die naheliegende Idee, für die Erzeugung eines gewünschten Spektrums mehrere Teile eines regenbogenfarbigen Spektrums zu entfernen. Weniger naheliegend scheint die umgekehrte Idee, einzelne Teile von mehreren regenbogenfarbigen Spektren zusammenzufügen. Solch ein Verfahren zur Spektralsynthese haben wir unter dem Namen *SNS (Superposition of Newtonian Spectra)* eingeführt.

Ausgehend vom Newtonspektrum als Reihe verschiedenfarbiger Spaltbilder haben wir die Spektralsynthese mit SNS bildbasiert erläutert:

1. *Aufgereichte Spaltbilder.* Bei der Projektion eines breitbandig weißen Spaltbildes durch ein Prisma oder Beugungsgitter entsteht ein Newtonspektrum. Es entspricht einer Reihe verschiedenfarbiger Spaltbilder.
2. *Überlagerte Newtonspektren.* Indem man mehrere Newtonspektren versetzt übereinander projiziert, kann man entlang einer gegebenen Linie verschiedenfarbige Spaltbilder überlagern und somit beliebige Spektralfarben mischen.
3. *Kuss-Bedingung.* Um die äußersten Spektralfarben mischen zu können, müssen sich zwei Newtonspektren „küssen“. Hierfür muss der Abstand zwischen beiden Newtonspektren—und somit auch der Abstand zwischen den ursprünglichen weißen Spaltbildern—genauso groß sein wie der dispersionsbedingte Versatz zwischen den äußersten Spaltbildern eines Newtonspektrums.
4. *Spektrenbreite.* Die Breite eines Newtonspektrums gleicht dem dispersionsbedingten Versatz zwischen dem roten und dem violetten Spaltbild, zuzüglich der Breite des ursprünglich weißen Spaltbildes.
5. *Dispersionswinkel.* Der dispersionsbedingte Versatz ist proportional zum Abstand zwischen Prisma und Schirm. Der Proportionalitätsfaktor gleicht (bei Kleinwinkelnäherung) dem Dispersionswinkel. Dies ist der Winkel zwischen jenen Strahlen, die zwischen dem Prisma und dem roten beziehungsweise violetten Spaltbild gezeichnet werden können.

Ausgehend von dispergierten Spaltbildern haben wir die spektrale Auflösung unserer abstimmbaren Lichtquelle bildbasiert berechnet:

1. *Diagrammatische Fassung.* In einem Dispersionsdiagramm haben wir die verschiedenfarbigen Spaltbilder eines Newtonspektrums in der Seitenansicht dargestellt und der Wellenlänge nach sortiert.
2. *Geometrische Auswertung.* Im Dispersionsdiagramm haben wir einen geometrischen Zusammenhang zwischen der Breite der Spaltbilder, der Breite des Synthesepaltes und der Bandbreite des synthetisierten Lichts gefunden.
3. *Mathematische Formulierung.* Den geometrischen Zusammenhang haben wir in einer Formel für die spektrale Bandbreite ausgedrückt.

Bei der Spektralsynthese mit SNS erhält man eine Lichtlinie, die beim Blick durch ein Prisma oder Beugungsgitter wie das gewünschte Spektrum aussieht. Das erzeugte Spektrum ist eine regenbogenfarbige Version des ursprünglichen Schwarzweißmusters.

Verwendet man anstelle eines abstrakten Musters ein konkretes Schwarzweißbild, kann man mit derselben Vorrichtung ein regenbogenfarbiges Bild erzeugen. Dieses virtuelle Spektralbild schwebt mitten im Raum, wendet sich stets dem Betrachter zu, und wird bei Spiegelung nicht umgedreht. Wir haben diese Art der Bildprojektion unter dem Namen *Projected-Image Circumlineascopy (PICS)* eingeführt.

Bildbasiert haben wir eine Formel für die Proportionen des virtuellen Spektralbildes hergeleitet:

1. *Sichtweg gleich Tastweg.* Das virtuelle Spektralbild erscheint ungefähr gleich weit entfernt vom Prisma wie die Lichtlinie, aus der es hervorgeht.
2. *Umkehrbare Dispersion.* Projiziert man ein Bild durch ein Prisma und betrachtet das dispergierte Bild durch dasselbe Prisma, sieht man das ursprüngliche Bild.
3. *Geometrische Analogie.* Aus den genannten Phänomen-Zusammenhängen haben wir geschlussfolgert, dass prismatische Inspektion und prismatische Projektion geometrisch gleich sind.
4. *Strahlen-Konstruktion.* Mithilfe der Analogie zwischen prismatischer Inspektion und Projektion haben wir den Strahlengang für ein Auge in einem gegebenen Abstand vom Prisma konstruiert.
5. *Mathematische Formulierung.* Gestützt durch die Strahlen-Konstruktion haben wir eine Formel für das Seitenverhältnis des Spektralbildes hergeleitet.

Ebenso haben wir die räumliche Auflösung des Spektralbildes bildbasiert berechnet:

1. *Bildhafte Veranschaulichung.* Die Entstehung des regenbogenfarbigen Bildes haben wir anhand von einzelnen Bildstreifen veranschaulicht, die zunächst übereinandergestapelt sind und dann farbgemäß nebeneinander angeordnet werden. Ordnet man die Streifen in der ursprünglichen Reihenfolge an, entsteht ein scharfes Bild. Ordnet man die Streifen in entgegengesetzter Richtung an, entsteht ein unschärferes Bild.
2. *Diagrammatische Fassung.* Genauer haben wir den Sachverhalt in Dispersionsdiagrammen dargestellt, und zwar anhand eines durchgängigen Stapels von Bildstreifen unterschiedlicher Wellenlänge, der dispersionsgemäß geschert wird.
3. *Geometrische Auswertung.* Innerhalb des gescherten Stapels haben wir eine geometrische Beziehung zwischen der Breite der Lichtlinie und der Breite eines spektralen Pixels gefunden.
4. *Mathematische Formulierung.* Die geometrische Beziehung haben wir in Formeln zur Berechnung der Bildauflösung ausgedrückt.
5. *Grafische Darstellung.* Die Formeln für die Bildauflösung haben wir zur Übersicht grafisch dargestellt.

7.1.13 Ergebnisse aus Manuskript 13

In Manuskript 13 haben wir Olaf Müllers Aussagen zu Newtons entscheidendem Prismenversuch aus unserer bildbasierten Sicht (Manuskript 9) kommentiert.

In seinem 2015 erschienenen Buch „Mehr Licht“ liefert Olaf Müller unter anderem folgende Aussagen zu Newtons entscheidendem Prismenversuch:

- Wie alle anderen Prismenversuche lässt sich Isaacs Newtons *experimentum crucis* farblich umkehren.
- In Newtons *experimentum crucis* sieht man hinter dem zweiten Prisma jeweils nur *eine* Farbe.
- In der umgekehrten Version sieht man hinter dem zweiten Prisma ebenso jeweils nur *eine* Farbe.

Zwar sind Olaf Müllers Aussagen bezüglich der Umkehrbarkeit richtig. Allerdings stützt er diese Aussagen nicht auf Beobachtungen, sondern Strahlenzeichnungen. In diesen Zeichnungen hat er nicht dargestellt, dass hinter dem zweiten Prisma *alle* Farben des Spektrums zu sehen sind, vgl. Manuskript 9.

7.1.14 Ergebnisse aus Manuskript 14

In Manuskript 14 haben wir den bildbasierten Zugang für eine abbildungsoptische Beschreibung des Spektroskops genutzt. Diese Beschreibung geht über die Grenzen bisheriger fachwissenschaftlicher Aussagen hinaus.

Die folgenden fachwissenschaftlichen Aussagen haben wir zusammengetragen:

- Mit einem Spektroskop wird ein beleuchteter Spalt als Reihe verschiedenfarbiger Spaltbilder abgebildet, als so genanntes Spaltspektrum.
- Im Spaltspektrum entspricht jede Farbe einer bestimmten Lichtwellenlänge.
- Anhand der Wellenlängenzusammensetzung kann man Farben beschreiben, die chemische Zusammensetzung von Stoffen analysieren und auf die Thermodynamik und Kinematik astronomischer Objekte schließen.
- Ein einfaches Spektroskop besteht aus einer Spaltblende und einem Beugungsgitter.
- Ein einfaches Spektroskop erzeugt ein virtuelles Spaltspektrum.

Üblicherweise bezeichnet man das virtuelle Spaltspektrum als farblich zerlegtes Spaltbild. Hierbei bleibt jedoch unausgesprochen, dass mit der Farbzerlegung eine Vervielfachung der Sichtbeziehungen einhergeht: Die verschiedenfarbigen Bilder eines virtuellen Spektrums stellen den Gegenstand vor dem Beugungsgitter aus *unterschiedlichen Perspektiven* dar. (Eine ausführliche fachliche Klärung dieses Sachverhalts ist in Abschnitt 4.6 zu finden.)

Da beim Blick durch ein Beugungsgitter mehrere perspektivische Ansichten entstehen, müsste ein einfaches Spektroskop unterschiedliche Spalt-Durchsichten ermöglichen. Somit würden sich unterschiedliche spaltförmige *Ansichten* des davor befindlichen Gegenstands ergeben. Diese spaltförmigen Ansichten müssten farbgemäß aufgereiht werden. Dadurch würde eine zusammenhängende Ansicht des Gegenstands entstehen. Diese bildbasierte Einsicht prüften wir im Experiment.

In einem bestimmten Abstand vom Spektroskop haben wir tatsächlich ein *unverzerrtes Bild eines breiten Gegenstandsbereichs* entdeckt. Unmittelbar am Spektroskop haben wir ein gewöhnliches Spaltspektrum beobachtet. Im Rückblick hat es sich als *verzerrtes Bild eines spaltförmigen Gegenstandsbereichs* erwiesen.

Um die Bildeigenschaften vorhersagbar zu machen, haben wir die Strahlengeometrie beim einfachen Spektroskop in Abhängigkeit von der Augenposition untersucht. In einer Ebene senkrecht zur Spaltblende gilt dieselbe Geometrie wie bei einer Lochkamera beziehungsweise beim Beugungsgitter. In einer Ebene parallel zur Spaltblende gilt dieselbe Geometrie wie bei gewöhnlicher Sicht; allerdings nicht für das Betrachter-Auge selbst, sondern für sein virtuelles Abbild an einem farbabhängigen Ort. Mithilfe der Gitterformel haben wir die Winkelgrößen des sichtbaren Gegenstandsbereichs und des spektroskopischen Bildes berechnet.

Durch das erweiterte Verständnis des Abbildungsvorgangs beim Spektroskop konnten wir *zwei zusätzliche Anwendungsmöglichkeiten* aufzeigen: Zum einen kann man mit dem Spektroskop scharfe, dreidimensionale Bilder erzeugen, die wie Regenbogenhologramme aussehen. Obwohl die physikalischen Ursachen verschieden sind, sind die geometrischen Verhältnisse beim Spektroskop ähnlich wie beim Benton-Hologramm. Zum anderen kann man durch das Spektroskop eine Serie von spektralfarbigem Bildern eines Gegenstandes fotografieren. Dadurch kann man das Spektrum jedes leuchtenden Gegenstandspunktes abscannen. In diesem Zusammenhang haben wir eine vierte Technik für hyperspektrale Bildgebung eingeführt, nämlich *spatiospectral scanning*.

7.2 Die Schrittfolge beim bildbasierten Zugang

Beim bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung (Abschnitte 7.1.3 bis 7.1.4) und Spektroskopie (Abschnitte 7.1.8 bis 7.1.10) geht man schrittweise von der Phänomenwelt zur Modellwelt über. Die grobe Schrittfolge entspricht der phänomenbasierten Modellmethode (Abschnitt 3.3.3); siehe Tabelle 8.

Beim bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie kann Tabelle 8 als Orientierungsraster dienen, innerhalb dessen die Lehrperson einzelne Lernhandlungen auswählen, anordnen und anpassen kann. Die bildbasierten Unterrichtsgänge in den Manuskripten 3-4 und 8-10 sind also nicht als starre Vorgaben, sondern als abwandelbare Beispiele anzusehen. Die grobe Schrittfolge in Tabelle 8 sollte jedoch eingehalten werden, damit die Lernenden von der Phänomenwelt zur Modellwelt übergehen können.

Tab. 8: Anwendung der phänomenbasierten Modellmethode beim bildbasierten Zugang

| Phänomenbasierte Modellmethode | Bildbasierter Zugang | |
|--|--|---|
| | zur Linsenabbildung (Manuskripte 3-4) | zur Spektroskopie (Manuskripte 8-10) |
| 1. Alltagsnahe Erscheinungen beschreiben | Mit dem Auge abwechselnd auf Hintergrund und Vordergrund scharfstellen, etc. | „Spielfilm auf Spaghetti“ oder spektroskopisches Pseudohologramm anschauen, etc. |
| 2. Erscheinungen in Versuchen vervielfachen | Scharfe Einzelbilder mit einer Lochblende an der Linse offenbaren, etc. | Scharfe Einzelbilder mit Farbfiltern oder spektral diskreter Lichtquelle offenbaren, etc. |
| 3. Erscheinungsweisen übersichtlich darstellen | Die Entstehung des unscharfen oder scharfen Gesamtbildes als Überlagerung von scharfen Einzelbildern darstellen | |
| 4. Modell anhand ausgewählter Zusammenhänge entwickeln | Gleichartige Einzelbilder miteinander verbinden, und zwar anhand geometrischer Strahlen | |
| 5. Modell anwenden | Konstruieren, wo das Linsenabbild scharf wird; etc. | Abgrenzen, wo nichts im Weg sein darf; etc. |
| 6. Modell bewerten | <ul style="list-style-type: none"> • Zweck: Die Orte der Einzelbilder überschauen beziehungsweise die Wege des Lichts überdenken • Vereinfachung: Leichte Unschärfe der Einzelbilder wird vernachlässigt, etc. • Ergiebigkeit: Die Übersicht kann zu weiteren Untersuchungen anregen; das Strahlenmodell ist durch das Wellenmodell erweiterbar | |

7.3 Leitlinien für einen bildbasierten Zugang

Ergänzend zu den konkreten Unterrichtsvorschlägen (Abschnitte 7.1.3 und 7.1.4 sowie 7.1.8 bis 7.1.10) und der groben Schrittfolge (Abschnitt 7.2) möchten wir Leitlinien formulieren, um wesentliche didaktische Überlegungen hervorzuheben und eine flexible Unterrichtsgestaltung zu ermöglichen. Die Leitlinien wurden vom Standpunkt der Lernenden aus entwickelt, um zum Standpunkt der Forschenden zu führen.

7.3.1 Leitlinien für einen bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung

Leitlinie 1: Mit dem Auge beginnen.

Da Lernende die Linsenabbildung gern mit ihrer eigenen Seherfahrung vergleichen (Manuskripte 1-2), sollte das Auge—gemäß Keplers Konzept *Linsenabbildung im Auge* (Abschnitt 4.1)—am Anfang des bildbasierten Zugangs stehen (Manuskript 3).

Leitlinie 2: An die holistische Sicht der Lernenden anknüpfen.

Da sich Lernende gern vorstellen, dass das Bild als Ganzes vom Gegenstand durch die Linse geht (Galili & Hazan, 2000), sollte man nicht den Gegenstand und das Bild in einzelne Punkte zerlegen, sondern die Linse. Indem man die Linse mit einer Löcherblende abdeckt, kann man beidseitig ganze Einzelbilder offenbaren und über die moderne Denkfigur *Überlagerte Perspektiven* (Abschnitt 4.2) zu Keplers Denkfigur *Bildpunkt als Strahlenschnittpunkt* (Abschnitt 4.1) übergehen, siehe Manuskript 3.

Leitlinie 3: Fotografie als Kontext wählen.

Da viele Lernende den Linsenversuchsaufbau mit einer Kamera vergleichen (Manuskript 1), sollte Fotografie als schülernaher Kontext für die Linsenabbildung gewählt werden. In diesem Kontext kann man Anwendungen der modernen Denkfigur *Überlagerte Perspektiven* (Abschnitt 4.2) besprechen, beispielsweise plenoptische Kameras und Apps wie *Google Lens Blur* (Manuskript 3).

Leitlinie 4: Aufmerksamkeit lenken und Idealisierungen besprechen.

Gezielte Beobachtungsaufgaben und Diskussionen können den Lernenden dabei helfen, auf das Wesentliche zu achten und zweckgemäß zu idealisieren.

Wenn Lernende die Einzelbilder nicht als scharfe Bilder idealisieren, sollte die Lehrperson dazu anregen, die Einzelbilder nicht nur miteinander, sondern auch mit dem Gesamtbild zu vergleichen (Manuskript 1). Wenn Lernende die Einzelbilder als unterschiedlich hell wahrnehmen, sollte die Lehrperson darauf hinweisen, dass die Helligkeit beim transluzenten Schirm von der Blickrichtung abhängt (Manuskript 1).

Leitlinie 5: Erst über das Beobachtbare, dann über das Hinzugedachte reden.

Um klar zwischen Phänomen und Modell zu trennen, sollten die Lernenden zuerst das Gesamtbild und die offenbaren Einzelbilder beschreiben, dann die Einzelbilder miteinander verbinden und erst zum Schluss die Verbindungslinien nutzen, um über die Lichtausbreitung zu reden (Manuskript 3).

7.3.2 Leitlinien für einen bildbasierten Zugang zur Spektroskopie

Leitlinie 1: An optikbezogenes Vorwissen anknüpfen.

Da junge Lernende versuchen, ihr Vorwissen zur Schattenbildung, Spiegelung und Vergrößerung auf das Prisma zu übertragen (Manuskript 6), sollte man an dieses Vorwissen anknüpfen.

Indem man das projizierte Bild größer als das Prisma macht, kann man zeigen, dass auch hinter einem durchsichtigen Prisma ein Schatten entsteht. Der abgeschattete Bildbereich fehlt aber nicht, sondern ist gemäß Rangs Konzept *Farbige Bildverschiebung* (Abschnitt 4.4) nur seitlich versetzt und bunt verschmiert.

Wenn die Lernenden diesen Versatz auf Spiegelung zurückführen, sollte die Lehrperson darauf verweisen, dass das Bild nicht seitenverkehrt ist. Beim prismatischen Spektroskop jedoch wird Spiegelung an der augseitigen Prismenfläche manchmal genutzt, um eine Wellenlängen-Skala auf das Spaltspektrum zu legen (Donnelly & Massa, 2007, S. 163).

Wenn die Lernenden ihre Erwartung bestätigt sehen, dass ein Prisma vergrößert, dann kann die Lehrperson zu Rangs Konzept *Hebungsbedingte Nähe* (Abschnitt 4.4) überleiten.

Leitlinie 2: Erst ganze Bilder betrachten, dann bildbeschneidende Blenden einsetzen.

Da Lernende gern im Sinne von ganzen Bildern denken (Galili & Hazan, 2000), sollten sie auch ganze Bilder beobachten dürfen, bevor diese Bilder durch schmale Spalt- oder Stegblenden beschnitten werden.

Bei der Erkundung eines Spektroskops wird der Spalt zwischenzeitlich weit geöffnet oder auch durch eine Stegblende ersetzt (Manuskript 8). Bei Newtons *experimentum crucis* wird anstelle der zweiten Lochblende zunächst ein Spalt verwendet (Manuskript 9). Bei der Erschließung von spektraler Bildprojektion mit *PICS* wird der eindimensionale Projektionsschirm zunächst durch einen zweidimensionalen ergänzt (Manuskript 8) oder ersetzt (Manuskript 10).

Leitlinie 3: Projektion und Inspektion miteinander vergleichen.

Wenn Lernende die Projektion und Inspektion durch ein Dispersionselement analog zueinander behandeln, sollte die Lehrperson auf typische Fehlvorstellungen bezüglich der Farbreihenfolge und Strahlengeometrie achten (Manuskripte 6-7). Besonders eindrucksvoll und aufschlussreich ist es, wenn man durch ein und dasselbe Dispersionselement von fast demselben Ort aus gleichzeitig schaut und projiziert. Davon ausgehend kann man das Auge als umgekehrten Projektor modellieren und zeigen, dass die Strahlengeometrie unabhängig von der Lichtrichtung ist (Manuskript 10).

Leitlinie 4: Den Blick durch ein Dispersionselement beidseitig betrachten.

Gemäß Rangs Konzept *Objektseitige Strahlen* (Abschnitt 4.4) kann man die Strahlengeometrie am durchblickten Prisma besonders gut erschließen, wenn man auch den Beobachter durch das Prisma betrachtet. Die Lernenden sollten sich also gegenseitig durch das Prisma anschauen (Manuskript 8).

Beim Gitter hilft der beidseitige Durchblick dabei, die verschiedenen Perspektiven der Einzelbilder und somit auch den Blick durch ein Spektroskop zu verstehen.

Leitlinie 5: Auge und Projektor als Lochkamera idealisieren.

Um die Strahlengeometrie am Prisma und Gitter zweckgemäß zu vereinfachen, kann man das Auge als einfache Lochkamera modellieren und den Projektor als dessen Umkehrung auffassen (Manuskripte 8-10). Zur Verdeutlichung kann man eine Lochblende vor das Auge und den Projektor setzen (Manuskript 7). Die Strahlen der Lochkamera entsprechen hierbei den Mittelpunktstrahlen für die Linsenabbildung beim Auge und Projektor, sodass die Strahlengeometrie später erweitert werden kann.

7.4 Reflexion der Didaktischen Rekonstruktion der Linsenabbildung und Spektroskopie

Nachdem wir die Entwicklung und Anwendung eines bildbasierten Zugangs dargestellt haben, möchten wir diese kritisch reflektieren. Gemäß dem Modell der Didaktischen Rekonstruktion beziehen wir uns dabei auf die fachliche Klärung, die Erfassung der Lernerperspektive und die didaktische Strukturierung.

7.4.1 Reflexion der fachlichen Klärung

Bei der Analyse von fachwissenschaftlichen Texten wurde uns ein grundlegendes Problem bewusst: Wissen und Vorstellungen sind nicht gleichwertig, vgl. Gropengießer (1997, S. 86). Ein Autor mag zwar unbewusst so schreiben, als seien Lichtstrahlen bewegte Lichtbestandteile; trotzdem weiß er vielleicht, dass Strahlen nur Linien sind.

Leider können wir Kepler, Newton, Fraunhofer und Dürer diesbezüglich nicht mehr fragen. Hier sind wir auf Quellenvergleiche und vernünftige Spekulation angewiesen.

Bei der Herausarbeitung der fachlichen Konzepte bemerkten wir zudem, dass sie abstrakt wirken. Dies liegt daran, dass sie von den zugehörigen Handlungen losgelöst sind. Aus fachdidaktischer Sicht wäre es sinnvoll, zu jeder fachlichen Vorstellung eine handlungsbezogene Darstellung herauszuarbeiten. Hierfür würde man fragen, wie die abstrakte Vorstellung bei konkreten Handlungen angewandt wird. Was *tut* Fraunhofer beispielsweise, wenn er die Strahlenablenkung vermisst, obwohl die Strahlen nur gedacht sind? Solch ein vorstellungsgeleitetes Handeln möchten wir als *cognized embodiment* bezeichnen, als Gegenstück zum kognitionswissenschaftlichen Begriff der *embodied cognition* (Niebert & Gropengießer, 2015; Wilson, 2002), also des verkörperten und handlungsgeleiteten Denkens. Dementsprechend könnte man Ideen für handlungsorientierte Lernangebote gewinnen, wenn man bei der fachlichen Klärung neben den Vorstellungen auch die vorstellungsbezogenen Handlungen analysieren würde.

7.4.2 Reflexion der Erfassung der Lernerperspektive

Unterrichtsgemäße Erhebungen

Für einen bildbasierten Zugang reichte es nicht, Vorstellungen von Lernenden aus früheren Studien zusammenzutragen. In bisherigen Studien wurde nämlich vor allem untersucht, wie die Lernenden mit Strahlenzeichnungen umgehen. Über die optischen Phänomene selbst sind die Lernenden weniger befragt worden. In bisherigen Studien zur Lernerperspektive spiegelt sich somit der herkömmliche, strahlenbasierte Unterricht wider. Im Umkehrschluss erfordert die Entwicklung eines alternativen Unterrichtskonzepts auch eine andere Fragehaltung bei der Erfassung der Lernerperspektive. Bei unseren eigenen Erhebungen fragten wir daher vorrangig nach dem Verständnis von Phänomen-Zusammenhängen.

Wie Lernende die Phänomene bei Linsen und Prismen auffassen, haben wir insbesondere in Vermittlungsexperimenten nachvollziehen können (Manuskripte 1-2 und 6-7). Durch die Mischung von Interview und Unterricht haben wir nicht nur Präkonzepte, sondern auch Lernprozesse erfassen können.

In den Vermittlungsexperimenten ging es nicht darum, eine fertige Unterrichtsstruktur zu erproben. Vielmehr kam es uns darauf an, die Lernenden mit einem Repertoire an Lernangeboten auf ihren natürlichen Lernwegen zu begleiten. Dadurch konnten wir schon während der Durchführung die didaktische Strukturierung anpassen. Die nachträgliche Auswertung diente einem tieferen Verständnis der Lernerperspektive und der Formulierung von Leitlinien für den Unterricht.

Ungewissheiten bei der Auswertung

Bei der Auswertung der Video-Transkripte folgten wir einer festgelegten Schrittfolge. Allerdings ergaben sich dabei zahlreiche Ungewissheiten.

Schon bei der Auswahl der zu analysierenden Videoabschnitte stellten wir uns die Frage, ob wir nur themenbezogene Aussagen einbeziehen, oder ob wir auch themenabweichende Aussagen berücksichtigen. Wir haben uns dazu entschlossen, beiderlei Arten von Aussagen einzubeziehen. Schließlich sollte der Unterrichtsgang auf die natürlichen Lernwege abgestimmt werden.

Auch bei der Zusammenfassung der Aussagen standen wir vor einem grundlegenden Problem: Die Reihenfolge der Äußerungen muss keineswegs der Reihenfolge des Denkens entsprechen. Deshalb haben wir uns bei der grafischen Darstellung von Lernpfaden dazu entschlossen, die zeitliche Auflösung nicht zu fein zu wählen. Dadurch werden zeitlich eng aufeinander folgende Gedanken als gleichzeitig dargestellt.

Die meisten Unsicherheiten entstanden jedoch erst bei der Strukturierung, also beim Formulieren der Begriffe, Konzepte und Denkfiguren.

Zunächst einmal war nicht immer klar, ob eine herausgearbeitete Vorstellung als Konzept oder Denkfigur anzusehen ist. Zwar bezieht sich ein Konzept auf einen überschaubaren Zusammenhang und eine Denkfigur auf komplexere Zusammenhänge, aber beide Komplexitätsstufen von Vorstellungen sollen in Form von kurzen Sätzen dargestellt werden. Da eine Denkfigur immer mehrere Konzepte beinhaltet, haben wir die meisten Aussagen im Sinne von Konzepten gedeutet und diese dann im Sinne einer Denkfigur zusammengeführt.

Das Ergebnis der Strukturierung hängt davon ab, unter welchem Gesichtspunkt verallgemeinert wird. Um die Praxisrelevanz zu gewährleisten, haben wir die Vorstellungen der Lernenden mit Blick auf die fachliche Klärung und die didaktische Strukturierung herausgearbeitet. In keinem Fall wird es gelingen, die Vorstellungen der Lernenden dem Wesen nach zu erfassen; jede Aufbereitung ist lediglich eine Darstellung der Deutung der Äußerung des Denkens der Lernenden—wie ein Abbild eines Abbildes eines Abbildes eines Abbildes, oder wie ein Anschauungsmodell eines Denkmodells zu einem Anschauungsmodell eines Denkmodells.

Fraglich ist auch, ob der Abgleich der eigenen Ergebnisse mit bisherigen Ergebnissen stets zur Validität beiträgt. Wenn bisherige Ergebnisse Fehldeutungen waren, wäre es wiederum ein Fehler, die eigene Deutung daran zu orientieren. Deshalb lohnt es sich, die eigene Deutung durch die befragte Person selbst überprüfen zu lassen (Manuskript 7).

Bei der Herausarbeitung von Vorstellungen wird insofern grob vereinfacht, als Konzepte kaum wie Bausteine aneinanderreihbar sind. Vielmehr können sie miteinander ver-

woben sein. Wir haben uns daher bemüht, durch die referenzielle Struktur unserer Formulierungen die inhaltlichen Bezüge zwischen den Konzepten ansatzweise darzustellen. Nichtsdestotrotz war es stellenweise ungewiss, ob diese Bezüge schon vorlagen oder durch die Deutung erst hergestellt wurden.

Die Herausarbeitung der Vorstellungen erfolgt in zwei Stufen der Verallgemeinerung: Erst werden ähnliche Aussagen einer Person im Sinne einer zu Grunde liegenden Vorstellung verallgemeinert. Dann werden ähnliche Vorstellungen von verschiedenen Personen als eine Art von Vorstellung verallgemeinert. Steht die zweite Art der Verallgemeinerung nicht im Widerspruch zur Individualität der Lernenden? Nein, denn es geht nicht darum, alle Lernenden über einen Kamm zu scheren. Stattdessen verallgemeinert man jeweils nur für jene Teilgruppe von Lernenden, in der tatsächlich Ähnlichkeiten zu finden sind. Ausgehend von den verschiedenen, themenspezifischen Teilgruppen gelangt man zu einem überschaubaren, aber vielfältigen Katalog an Vorstellungen. Dieser Katalog kann bei der Planung, Durchführung und Auswertung von Unterricht genutzt werden.

Allerdings standen wir vor der Frage, wie *stark* wir verallgemeinern sollen. Verallgemeinert man zu stark, dann werden die Kategorien bedeutungsarm. Verallgemeinert man zu schwach, erhält man zu viele Kategorien. Da es uns darauf ankam, den Gehalt der Vorstellungen zu erfassen und die Vielfalt zu würdigen, haben wir im Zweifelsfall nur schwach verallgemeinert.

Eng damit hing die Frage zusammen, ob das herauszuarbeitende Modell von den Vorstellungen der Lernenden beschreibend oder erklärend sein sollte. Im Sinne der Mathematikdidaktik sollen Vermittlungsexperimente zu einer Theorie über die Denkweise der Lernenden beitragen. Im Sinne der Naturwissenschaftsdidaktik werden Vermittlungsexperimente aber eher beschreibend ausgewertet. Angesichts dessen, und im Einklang mit unserem phänomenbasierten Unterrichtsansatz, haben wir uns für eine überwiegend beschreibende Darstellung der Lernerperspektive entschieden.

Darstellung von Vorstellungen

Oftmals werden die Vorstellungen von Lernenden als Präkonzepte bezeichnet, und deshalb haben auch wir dieses Wort verwendet (Manuskripte 1 und 6). Im Rückblick möchten wir davon Abstand nehmen, da sich das Wort als doppeldeutig und unzweckmäßig erwiesen hat. Zum einen kann man Präkonzepte als *vorunterrichtliche*, also anfängliche Vorstellungen auffassen. Eine so bezeichnete Vorstellung bekommt dann einen festen Platz auf einer Zeitachse. Dies ist jedoch unzweckmäßig, da eine anfängliche Vorstellung auch zu einem späteren Zeitpunkt auftauchen kann. Zum anderen kann man Präkonzepte als *vorwissenschaftliche*, also fachlich unangemessene Vorstellungen auffassen. In diesem Fall bekommt die Vorstellung einen festen Platz auf einer Qualitätssachse. Auch dies ist wenig zweckmäßig, da nicht alle Vorstellungen der Lernenden fachlich unangemessen sind.

Zweckmäßiger erscheint es, allgemein von Vorstellungen zu reden und diese individuell in einem Koordinatensystem anzuordnen, das von einer Zeitachse und einer Qualitätsachse aufgespannt wird.

Wenn man auf der Qualitätsachse die personenübergreifend verallgemeinerten Konzepte dem empirischen Trend folgend anordnet, kann man individuelle Lernwege miteinander vergleichen und einen hypothetischen Lernweg für die Unterrichtsplanung ablesen (Manuskripte 2 und 7). Diese Art der Darstellung haben wir aus der Mathematikdidaktik (Clements & Sarama, 2004) auf die Physikdidaktik übertragen. Wir haben diese Darstellungsform dadurch erweitert, dass wir entlang der Zeitachse die wesentlichen Lehrhandlungen vermerkt haben (Manuskript 2).

Bei der Auswertung der Konzeptwechselprozesse fragten wir uns, ob Konzepte als Anwendungen einer fertigen Denkfigur aufzufassen sind, oder ob eine Denkfigur erst durch Konzepte gebildet wird. Wahrscheinlich sind beide Varianten möglich. Am Anfang des Lernvorgangs stehen vermutlich einzelne Konzepte, aus denen induktiv eine Denkfigur gebildet wird. Diese Denkfigur kann anschließend genutzt werden, um deduktiv auf weitere Konzepte zu schließen.

7.4.3 Reflexion der didaktischen Strukturierung

Einwände gegen einen bildbasierten Zugang

- *Die Einzelbilder innerhalb des Gesamtbildes sind schwer zu erkennen.*

Dies liegt daran, dass die Löcherblende an der Linse nur in einem schmalen Raumbe-
reich lichtdurchlässig ist und der Farbfilter am Prisma oder Gitter nur in einem schma-
len Spektralbereich lichtdurchlässig ist. Vergrößert man die Öffnungen der Löcherblen-
de beziehungsweise den Spektralbereich des Filters, werden die Einzelbilder unscharf,
sodass die Denkfigur der scharfen Einzelbilder dann nicht entwickelt werden kann. Man
braucht deshalb eine starke Lichtquelle, um trotz kleiner Blendenöffnungen und
schmalbandiger Filter ausreichend helle und scharfe Einzelbilder zu erzielen.

Glücklicherweise sind helle Lampen heutzutage leicht verfügbar. Es ist nur darauf zu
achten, dass Streulicht vermieden wird, damit die Einzelbilder kontrastreich sind. Dies
gelingt, indem man in einem verdunkelten Raum arbeitet oder eine dunkle Kiste um den
Projektionsschirm beziehungsweise die betrachteten Gegenstände baut. Zur Beleuch-
tung von Gegenständen verwendet man am besten Lampen mit einer ausgezeichneten
Leuchtrichtung, beispielsweise Taschenlampen oder LED-Tischlampen. Erfahrungsge-
mäß ist die Arbeit im Dunkeln auf Dauer unangenehm. Eine didaktisch sinnvolle Ab-
wechslung besteht darin, die dunklen Arbeitsphasen durch Simulationen, Diskussionen
und zeichnerische Konstruktionen im Hellen abzulösen.

- *Die exakten Formeln für die Strahlablenkung sind aus den Bildern kaum herleitbar.*

Die exakten Formeln beruhen nämlich nicht auf explorativem Experimentieren, sondern auf experimentell geprüfter Theorie. Selbst Kepler gelang es anhand von Versuchsdaten nicht, ein allgemeines Brechungsgesetz anzugeben. Selbst Fraunhofer sagte zu seinen Gitterversuchen: „Unmittelbar aus den Ergebnissen dieser Versuche ein *Gesetz* für diese Phänomene abzuleiten, möchte auch dem scharfsinnigsten Physiker schwerlich gelingen“ (Fraunhofer, 1823, S. 357). Ein bildbasierter Zugang ist auf Grund des explorativen Vorgehens nicht dazu geeignet, exakte Formeln für die Strahlablenkung herzuleiten. Vielmehr besteht der Zweck darin, ein qualitatives Verständnis der Phänomen-Zusammenhänge zu gewinnen, um eine feste Grundlage für theoretische Überlegungen zu haben.

Nichtsdestotrotz haben wir mit unserem bildbasierten Zugang zu Keplers Brechungsversuch gezeigt, wie man das Brechungsgesetz ausgehend von den beobachtbaren Bildern zumindest *heuristisch* herleiten kann (Manuskript 5).

Ebenso haben wir am Gitter eine *heuristische* Methode verwendet, um zunächst die einfache Gitterformel geometrisch herzuleiten und danach anhand der begründeten Wellen-Analogie die verallgemeinerte Gitterformel aufzustellen (Manuskript 10).

Beim Geradsichtprisma genügt die Annahme, dass die Spektrenbreite proportional zur Gegenstandsweite beziehungsweise zum Schirmabstand ist, um den Strahlengang in sinnvoller Näherung angeben zu können. Beim dreiseitigen Prisma ist es schwieriger, weil die geometrischen Eigenschaften des Spektrums vom Rotationswinkel abhängen (Rang, 2015). Hier ist es sinnvoll, sich auf die fachwissenschaftlich ausgezeichnete Position der minimalen Ablenkung zu konzentrieren, denn dann ist der Strahlengang für das Einzelbild einer gegebenen Spektralfarbe symmetrisch zur Winkelhalbierenden des brechenden Winkels, vgl. Abschnitt 4.3. Überdies kann man das mathematische Ergebnis vom bildbasierten Zugang zu Keplers Brechungsversuch nutzen, um alle anderen Fälle am Prisma strahlenoptisch vorhersagen zu können.

Ebenso kann man das bildbasierte Brechungsgesetz auf die Linse anwenden. Traditionsgemäß genügt es bei dünnen Linsen jedoch, die vereinfachte Strahlenkonstruktion zu verwenden. Wir haben gezeigt, wie man solch eine Konstruktion bildbasiert einführen kann (Manuskript 3).

- *Beim bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung werden überwiegend die Bilder auf dem Schirm, kaum aber die Ansichten durch die Linse untersucht.*

Die Linsenabbildung ist nur beim Blick auf den Schirm als Überlagerung von Einzelbildern zu beobachten. Sobald man die Ansichten durch die Linse untersucht, gelangt von

jedem Einzelbild nur ein pupillenförmiger Ausschnitt in das Auge. Aus den Ausschnitten der verschiedenen Einzelbilder setzt sich auf der Netzhaut ein neues Bild zusammen, je nachdem, wie weit man von der Linse entfernt ist. Befindet man sich in der Ebene des scharfen Bildes, gelangt von jedem Einzelbild jeweils der gleiche Bildpunkt durch die Pupille zur Netzhaut, sodass die ganze Linse in einer Farbe erscheint. Nur, wenn man unmittelbar hinter der Linse ist, sieht man ein ganzes Einzelbild des ganzen Gegenstandes.

Deshalb nutzt man genau diese Betrachterposition beim bildbasierten Zugang, um die Linsenabbildung zu erschließen: Was von der Linse aus zu sehen ist, wird auf den Schirm projiziert. Sobald man die Einzelbilder auf dem Schirm verstanden hat, kann man auch alle möglichen Ansichten durch die Linse vorhersagen, da die Ansichten zusammengesetzt sind aus den pupillenförmigen Ausschnitten der ins Auge tretenden Einzelbilder. Anhand bildbasierter Strahlenkonstruktionen wird die Vorhersage besonders einfach, da die Ansicht—ähnlich wie bei der herkömmlichen Konstruktion—durch die reellen oder virtuellen Strahlenschnittpunkte beschrieben wird.

- *Der bildbasierte Zugang zur Linsenabbildung scheint nicht auf komplexe Linsensysteme anwendbar zu sein.*

Sobald mehrere Linsen im Spiel sind, kann man nicht mehr durchgängig im Sinne ganzer Einzelbilder denken. Wenn man beispielsweise beim Teleskop annimmt, dass jeder Punkt der vorderen Linse ein ganzes Einzelbild projiziert, dann kann man nicht unmittelbar daraus schlussfolgern, was von jedem Punkt der zweiten Linse des Teleskops projiziert wird.

Einfacher ist es, zunächst die Erzeugung des Zwischenbildes durch die erste Linse nachzuvollziehen und dieses wiederum als Gegenstand für die zweite Linse anzusehen. Man ermittelt also zunächst, wo sich die Einzelbilder von der ersten Linse zu einem scharfen Gesamtbild überlagern und nimmt dann an, dass ausgerechnet dieses scharfe Gesamtbild von jedem Punkt der zweiten Linse abgebildet wird.

Da der bildbasierte Zugang zur Linsenabbildung geometrisch gleichwertig zu Keplers Zugang ist, sind die Anwendungsbereiche grundsätzlich gleich. Darüber hinaus gewinnt man durch den bildbasierten Zugang eine andere Sicht auf Strahlenkonstruktionen, sodass man eventuelle Fehler—gerade in komplexen Zeichnungen—gut erkennen kann.

- *Beim Blick durch ein Prisma oder Gitter sind die entscheidenden Perspektivunterschiede zwischen den verschiedenfarbigen Einzelbildern schwer zu erkennen.*

Dies ist besonders bei schwacher Dispersion der Fall, also bei Kron- statt Flintglasprismen und bei groben statt feinen Gittern. Wenn man keine Perspektivunterschiede sieht, fehlt die Grundlage für ein bildbasiertes Verständnis des Spektroskops.

Entscheidend ist, dass der Betrachterabstand zum Prisma oder Gitter nicht Null ist: Je größer der Betrachterabstand, desto größer wird der Versatz zwischen den verschiedenfarbigen Einzelbildern des Betrachterauges (vom Gegenstand aus gesehen), und umso größer werden dementsprechend die Perspektivunterschiede. Überdies sind die Perspektivunterschiede umso auffälliger, je unterschiedlicher die Abstände der einzelnen Gegenstände vom Prisma oder Gitter sind, denn der Versatz der Einzelbilder eines Gegenstands nimmt mit zunehmender Gegenstandsweite zu. Die Lehrperson sollte also nicht nur für stark dispersive Prismen und Gitter sorgen, sondern auch für ausreichenden Betrachterabstand und für genügend Entfernung zwischen betrachtetem Vorder- und Hintergrund.

- *Beim bildbasierten Zugang zur Spektroskopie wird die Linsenwirkung eines Projektors und des Auges vernachlässigt.*

Ohne abbildendes Element, also beispielsweise eine Linse, ist Spektroskopie nicht möglich. Die Linse wird beim bildbasierten Zugang zur Spektroskopie jedoch vernachlässigt. Sie wird gedanklich durch das einfachste abbildende Element ersetzt, nämlich durch eine Lochblende: Das Auge wird als Lochkamera, der Projektor als deren Umkehrung modelliert. Dadurch wird eine didaktisch sinnvolle Vereinfachung erreicht. Im Versuch kann man diese Vereinfachung verdeutlichen, indem man eine Lochblende vor das Auge oder den Projektor setzt.

Möchte man bei spektroskopischen Versuchen die Linsenabbildung nicht vernachlässigen, kann man natürlich einen bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung mit dem bildbasierten Zugang zur Spektroskopie verknüpfen.

Der bildbasierte Zugang – eine sinnvolle Alternative?

Zusammen mit Erb (1999) wollen wir den bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie hinterfragen, und zwar aus fachlicher, pädagogischer, lernpsychologischer und unterrichtspraktischer Sicht.

- „Erscheint die Verwendung der alternativen Beschreibung aus fachlicher Sicht sinnvoll? Kommen wichtige Inhalte und typische Methoden der Physik zur Geltung?“ (Erb, 1999, S. 17)

In die didaktische Strukturierung sind unter anderem die Erkenntnisse der fachlichen Klärung eingeflossen. Dadurch ist gewährleistet, dass der vorgeschlagene Unterrichtszugang fachlich angemessen ist.

Beim bildbasierten Zugang zur *Linsenabbildung* erscheint die alternative Beschreibung dadurch gerechtfertigt, dass Bezüge zur computerbasierten Bilderfassung möglich werden (Manuskripte 2 und 3). Die zu Grunde liegende Denkfigur ist im neuen Unterrichtszugang nämlich dieselbe wie bei Synthetic Aperture Imaging (Abschnitt 4.2): Das Ge-

sambild entspricht einer Überlagerung von scharfen Einzelbildern unterschiedlicher Perspektive. Zudem lässt sich diese ganzheitliche Denkfigur leicht überführen in die punktweise Denkfigur: Schließlich lässt sich Keplers Strahlenzeichnung zur Linsenabbildung wie ein Kippbild auf beide Weisen deuten. Die alternative Strahlenkonstruktion anhand von Bilderpyramiden beinhaltet dementsprechend auch die herkömmliche Bildkonstruktion anhand ausgezeichneter Strahlen (Manuskript 3).

Ein bildbasierter Zugang zur *Spektroskopie* erscheint insbesondere dadurch gerechtfertigt, dass durch ihn fachwissenschaftliche Neuerkenntnisse gewonnen werden konnten. Mit einem bildbasierten Zugang konnten wir Newtons historischen Prismenversuch umdeuten (Manuskripte 9 und 13) und in Bezug zu modernen Anwendungen setzen (Manuskript 9). Zudem konnten wir durch bildbasiertes Denken ein einfaches, aber wirksames Verfahren zur Spektralsynthese einführen und davon ausgehend die Projektion von spektral kodierten Bildern erfinden (Manuskript 12). Durch das Denken in Bildern sind wir außerdem zu der Einsicht gelangt, dass ein einfaches Spaltspektroskop scharfe Ansichten der Gegenstände vor dem Spalt ermöglicht (Manuskript 14). Im Zuge dessen haben wir das Konzept von *spatiospectral scanning* sowie dessen dispersionsbasierte Umsetzung eingeführt. Seitdem wird *spatiospectral scanning* in der Wissenschaftsgemeinde als eigenständige, vierte Technik der hyperspektralen Bildgebung anerkannt (Lim & Murukeshan, 2015; Eckhard, Eckhard, Valero, Nieves, & Contreras, 2015; Sawyer, Luthman, & Bohndiek, 2017; Bürsing & Gross, 2017).

Für den Unterricht sind die Erfindungen und Erkenntnisse unmittelbar bedeutsam: Das einfache Verfahren zur Spektralsynthese kann dazu genutzt werden, die Spektren verschiedener Elemente nachzuahmen, ohne auf teure Spektralröhren angewiesen zu sein. Die spektrale Bildprojektion im Zusammenhang mit Newtons entscheidendem Prismenversuch und die Pseudohologramme im Zusammenhang mit dem Spektroskop sorgen erfahrungsgemäß für hohe Lernmotivation.

Neben klassischen und modernen Inhalten kommen auch physiktypische Methoden zum Tragen, vor allem die phänomenologische Methode (Müller, 2017) und die Modellmethode (Leisner-Bodenthin, 2006).

- „Erscheint die Verwendung der alternativen Beschreibung aus pädagogischer Sicht sinnvoll?“ (Erb, 1999, S. 17)

Aus pädagogischer Sicht erscheint ein bildbasierter Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie vor allem deshalb sinnvoll, weil er alle fünf Merkmale eines phänomenbasierten Unterrichts (Westphal, 2014) erfüllt.

Die **Subjektivität** wird beim Thema Linsenabbildung vor allem dadurch erreicht, dass ein eingebundener Versuch *par excellence* am Anfang steht (Manuskript 3): Die Lernenden nutzen ihre eigenen Augen als natürliches Linsensystem und sind somit nicht nur Teil des Versuchsaufbaus, sondern sind im Wesentlichen der Versuchsaufbau selbst.

Beim Thema Spektroskopie wird die Subjektivität vor allem beim Blick durch ein Prisma, ein Beugungsgitter oder ein Spektroskop genutzt (Manuskripte 8-10).

Die **Affektivität** wird insbesondere durch magisch wirkende Experimente wie spektrale Bildprojektion (Manuskripte 8 und 10) oder die überraschende Perspektivverschiebung am eigenen Auge (Manuskript 3) hergestellt. Zudem können die Lernenden anhand der Bezüge zu modernen Anwendungen die aktuelle Bedeutsamkeit der Linsenabbildung (Manuskript 3) und Spektroskopie (Manuskript 9) erkennen. Überdies wird durch die Thematisierung von räumlicher Perspektive ein fächerübergreifender Unterricht möglich, bei dem auch künstlerisch Interessierte angesprochen werden.

Die **Mediation**, die Vermittlung zwischen Alltags- und Physikwelt, wurde durch den wechselseitigen Vergleich von der Sicht der Lernenden und der Sicht der Forschenden vorbereitet. Beim Thema Linsenabbildung haben wir Keplers Strahlenzeichnung als Brücke zwischen der holistischen Sicht und der analytischen Sicht genutzt (Manuskripte 1-3). Beim Thema Spektroskopie vermitteln vor allem die Beobachtungen am Prisma und Beugungsgitter zwischen der eigenen und der fachwissenschaftlichen Sicht (Manuskripte 6-8). Unsere Vermittlungsexperimente haben gezeigt, dass ein bildbasierter Zugang mit den natürlichen Lernwegen der Schülerinnen und Schüler sowie Studierenden vereinbar ist (Manuskripte 1-2 und 6-7). Ein bildbasierter Zugang ermöglicht es den Lernenden also, von ihrer eigenen Sicht zur wissenschaftlichen Sicht überzugehen.

Eine **Exploration** findet insbesondere bei der Beobachtung der Einzelbilder und ihrer Überlagerung zum Gesamtbild statt. An der Linse können die Lernenden im Schülerversuch erkunden, wie die Überlagerung der Einzelbilder bedingt wird durch die Gegenstandsweite, die Anzahl der Löcher in der Linsenabdeckung sowie die Schirmposition. Beim Spektroskop, bei Newtons entscheidendem Prismenversuch, und bei spektraler Bildprojektion können die Lernenden die Bildverwandlung beobachten, während der Versuchsaufbau in seine Einzelteile zerlegt beziehungsweise Schritt für Schritt zusammengesetzt wird. Die dabei gesammelten Erfahrungen bilden eine konkrete Grundlage für abstraktere Vorstellungen, insbesondere zum Strahlengang.

Beim bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung (Manuskript 3) werden teils bekannte Versuchsaufbauten verwendet, aber sie werden anders erkundet.

Während man im Lichtwegkonzept (Erb, 1994) und beim strahlenbasierten Zugang (Ziegler & Priemer, 2015) mehrere Einzelbilder hinter einer Löcherblende mit einer Prismen-Anordnung übereinanderlegt, verwendet man beim bildbasierten Zugang von Anfang an eine Linse zur Abbildung und erst später einer Löcherblende zur Offenbarung von Einzelbildern, sodass kein Vorwissen über Lochblenden und Prismen nötig ist.

Während Sommer (2005) sowie Ziegler & Priemer (2015) eine Löcherblende in beliebigem Abstand vor die Linse stellen, muss die Löcherblende beim bildbasierten Zugang unmittelbar an der Linse sein—im Idealfall zwischen den zwei Linsenhälften (Manu-

skript 3)—, denn nur so kann man die bilderzeugende Wirkung einzelner Linsenpunkte offenbaren (Manuskript 4).

Während man im Konzept optischer Wege (Sommer, 2005) von verschiedenen Bildpunkten aus durch die Linse schaut und somit nur einzelne Gegenstandspunkte sieht, schaut man beim bildbasierten Zugang von verschiedenen Linsenpunkten aus und sieht somit jeweils den Gegenstand als Ganzes, was der ganzheitlichen Sicht der Lernenden entspricht. Zudem kann man nur, wenn man ganze Gegenstände sieht, Perspektivunterschiede erkennen. Die verschiedenen Perspektiven sind entscheidend für eine bildbasierte Antwort auf die Frage, warum die Bildweite von der Gegenstandsweite abhängt: Perspektivisch verschiedene Einzelbilder lassen sich nur teilweise in Deckung bringen, sodass je nach Überlappung der Einzelbilder nur eine bestimmte Gegenstandsebene scharf dargestellt werden kann.

Auch beim bildbasierten Zugang zur Spektroskopie wird so manches bekannte Experiment anders betrachtet.

Während man beim RGB-Zugang zu prismatischen Spektren (Grusche & Theilmann, 2015; Theilmann & Grusche, 2013) nur abstrakte Muster durch das Prisma projiziert oder betrachtet, verwendet man beim bildbasierten Zugang (Manuskripte 8-10) konkrete Bilder, wodurch ein stärkerer Alltags- und Anwendungsbezug möglich wird. Zudem werden beim bildbasierten Zugang nicht nur flächig angeordnete, sondern auch räumlich gestaffelte Gegenstände betrachtet. Dadurch wird die Grundlage für ein bildbasiertes Verständnis des Spektroskops gelegt, wo sich der Spalt und die betrachtete Lichtquelle in verschiedenen Abständen vom Prisma oder Gitter befinden (Manuskript 8).

Ähnlich wie beim Lichtwegkonzept (Erb, 1994) und beim Konzept optischer Wege (Sommer, 2005) werden beim bildbasierten Zugang reelle Beugungsspektren untersucht. Anders als bei Erb (1994) und Sommer (2005) ist für die Herleitung der Gitterformel jedoch kein Vorwissen über die Linsenabbildung nötig, da die Linse als Lochblende modelliert wird; dementsprechend wird die Heuristik verwendet, dass jede gezeichnete Verbindungslinie einem Bündel paralleler Strahlen entspricht.

Zudem werden keine punktförmigen Lichtquellen abgebildet, sondern ausgedehnte Bilder projiziert. Dies kann im Kontext spektraler Bildprojektion (Manuskript 10) stattfinden, sodass nicht nur die holistische Denkfigur der Lernenden aufgegriffen wird, sondern auch ein interessanter Anwendungsbezug hergestellt wird.

Beim bildbasierten Zugang zu „Spielfilm auf Spaghetti“ (Manuskript 10) und zum Spektroskop (Manuskript 8) wird auch das Gitterraum-Konzept (Müller & Schön, 2011) aufgegriffen. Es wird aber nicht auf die bunt verschwommenen Gesamtbilder, sondern auf die monochromatischen Einzelbilder angewandt. Zudem wird herausgearbeitet, dass nur bei einem bestimmten Blickwinkel ein verzerrungsfreies und eindeutig verortbares Bild entsteht; bei allen anderen Blickwinkeln entsteht ein gedehntes oder gestauchtes

sowie astigmatisches Bild (Manuskript 8). Anhand des ausgezeichneten Blickwinkels kann die fachwissenschaftlich bedeutsame Position der minimalen Ablenkung anwendungsbezogen eingeführt werden.

Die **Modellfreiheit und Modellkompetenz** werden im bildbasierten Zugang dadurch erreicht, dass zuerst die beobachtbaren Bilder mit den Versuchsbedingungen in Bezug gesetzt werden, ehe das Strahlenmodell eingeführt wird. Wir haben gezeigt, dass selbst ohne Strahlen ein grundlegendes Verständnis der Linsenabbildung und Spektroskopie möglich ist (Manuskripte 3 und 8). Im Anschluss daran kann die Lehrperson gemeinsam mit den Lernenden das Strahlenmodell anhand der beobachteten Bilder entwickeln (Manuskripte 3-5 und 8-10). Im Gegensatz zu Maier (1986) haben wir für die Linsenabbildung nicht die herkömmliche Konstruktionsmethode ausgehend von einzelnen Bildpunkten hergeleitet, sondern eine alternative Konstruktionsmethode ausgehend von ganzen Einzelbildern entwickelt (Manuskript 3). Mit dieser bildbasierten Konstruktionsmethode kann man an die holistische Denkfigur der Lernenden anknüpfen und zur punktwisen Denkfigur Keplers sowie zur herkömmlichen Konstruktionsmethode überleiten.

Da Strahlen nicht anhand von feinen Lichtbündeln veranschaulicht werden, können Phänomenwelt und Modellwelt klar voneinander getrennt werden. Indem man Bilder miteinander oder mit dem Auge verbindet, erhält man zweckgemäß nur jene Strahlen, die für ein Verständnis der Abbildung bedeutsam sind. Mit dem Wort „Verbindungsline“ wird ausgedrückt—und zwar noch deutlicher als mit den Wörtern „Lichtweg“ (Erb, 1994; Erb, 1999; Müller & Schön, 2011; Quick, 2015; Westphal, 2014) und „optischer Weg“ (Maier, 1986; Sommer, 2005)—, dass es sich um eine menschengemachte Hilfskonstruktion handelt, nicht um einen naturgegebenen Lichtkörper. Da Strahlen als Verbindungslinien eingeführt werden, gelten sie zunächst als beschreibendes Modell. Mit diesem Modell wird zunächst nur die Anordnung der Einzelbilder beschrieben. Darüber hinaus kann das Modell genutzt werden, um die Ausbreitung des Lichts zu beschreiben. Dieses beschreibende Modell kann anschließend hinsichtlich erklärender, quasi-mechanischer Lichtmodelle diskutiert werden. Beim Dreischritt von den Bildern über das Strahlenmodell zum Wellenmodell können die Lernenden erfahren, dass beide Modelle anwendbar sind, aber verschiedenen Zwecken dienen und keinesfalls das Wesen des Lichts erfassen (Manuskript 10).

- „Erscheint die Verwendung der alternativen Beschreibung aus lernpsychologischer Sicht sinnvoll? Werden Schülervorstellungen und kognitive Fähigkeiten angemessen berücksichtigt?“ (Erb, 1999, S. 17)

Aus lernpsychologischer Sicht erscheint ein bildbasierter Zugang sinnvoll, weil wir die didaktische Strukturierung auf die Lernerperspektive abgestimmt haben. Naturgemäß sind die kognitiven Fähigkeiten bei Schülerinnen und Schülern weniger ausgeprägt als bei Studierenden. Deshalb haben wir sowohl Siebtklässler (Manuskripte 1 und 6) als

auch Lehramtsstudierende (Manuskripte 2 und 7) bezüglich ihrer Vorstellungen untersucht. Im Großen und Ganzen sind jedoch bei beiden Altersgruppen eher holistische Denkfiguren anzutreffen. Ein bildbasierter Zugang ermöglicht es der Lehrperson, an diese bildbezogene, ganzheitliche Sicht der Lernenden anzuknüpfen: Bei der Erkundung der Linsenabbildung wird weder der Gegenstand noch dessen Bild punktwise zerlegt, sondern die Linse; bei der Erkundung der Spektroskopie werden die verschiedenfarbigen Einzelbilder als Ganzes betrachtet, bevor sie durch Spalt- oder Stegblenden zu- rechtgeschnitten werden.

Ein bildbasierter Zugang ist zugegebenermaßen komplex: Vielfältige Beobachtungen sollen gedanklich miteinander verbunden werden. Diese Komplexität ist jedoch dadurch begründet, dass die Lernenden vielfältige Erfahrungen sammeln müssen, um sinnhafte Bezüge zur Theorie herstellen zu können. „Phänomene sind für die Generierung von Wissen um so relevanter, wenn sie in einer Pluralität vorliegen, welche Typenbildung und die Feststellung von Regelmäßigkeit zulässt“ (Gerstberger, 2015, S. 228). Die „Komplexität ist nötig, damit die Schülerinnen und Schüler angemessene Vorstellungen entwickeln können“ (Kattmann et al., 1997, S. 3). Bei den vielfältigen Beobachtungen können die Lernenden an ihre alltäglichen Seherfahrungen von Schärfe und Unschärfe, Perspektive und Parallaxe anknüpfen. Beim Abwandeln von Versuchen und beim Basteln mit Bildfolien (Manuskript 3), Bildstreifen (Manuskript 12) und Farbfiltern (Manuskript 8) können sie diese Erfahrungen vertiefen und auf die Bildentstehung bei Linsen, Prismen und Gittern anwenden. All diese Erfahrungen bilden die Grundlage für ein anwendungsbezogenes Verständnis des Strahlengangs (Manuskripte 1-2 und 6-7). Die handlungsbedingte Komplexität stellt also weniger ein Lernhindernis, sondern vielmehr eine Lernhilfe dar.

Überdies lassen sich bei einem bildbasierten Zugang sowohl Linsenabbildung als auch Spektroskopie als Überlagerung von scharfen Einzelbildern auffassen. Diese themenübergreifende Denkfigur sorgt erfahrungsgemäß für Aha-Erlebnisse und somit für ein erleichtertes und begeistertes Lernen.

Bildbasiert kann das Strahlenmodell immer wieder von Neuem eingeführt werden: Verbindungslinien zu Einzelbildern lassen sich nicht nur bei der Linsenabbildung und Spektroskopie zeichnen, sondern auch schon bei einer planparallelen Platte, bei Schattengebern, bei einer Lochkamera, und bei ebenen sowie gekrümmten Spiegeln. So kann das Strahlenmodell spiralcurricular, handlungsorientiert und kontextbezogen—also auf lernförderliche Weise—entwickelt werden.

- „Erweist sich ein unter Verwendung der alternativen Beschreibung durchgeführter Unterricht als erfolgreich?“ (Erb, 1999, S. 18)

In Vermittlungsexperimenten konnten wir erste Erfolge eines bildbasierten Zugangs feststellen. Es fiel den meisten Siebtklässlern leicht, ein Linsenbild beziehungsweise Spektrum als Überlagerung von scharfen Einzelbildern zu verstehen; anhand der Ein-

zelbilder konnten sie teilweise schon den Strahlengang andeuten (Manuskripte 1 und 6). Die meisten Studierenden hingegen konnten bei Linsenexperimenten von einer tendenziell holistischen Sichtweise zu fachlich angemesseneren Vorstellungen übergehen (Manuskript 2) und bei prismatischer Inspektion ihr Verständnis vom Strahlengang verfeinern (Manuskript 7).

8 Rückblick und Ausblick

8.1 Rückblick

Unterrichtsgänge gemäß Schulbüchern

Typische Unterrichtsgänge zu Linsen, Prismen und Gittern lassen sich an Schulbüchern ablesen. Bei kritischem Blick fallen einige Schwachpunkte auf:

- Das Strahlenmodell wird als *bekannt* vorausgesetzt,
- Phänomene wie Brennfleck, Spektrallinien und Interferenzmaxima werden als *Lichteffekte statt Bilder* aufgefasst,
- die *modellhaften* Strahlengänge werden durch *phänomenhafte* Lichtbündel veranschaulicht—im Gegenzug müssen die sonst *beobachtbaren* Bilder *hinzuge-dacht* werden,
- die *Bewertung* des Strahlenmodells wird vernachlässigt.

Diese Schwachpunkte ergeben ein zweifaches Problem: Zum einen fällt es den Lernenden schwer, den Zusammenhang zwischen Bildern und Strahlen zu verstehen. Zum anderen unterscheiden sie kaum zwischen dem Phänomen des Lichtbündels und dem Modell des Lichtstrahls.

Dem zweifachen Problem entsprechend haben wir Lösungsansätze bei modellorientierten und phänomenbasierten Unterrichtsgängen gesucht.

Modellorientierte Unterrichtsgänge

Bei *modellorientierten* Unterrichtsgängen zu Linsen, Prismen und Gittern wird das Strahlenmodell in Form von Axiomen vermittelt. Durch die axiomatische Formulierung soll verdeutlicht werden, dass Strahlen erdacht sind; gleichzeitig kann jedoch das Missverständnis verschärft werden, dass Strahlen Lichtbestandteile seien. Bei der Modellmethode wird das Phänomen als etwas aufgefasst, was nicht durch unmittelbare Untersuchung verständlich werden kann; angesichts dessen werden keine Zusammenhänge zwischen den Erscheinungen gesucht. Im Mittelpunkt stehen Modelle des Lichts: Sie werden schrittweise eingeführt, angewandt und bewertet. Das Strahlenmodell wird klar vom Wellenmodell abgegrenzt; dadurch wird jedoch die Tragweite des Strahlenmodells unterschätzt und der Bezug zum Wellenmodell unterschlagen.

Phänomenbasierte Unterrichtsgänge

Bei *phänomenbasierten* Unterrichtsgängen zu Linsen, Prismen und Gittern wird nicht von Strahlen gesprochen, sondern beispielsweise von Lichtwegen oder Visierlinien. Durch diese andere Sprechweise soll verdeutlicht werden, dass Strahlen geometrische Linien sind; allerdings kann die Rede von Sichtwegen, Sehwegen, Visierlinien und

Blickrichtungen die fragwürdige Vorstellung von Sehstrahlen verstärken. Bei der phänomenologischen Methode werden Lichtstrahlen als etwas aufgefasst, was mehr mit Mechanik als mit Optik zu tun hat; angesichts dieser Wesensfremdheit wird das Strahlenmodell weitestgehend gemieden. Im Mittelpunkt stehen die Phänomene: Sie werden schrittweise beschrieben, vervielfacht und geordnet. Der Gegenstand und dessen Bild werden meist punktweise betrachtet; dies entspricht jedoch nicht der ganzheitlichen Sicht der Lernenden.

Problemstellung

Angesichts der Schwachpunkte bestehender Unterrichtsgänge wollten wir einen Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie entwickeln, der von ganzen Bildern ausgeht und zu einem tragfähigen Strahlenmodell hinführt. Dieser *bildbasierte Zugang* sollte die Kluft zwischen der Erfahrungswelt der Lernenden und der Modellwelt der Forschenden schließen.

Anwendung des Modells der Didaktischen Rekonstruktion

Um zwischen der holistischen Sicht der Lernenden und der analytischen Sicht der Forschenden zu vermitteln, haben wir das Modell der Didaktischen Rekonstruktion angewandt. Gemäß diesem Modell sind die fachliche Klärung, die Erfassung der Lernerperspektive und die didaktische Strukturierung wechselseitig aufeinander abzustimmen.

Für die *fachliche Klärung* zu Linsen, Prismen und Gittern analysierten wir zum einen historische Texte von Kepler, Newton und Fraunhofer, zum anderen moderne Texte von Vaish, Rang und Lunazzi. Mit Blick auf die didaktische Strukturierung haben wir untersucht, wie die Forschenden einen Zusammenhang zwischen Bildern und Strahlen herstellen. Bei der Analyse der modernen Texte erwies sich die räumliche Perspektive als themenübergreifender Gesichtspunkt, unter dem Linsenabbildung und Spektroskopie betrachtet werden können. Dementsprechend haben wir auch Dürers Text über perspektivische Bilder in die fachliche Klärung einbezogen.

Für die *Erfassung der Lernerperspektive* zur Linsenabbildung und Spektroskopie werteten wir Studien der letzten drei Jahrzehnte aus und führten eigene Studien mit Schülerinnen und Schülern (Manuskripte 1 und 6) sowie Studierenden (Manuskripte 2 und 7) durch. In den bisherigen Studien ging es vorrangig um Strahlenzeichnungen; die beobachtbaren Bilder wurden weniger thematisiert. Dementsprechend wurde in diesen Studien nicht erfasst, welche Vorstellungen die Lernenden bei der unscharfen Linsenabbildung und bei der Dispersion von konkreten Bildern nutzen. Diese Vorstellungen sind jedoch für die didaktische Strukturierung eines bildbasierten Zugangs bedeutsam. Um diese Vorstellungen zu erheben, haben wir Fragebögen und Vermittlungsexperimente genutzt. Im Großen und Ganzen konnten wir bestätigen, dass Schülerinnen und Schüler sowie Studierende eine überwiegend holistische, bildbezogene Denkfigur nutzen und Strahlen oft als Lichtkörper statt als Konstruktionslinien auf-

fassen. In den Vermittlungsexperimenten konnten wir an die holistische Sicht anknüpfen und diese über einen bildbasierten Zugang zur analytischen Sicht der Forschenden hin weiterentwickeln. Auf Grundlage der dabei gesammelten Unterrichtserfahrungen haben wir den bildbasierten Zugang auf die Lernerperspektive abgestimmt.

Für die *didaktische Strukturierung* des bildbasierten Zugangs haben wir lernförderliche Entsprechungen zwischen der Sicht der Lernenden und der Sicht der Forschenden herausgearbeitet. Eine wesentliche Entsprechung besteht in der Vorstellung, dass Bilder entlang der Strahlen zu finden sind. Dementsprechend werden beim bildbasierten Zugang die Strahlen als Verbindungslinien zwischen Bildern aufgefasst. Um die fachlich geklärten Vorstellungen aus Sicht der Lernenden zu rekonstruieren, haben wir Keplers Strahlenkonstruktion zur Linsenabbildung holistisch umgedeutet (Manuskript 3) und Newtons Strahlenkonstruktion von prismatischen Bildern handlungsmäßig umgekehrt (Manuskript 8). Eine weitere Entsprechung besteht in der Vielfalt von Vorstellungen zum Wort „Strahl“: Die Lernenden deuten dieses Wort auf ebenso vielfältige Weise wie die Forschenden. Unter Strahlen verstand Kepler *Lichtwege*, Newton *Lichtbestandteile*, Fraunhofer *Lichtbündel*. Die verschiedenen Vorstellungen der Forschenden lassen den Modellcharakter der Strahlen erkennen und bieten einen historischen Hintergrund, vor dem sich die Lehrperson mit den Lernenden über die Wortbedeutung verständigen kann. Eine feste Grundlage für diese schwindelerregende Diskussion bilden die geraden Verbindungslinien, die zwischen den beobachtbaren Bildern gezogen werden können. Derartige geometrische Linien entsprechen dem modernen Strahlbegriff.

Entwurf einer phänomenbasierten Modellmethode

Um einen schrittweisen Übergang von den optischen Phänomenen zum Strahlenmodell und darüber hinaus zum Wellenmodell zu ermöglichen, haben wir die phänomenologische Methode und die Modellmethode in einer phänomenbasierten Modellmethode miteinander verschränkt. Dadurch haben wir die Vorteile von phänomenbasierten und modellorientierten Unterrichtsgängen vereint und einige Nachteile beseitigt.

Ein bildbasierter Zugang zur Linsenabbildung und Spektroskopie

Die Anwendung der phänomenbasierten Modellmethode äußert sich beim *bildbasierten Zugang* in den folgenden Schritten (Manuskripte 3-5 und 8-10):

1. Alltagsnahe Phänomene der Linsenabbildung / Spektroskopie beobachten.
2. Innerhalb des Linsenbildes / Spektrums verschiedene Einzelbilder offenbaren, und zwar durch eine Löcherblende an der Linse / Farbfilter am Prisma oder Gitter.
3. Linsenabbildung / Spektroskopie als Überlagerung von verschiedenartigen Einzelbildern betrachten.
4. Die räumliche Verteilung der Einzelbilder anhand von Verbindungslinien übersichtlich darstellen.

5. Verbindungslinien nutzen, um die Überlagerung der Einzelbilder zum Gesamtbild vorherzusagen.
6. Den Modellcharakter der so genannten Strahlen reflektieren.

Solch ein bildbasierter Zugang lässt sich auch auf andere Themen der Optik übertragen (beispielsweise auf die Schattenlehre), sodass das Strahlenmodell spirallcurricular und kontextorientiert erarbeitet werden kann.

Am Beugungsgitter wird das Strahlenmodell zum Wellenmodell hin erweitert. Hierbei wird die Heuristik verwendet, dass jede gezeichnete Verbindungslinie einem Bündel paralleler Strahlen entspricht. Strahlen durch benachbarte Gitteröffnungen unterscheiden sich um ein ganzes Vielfaches einer Elementarlänge, was—rein geometrisch betrachtet—konstruktiver Interferenz entspricht.

Das Leitmotiv beim bildbasierten Zugang lautet: Bilder im Versuch anschauen (*nicht in Seitenansichten hinzudenken*); Strahlen als Verbindungslinien hinzudenken (*nicht durch Lichtbündel veranschaulichen*)!

Auf diese Weise werden Phänomen und Modell klar voneinander getrennt und ebenso klar miteinander verbunden. Das zweifache Problem ist gelöst.

Beiträge zur Fachwissenschaft

Darüber hinaus haben wir mit dem bildbasierten Zugang fachwissenschaftliche Erkenntnisse gewonnen:

- Die Projektion eines Bildes durch ein Prisma auf einen eindimensionalen Projektionsschirm ergibt eine Lichtlinie, die sich beim Blick durch ein Prisma in ein rundum sichtbares, spiegel-immunes Bild verwandelt. Im Rückblick erweisen sich spektral durchstimbare Lichtquellen als Projektoren spektral kodierter Bilder (Manuskript 12).
- Der Lichtfleck am Ende von Newtons entscheidendem Prismenversuch ist ein Landschaftsbild. Bei rückwärtiger Strahlenkonstruktion wird eine Symmetrie erkennbar, mit der man Newtons Nachweis der unterschiedlichen Brechbarkeit untermauern kann (Manuskript 9, vgl. Manuskript 13).
- Die abstrakten Spektren im Spektroskop verformen sich mit zunehmendem Betrachterabstand zu konkreten Bildern der davor befindlichen Gegenstände. Dem entsprechend haben wir die bekannten drei Techniken der hyperspektralen Bild-Erfassung durch die Technik des *spatiospectral scanning* ergänzt (Manuskript 14).

Didaktische Rekonstruktion kann also—nicht entgegen, sondern gemäß dem didaktischen Zweck—zur wissenschaftlichen Konstruktion beitragen (Manuskript 11). Schließlich geht es Lernenden wie Forschenden darum, die Welt besser zu verstehen.

8.2 Ausblick

Da die Didaktische Rekonstruktion rekursiv abläuft, ist sie niemals abgeschlossen. Alle drei Aufgabenbereiche—Erfassung der Lernerperspektive, fachliche Klärung, didaktische Strukturierung—können weiter vorangetrieben werden.

Bei der Erfassung der Lernerperspektive auf die Spektroskopie haben wir uns bisher auf Vorstellungen zu prismatischen Bildern beschränkt, weil die Phänomene beim Beugungsgitter ähnlich wie beim Prisma sind. Nichtsdestotrotz wäre es aufschlussreich, die Lernerperspektive auf Beugungsspektren zu erfassen.

Bei der fachlichen Klärung sind wir auf Quellen gestoßen, die wir aus Platz- und Zeitgründen leider nicht in die Dissertation aufnehmen konnten. Zu nennen sind vor allem optische Schriften von Euklid, Ibn Sahl, Al Kindi und Leonardo da Vinci. Diese Schriften stellen wahre Schätze der Wissenschaft dar und sollten in den Kanon der Schulphysik einfließen.

Für die didaktische Strukturierung erscheint die Frage interessant, inwiefern der bildbasierte Zugang mit der Abbe-Theorie der Linsenabbildung vereinbar ist. Zudem stellen die schwerpunktmäßig fachwissenschaftlichen Arbeiten von Quick (2015) und Rang (2015) eine Fundgrube von didaktischen Anregungen zu den Themen Linsenabbildung und Spektroskopie dar.

Wie gezeigt wurde, gingen mit der didaktischen Strukturierung mehrere Erfindungen einher. Nicht alle sind bisher veröffentlicht, insbesondere Verfahren für spektroskopische Stereoskopie sowie fortgeschrittene Vorrichtungen für *spatiospectral scanning*.

Am wichtigsten und dringendsten erscheint jedoch die Erprobung des bildbasierten Zugangs in groß angelegten Interventionsstudien an Schulen und Hochschulen.

9 Danksagung

Sehr viele Menschen haben zu dieser Dissertation beigetragen. Ihnen allen danke ich von ganzem Herzen:

Sebastian Hofmann führte mich in das Leben an der Pädagogischen Hochschule ein und half mir bei ersten Versuchen zum Spektroskop. Leider erlag er 2015 seiner schweren Krankheit. Ich werde ihn stets in Erinnerung behalten.

Georg Maier schaute sich mit großem Interesse die bildbasierte Version von Newtons entscheidendem Prismenversuch an. Seinen Schriften zur Bildoptik verdanke ich wesentliche Impulse für einen bildbasierten Zugang. Im Jahr 2016 ist Georg Maier verstorben, aber seine Ideen werden weiterleben.

Einige Mitbegründer des Modells der Didaktischen Rekonstruktion haben mir wertvolles Feedback gegeben. Prof. Dr. Harald Gropengießer hat mir meine Fragen zur Verallgemeinerung von Vorstellungen beantwortet. Prof. Dr. Dr. h.c. Reinders Duit hat mich ermutigt, die Bedeutung der Didaktischen Rekonstruktion für die Fachwissenschaften herauszuarbeiten.

Mein Betreuer und Erstgutachter Prof. Dr. Theilmann hat mir noch vor meiner Dissertation ein Geradsichtprisma geschickt, damit ich schon mit der Forschung beginnen konnte. Ohne seine Idee, dass ich bei ihm promovieren könnte, hätte ich diese Dissertation womöglich nie geschrieben. Für die Spektralsynthese in Manuskript 12 hat er einen Algorithmus zur Erzeugung von Graustufen-Bildern programmiert. Für Manuskripte 2 und 7 hat er die Kodierung überprüft. Zu den meisten Manuskriptentwürfen hat er Feedback gegeben. Bei grundlegenden Fragen zur formalen Gestaltung der Dissertation hat er mir wegweisende Antworten gegeben. Auf inhaltliche Fragen hatte er immer eine nützliche Antwort. Auch für die Beantwortung von Manuskript-Gutachten hat er mir Tipps gegeben. Darüber hinaus hat er mich mit aner kennenden, anspornenden und ermutigenden Worten stark motiviert.

Mein Zweitgutachter Prof. Dr. Herbert Gerstberger hat eine frühere Version von Manuskript 11 kommentiert und hilfreiches Feedback zu meinen Problemen bei der Didaktischen Rekonstruktion gegeben. Zudem hat er mich auf nützliche Quellen verwiesen, hat bei ersten bildbasierten Versuchen im Zusammenhang mit Newtons *experimentum crucis* mitgemacht und hat stets Interesse an meinem Thema gezeigt.

Prof. Dr. Roger Erb hat mir seine optikbezogene Habilitationsschrift geschickt und wertvolle Hinweise zu meiner Argumentationsstruktur gegeben.

Dr. Heinz Muckenfuß hat immer wieder konstruktive Kritik an meinem Promotionsprojekt geäußert und in vielen Gesprächen seine Sicht auf Phänomene und Modelle erläutert. Er hat praktische Tipps für optische Experimente gegeben, mir seine optikbezoge-

nen Manuskripte zur Verfügung gestellt und von seinen Erfahrungen als Schulbuchautor und Lehrer berichtet.

Mein Kollege Holger Zieris hat mir Feedback zu Konferenzbeiträgen gegeben. Alfred Steidle hat unter anderem beim Bau des Spektroskop-Kastens für Manuskript 8 und beim Bau von Wasserprismen geholfen.

Tobias Münzing hat für den Modellversuch zum Spektroskop spaltförmige Farbfilter zurechtgesägt und stand auch sonst bei technischen Fragen zur Verfügung. Alexander Neub hat mit mir Newtons entscheidenden Prismenversuch in einer Art Puppenhaus nachgebaut. Marc Mosmann half bei einigen Versuchen zum Spektroskop.

Ann Blackett und Mitarbeitende in Woolsthorpe Manor haben für Manuskript 9 Fotos von einer Lochkameraprojektion in Newtons Schlafzimmer gemacht.

Dr. Matthias Rang hat sich in zahlreichen E-Mails und auf Konferenzen mit mir über Linsenabbildung und Spektroskopie ausgetauscht. Prof. Dr. Johannes Grebe-Ellis hat auf Konferenzen wertvolles Feedback gegeben. Prof. Dr. Jan-Peter Meyn und Dr. Oliver Passon haben wertvolle Hinweise zum bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung gegeben. Steffen Wagner hat entscheidend zum Manuskript 5 beigetragen und es war eine Freude, mit ihm zusammenzuarbeiten. Darüber hinaus hat er den Anfang des Mantelteils korrektur gelesen. Dr. Marc Müller hat ausführliches und hilfreiches Feedback zum fast fertigen Mantelteil gegeben, insbesondere zur Argumentationsstruktur und zur Darstellungsweise. Zudem hat er mir zu einem besseren Verständnis der phänomenologischen Methode verholfen. Lydia Schulze Heuling hat ausführliches Feedback zum vorderen Teil des Mantelteils gegeben.

Prof. Dr. Hartmut Wiesner hat mir seinen Artikel über „Schülervorstellungen und Lernschwierigkeiten im Bereich der Optik“ zugeschickt. Prof. Dr. Ing. Jörg Baumgart borgte mir ein Spektroradiometer. Dipl.-Phys. Hermann Baumgarten half bei der Verwendung des Spektroradiometers. Prof. Matthew Bershadly verhalf mir zu einem Überblick über hyperspektrale Bildgebungstechniken.

Prof. Dr. Ralf Elm hat sich die Zeit genommen, als Außenstehender auf die Zusammenfassung, die Einleitung und die Gesamtkonzeption der Dissertation zu schauen und mir seine philosophische Sicht auf die analytischen und holistischen Zugänge zu vermitteln.

Andrea Köhn vom Einstein-Gymnasium Potsdam hat es mir ermöglicht, in einer 12. Klasse den bildbasierten Zugang zur Linsenabbildung erstmals zu erproben. Elke Garate hat es mir ermöglicht, in den Wissenschaftswochen der Jahre 2014 und 2015 am Einstein-Gymnasium Potsdam den bildbasierten Zugang zur Spektroskopie in den Klassen 9 bis 11 zu erproben. Eva Drescher und Karsten Maluck von der Gesamtschule Bergatreute haben mir die Erhebungen in der siebten Klassenstufe ermöglicht.

Zahlreiche Physik-Studierende der Pädagogischen Hochschule Weingarten haben an Vermittlungsexperimenten zur Linsenabbildung und Spektroskopie teilgenommen.

Die Gutachter der Manuskripte, meist anonym, haben konstruktive Kritik geäußert. Dipl.-Ing. Helmuth Grötzebach hat die Manuskripte 1 und 6 begutachtet. Roland Wengenmayr hat Manuskript 10 begutachtet und an seine Leserschaft angepasst.

Anne Smith hat die Manuskripte 7 und 9 korrekturgelesen.

Henriette Bast hat die Manuskripte 1, 6 und 9 sowie den Mantelteil korrekturgelesen. Zudem hat sie für Manuskript 7 für die Fotos in Abbildung 2 und für die Zeichnungen in Abbildung 5 posiert.

Durch die Konzentration auf die Dissertation erschien ich im Alltag oft gedanklich abwesend. Ich danke meiner Freundin dafür, dass sie das nicht zu persönlich genommen hat. Vielmehr hat sie mir in vielen Gesprächen dabei geholfen, meine Gedanken zu ordnen und auf den Punkt zu bringen.

Zudem danke ich meiner Familie für ihr Interesse an meinem Thema und für ihren Rückhalt. Meine Schwester hat mir hilfreiches und vor allem freundliches Feedback zur Zusammentragung der Einzelergebnisse gegeben.

10 Literaturverzeichnis

Das folgende Literaturverzeichnis enthält nur die Quellen für den Mantelteil. Die Quellen für die Manuskripte sind daselbst verzeichnet.

- Andersen, K. (2007). *The geometry of an art: The history of the mathematical theory of perspective from Alberti to Monge*. New York: Springer.
- Appel, T., Eiselt, F., Küchenberg, F., Lechner, H., Müller, M., Serret, R., ... Ulrich, P. (Hrsg.). (2006). *Spektrum Physik 1 – Neubearbeitung: Baden-Württemberg 7/8, Gymnasium*. Braunschweig: Schroedel.
- Bader, F., & Oberholz, H.-W. (Hrsg.). (2003). *Dorn-Bader Physik: Gymnasium, Sekundarstufe I*. Hannover: Schroedel.
- Bauer, G. (1987). Experimental shadow casting and the early history of perspective. *The Art Bulletin*, 69, 211-219. doi: 10.2307/3051018
- Baufeld, C. (1996). *Kleines frühneuhochdeutsches Wörterbuch*. Tübingen: Max Niemeyer.
- Berge, O., Lichtenstern, H., & Mikelskis-Seifert, S. (2009). Optische Geräte. *Unterricht Physik*, 113, 4-7.
- Boysen, G., Heise, H., Lichtenberger, J., Schepers, H., & Schlichting, H.-J. (Hrsg.). (2005). *Oberstufe Physik: Gesamtband*. Berlin: Cornelsen.
- Boysen, G., Heise, H., Lichtenberger, J., Schepers, H., Schlichting, H. J., & Schön, L.-H. (Hrsg.). (2007). *Fokus Physik: Gymnasium, Baden-Württemberg, Band 1*. Berlin: Cornelsen.
- Bredthauer, W., Bruns, K. G., Dorn, H.-J., Grote, M., Hannibal, L., Renner, M., ... Zimmerscheid, F. (Hrsg.). (2011). *Impulse Physik: Oberstufe*. Stuttgart: Klett.
- Bryan, J. A., & Slough, S. W. (2009). Converging lens simulation design and image predictions. *Physics Education*, 44, 264-275. doi: 10.1088/0031-9120/44/3/006
- Bürsing, H., & Gross, W. (2017). Hyperspectral imaging: future applications in security systems. *Advanced Optical Technologies*, 6, 61-66. doi: 10.1515/aot-2017-0007
- Burton, H. E. (1945). The Optics of Euclid. *Journal of the Optical Society*, 35, 357-372. doi: 10.1364/JOSA.35.000357
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6, 81-89. doi: 10.1207/s15327833mtl0602_1

- Dekorsy, K., Gutjahr, U., Höfer, T., Karsten, F., Maier, J., Mittag, A., ... Wolf, M. (Hrsg.). (2006). *Impulse Physik 1 für die Klassen 7 / 8 der Gymnasien in Baden-Württemberg*. Stuttgart: Klett.
- Develaki, M. (2016). Key-aspects of scientific modeling exemplified by school science models: Some units for teaching contextualized scientific methodology. *Interchange*, 47, 297-327. doi:10.1007/s10780-016-9277-7
- Donnelly, J. F., & Massa, N. M. (2007). *Light: Introduction to optics and photonics*. Boston: The New England Board of Higher Education.
- Dürer, A. (1525). *Underweysung der messung / mit dem zirckel un richtscheyt / in Linien ebenen unnd gantzen corporen* [...]. Nürnberg. URL: <http://digital.slub-dresden.de/werkansicht/dlf/17139/142/0/>
- Eckhard, J., Eckhard, T., Valero, E. M., Nieves, J. L., & Contreras, E. G. (2015). Outdoor scene reflectance measurements using a Bragg-grating-based hyperspectral imager. *Applied Optics*, 54(13), D15-D24. doi: 10.1364/AO.54.000D15
- Erb, R. (1994). *Optik mit Lichtwegen*. Magdeburg: Westarp Wissenschaften.
- Erb, R. (1999). *Das Thema „Optische Abbildung“ im Physikunterricht* (Habilitationsschrift). Universität Gesamthochschule, Kassel.
- Fraunhofer, J. (1823). Kurzer Bericht von den Resultaten neuerer Versuche über die Gesetze des Lichtes, und die Theorie derselben. *Annalen der Physik*, 74, 337-378. doi: 10.1002/andp.18230740802
- Fraunhofer, J. (1824). *Neue Modificationen des Lichtes durch gegenseitige Einwirkung und Beugung der Strahlen, und Gesetze derselben*. (Neuaufgabe des Originals von 1822.) München: Lentner.
- Galili, I., & Hazan, A. (2000). Learners' knowledge in optics: interpretation, structure and analysis. *International Journal of Science Education*, 22, 57-88. doi: 10.1080/095006900290000
- Gerstberger, H. (2008). Transitions to nominalization in Newton's "Opticks". In S. Klassen (Hrsg.), *Proceedings of the Second International Conference on Story in Science Teaching*. URL: <http://sci-ed.org/munich-2008/>
- Gerstberger, H. (2015). Eine Lehrereinheit zum phänomenorientierten Unterricht. In U. Binder (Hrsg.), *TRANSFER. Band 11: Das Wissen der Wissenschaften an Pädagogischen Hochschulen* (S. 216-234). Baltmannsweiler: Schneider Hohengehren.

- Goldberg, F. M., & McDermott, L. C. (1987). An investigation of student understanding of the real image formed by a converging lens or concave mirror. *American Journal of Physics*, 55, 108-119. doi: 10.1119/1.15254
- Grehn, J., & Krause, J. (Hrsg.). (2002). *Metzler Physik*. Hannover: Schroedel.
- Gropengießer, H. (1997). Schülervorstellungen zum Sehen. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 3, 71-87.
- Gropengießer, H. (2005). Qualitative Inhaltsanalyse in der fachdidaktischen Lehr-Lernforschung. In P. Mayring, M. Gläser-Zikuda (Hrsg.), *Die Praxis der Qualitativen Inhaltsanalyse* (S. 172-189). Weinheim; Basel: Beltz.
- Gropengießer, H. (2007). *Didaktische Rekonstruktion des Sehens: Wissenschaftliche Theorien und die Sicht der Schüler in der Perspektive der Vermittlung*. Nachdruck der 2. überarbeiteten Auflage. Oldenburg: Didaktisches Zentrum.
- Grusche, S. (2014a). Basic slit spectroscopy reveals three-dimensional scenes through diagonal slices of hyperspectral cubes. *Applied Optics*, 53, 4594-4603. doi: 10.1364/AO.53.004594
- Grusche, S. (2014b). Spectral synthesis provides two-dimensional videos on a one-dimensional screen with 360°-visibility and mirror-immunity. *Applied Optics*, 53, 674-684. doi: 10.1364/AO.53.000674
- Grusche, S. (2015a). Ein bildbasierter Zugang zu spektroskopischen Versuchen. *PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, 2015*, DD 10.02. URL: <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/633>
- Grusche, S. (2015b). Buchbesprechung zu Olaf Müllers ‚Mehr Licht. Goethe mit Newton im Streit um die Farben‘. *MNU journal*, 68, 255.
- Grusche, S. (2015c). Didaktische Rekonstruktion als Beitrag zur wissenschaftlichen Konstruktion. In U. Binder (Hrsg.), *TRANSFER. Band 11: Das Wissen der Wissenschaften an Pädagogischen Hochschulen* (S. 135-156). Baltmannsweiler: Schneider Hohengehren.
- Grusche, S. (2015d). Revealing the nature of the final image in Newton's experimentum crucis. *American Journal of Physics*, 83, 583-589. doi: 10.1119/1.4918598
- Grusche, S. (2016a). Comment on 'From the pinhole camera to the shape of a lens: the camera-obscura reloaded'. *Physics Education*, 51, 056501. doi: 10.1088/0031-9120/51/5/056501

- Grusche, S. (2016b). Präkonzepte zur Projektion eines unscharfen Bildes mit einer Linse. *PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, 2016*, DD 05.30. URL: <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/711>
- Grusche, S. (2016c). Präkonzepte zur Projektion und Inspektion durch ein Prisma. *PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, 2016*, DD 15.05. URL: <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/710>
- Grusche, S. (2016d). Seeing lens imaging as a superposition of multiple views. *Physics Education*, 51, 015006. doi: 10.1088/0031-9120/51/1/015006
- Grusche, S. (2016e). Spielfilm auf Spaghetti: Spektrale Bildprojektion. *Physik in unserer Zeit*, 47, 180-184. (Copyright Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. Reproduced with permission.) doi: 10.1002/piuz.201601430
- Grusche, S. (2017a). Developing students' ideas about lens imaging: teaching experiments with an image-based approach. *Physics Education*, 52, 044002. doi: 10.1088/1361-6552/aa6d27
- Grusche, S. (2017b). Students' ideas about prismatic images: teaching experiments for an image-based approach. *International Journal of Science Education*, 39, 981-1007. doi: 10.1080/09500693.2017.1312625
- Grusche, S., & Theilmann, F. (2015). An RGB approach to extraordinary spectra. *European Journal of Physics*, 36, 055018. doi: 10.1088/0143-0807/36/5/055018
- Grusche, S., & Wagner, S. (2016). Two different looks at Kepler's refraction experiment. *Physics Education*, 51, 064001. doi: 10.1088/0031-9120/51/6/064001
- Heitzmann, A. (2010). Modelle verwenden. In P. Labudde (Hrsg.), *Fachdidaktik Naturwissenschaft* (S. 87-102). Bern: UTB.
- Hennig, B. (2001). *Kleines Mittelhochdeutsches Wörterbuch*. Tübingen: Max Niemeyer.
- Hofmann, G. R. (1990). Who invented ray tracing? A historical remark. *The Visual Computer*, 6, 120-124. doi: 10.1007/BF01911003
- Holtmark, T. (1970). Newton's experimentum crucis reconsidered. *American Journal of Physics*, 38, 1229-1235. doi: 10.1119/1.1976014
- Holtmark, T. (1971). Das Experimentum Crucis und die Theorie der Dispersion. *Journal of Modern Optics*, 18, 867-873. doi: 10.1080/713818397
- Julius, F. H. (1984). *Entwurf einer Optik: Zur Phänomenologie des Lichts*. Stuttgart: Freies Geistesleben.

- Kaltakci-Gurel, D., Eryilmaz, A., & McDermott, L. C. (2016). Identifying pre-service teachers' misconceptions and conceptual difficulties about geometrical optics. *European Journal of Physics*, 37, 045705. doi: 10.1088/0143-0807/37/4/045705
- Kattmann, U., Duit, R., Gropengießer, H., & Komorek, M. (1997). Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion - Ein Rahmen für naturwissenschaftsdidaktische Forschung und Entwicklung. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 3(3), 3-18.
- Kepler, J. (1904). *Dioptrik oder Schilderung der Folgen, die sich aus der unlängst gemachten Erfindung der Fernrohre für das Sehen und die sichtbaren Gegenstände ergeben* (F. Plehn, Übers.). Leipzig: Wilhelm Engelmann.
- Kepler, J. (2000). *Optics: Paralipomena to Witelo* (W. H. Donahue, Übers.). Santa Fe: Green Lion.
- Kienle, R., & Pardall, C.-J. (Hrsg.). (2014). *Universum Physik: Gymnasium, Baden-Württemberg, Band 1*. Berlin: Cornelsen.
- Kiupel, M. (2000). Geometrische Optik – ohne Lichtstrahlen. *Naturwissenschaften im Unterricht Physik*, 56, 44-46.
- Kluge, F. (1999). *Etymologisches Wörterbuch der deutschen Sprache*. Berlin: de Gruyter.
- Komorek, M., & Duit, R. (2004). The teaching experiment as a powerful method to develop and evaluate teaching and learning sequences in the domain of non-linear systems. *International Journal of Science Education*, 26, 619-633. doi: 10.1080/09500690310001614717
- Leisner, A. (2005). *Entwicklung von Modellkompetenz im Physikunterricht*. Berlin: Logos.
- Leisner-Bodenthin, A. (2006). Zur Entwicklung von Modellkompetenz im Physikunterricht. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 12, 91-109.
- Lim, H. T., & Murukeshan, V. M. (2015). Pushbroom hyperspectral imaging system with selectable region of interest for medical imaging. *Journal of Biomedical Optics*, 20, 046010. doi: 10.1117/1.JBO.20.4.046010
- Lindberg, D. C. (1987). *Auge und Licht im Mittelalter: Die Entwicklung der Optik von Alkindi bis Kepler* (M. Althoff, Übers.). Frankfurt am Main: Suhrkamp.
- Lunazzi, J. J. (1990a). Three-dimensional photography by holography. *Optical Engineering*, 29, 9-14. doi: 10.1117/12.55558

- Lunazzi, J. J. (1990b). Holography with a diffraction grating. *Optical Engineering*, 29, 15-18. doi: 10.1117/12.55567
- Mackensen, M. v. (2005). *Klang, Helligkeit, Wärme: Phänomenologischer Physikunterricht in der Mittelstufe*. Kassel: Pädagogische Forschungsstelle.
- Mackensen, M. v., & Ohlendorf, H. C. (1998). *Modellfreie Optik*. Kassel: Pädagogische Forschungsstelle.
- Maier, G. (1986). *Optik der Bilder*. Dürna: Kooperative Dürna.
- Mavanga, G. G. (2001). *Entwicklung und Evaluation eines experimentell- und phänomenorientierten Optikcurriculums: Untersuchung zu Schülervorstellungen in der Sekundarstufe I in Mosambik und Deutschland*. Berlin: Logos.
- Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken. 11., aktualisierte und überarbeitete Auflage*. Weinheim; Basel: Beltz.
- Merzyn, G. (1994). *Physikschulbücher, Physiklehrer und Physikunterricht: Beiträge auf der Grundlage einer Befragung westdeutscher Physiklehrer*. Kiel: Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften an der Universität Kiel.
- Meyer, L., & Schmidt, G.-D. (Hrsg.). (2011). *Lehrbuch Physik: Gymnasiale Oberstufe*. Berlin: Duden.
- Meyer, L., & Schmidt, G.-D. (Hrsg.). (2015). *Physik: Lehrbuch für die Sekundarstufe I, Gymnasium, Baden-Württemberg, Band 1*. Berlin: Duden.
- Mikelskis-Seifert, S., Thiele, M., & Wünscher, T. (2005). Modellieren—Schlüsselfähigkeit für physikalische Forschungs- und Lernprozesse. *PhyDid A – Physik und Didaktik in Schule und Hochschule*, 1(4), 30-46.
- Muckenfuß, H. (1996). Vorschläge zur Komplexitätsreduktion bei der Abbildung mit Sammellinsen. *Praxis der Naturwissenschaften. Physik*, 45(8), 14-16.
- Müller, M. (2017). *Grammatik der Natur: Von Wittgenstein Naturphänomene verstehen lernen*. Berlin: Logos. doi:10.5281/zenodo.343889
- Müller, M., & Schön, L. H. (2011). Virtuelle Beugungsbilder am Gitter. *PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, 2011*, DD 13.02. URL: <http://phydid.physik.fu-berlin.de/index.php/phydid-b/article/download/288/348>
- Müller, O. L. (2015). *Mehr Licht: Goethe mit Newton im Streit um die Farben*. Frankfurt am Main: S. Fischer.

- Newton, I. (1979). *Opticks: Or a treatise of the reflections, refractions, inflections & colours of light*. Mineola, NY: Dover.
- Niebert, K., Gropengießer, H. (2015). Understanding starts in the mesocosm: Conceptual metaphor as a framework for external representations in science teaching. *International Journal of Science Education*, 37, 903-933. doi: 10.1080/09500693.2015.1025310
- Nussbaumer, I. (2008). *Zur Farbenlehre: Entdeckung der unordentlichen Spektren*. Wien: Splitter.
- Quick, T. (2015). *Phänomenologie der optischen Hebung*. Berlin: Logos.
- Quick, T., Grebe-Ellis, J., & Passon, O. (2015). Ein genauer Blick auf die optische Hebung. *PhyDid A – Physik und Didaktik in Schule und Hochschule*, 14, 26-44.
- Rang, M. (2009). Abbildungseigenschaften des Spektralraums. Bedingungen der spektralen Farbentstehung. *Elemente der Naturwissenschaft*, 91, 35-71.
- Rang, M. (2015). *Phänomenologie komplementärer Spektren*. Berlin: Logos.
- Sabra, A. I. (1989). *The optics of Ibn al-Haytham: Books I-III. On direct vision (Vol. 1)*. London: Warburg Institute.
- Sawyer, T. W., Luthman, A. S., & Bohndiek, S. E. (2017). Evaluation of illumination system uniformity for wide-field biomedical hyperspectral imaging. *Journal of Optics*, 19, 045301. doi: 10.1088/2040-8986/aa6176
- Shapiro, A. E. (1975). Newton's definition of a light ray and the diffusion theories of chromatic dispersion. *Isis*, 66, 194-210. doi: 10.1086/351432
- Shapiro, A. E. (2010). *The optical papers of Isaac Newton: Volume 1. The optical lectures 1670-1672*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Sokoloff, D. R. (2016). Active learning strategies for introductory light and optics. *The Physics Teacher*, 54, 18-22. doi: 10.1119/1.4937966
- Sommer, W. (2005). *Zur phänomenologischen Beschreibung der Beugung im Konzept optischer Wege: Entwicklung und Erprobung einer Unterrichtsreihe für die gymnasiale Oberstufe*. Berlin: Logos.
- Tavakoli, B., Javidi, B., & Watson, E. (2008). Three dimensional visualization by photon counting computational integral imaging. *Optics Express*, 16, 4426-4436. doi: 10.1364/OE.16.004426
- Theilmann, F., & Grusche, S. (2013). An RGB approach to prismatic colours. *Physics Education*, 8, 750-759. doi: 10.1088/0031-9120/48/6/750

- Tural, G. (2015). Cross-grade comparison of students' conceptual understanding with lenses in geometric optics. *Science Education International*, 26, 325-343. URL: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1074872.pdf>
- Vaish, V. (2007). *Synthetic aperture imaging using dense camera arrays* (Dissertation). Stanford University, Stanford.
URL: <https://graphics.stanford.edu/~vaibhav/pubs/thesis.pdf>
- Westphal, N. (2014). *Evaluation von phänomenbasiertem Unterricht: Seine Merkmale und Wirkungen auf Stereotypen, Selbstkonzept und Interesse* (Dissertation). Humboldt-Universität, Berlin. URL: edoc.hu-berlin.de/dissertationen/westphal-nico-2014-07-23/PDF/westphal.pdf
- Wiesner, H. (1986). Schülervorstellungen und Lernschwierigkeiten im Bereich der Optik. *Naturwissenschaften im Unterricht. Physik/Chemie*, 34(13), 25-29.
- Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic Bulletin & Review*, 9, 625-636. doi:10.3758/BF03196322
- Xiao, X., Javidi, B., Martinez-Corral, M., & Stern, A. (2013). Advances in three-dimensional integral imaging: sensing, display, and applications [Invited]. *Applied Optics*, 52, 546-560. doi: 10.1364/AO.52.000546
- Ziegler, M., & Priemer, B. (2015). From the pinhole camera to the shape of a lens: the camera-obscura reloaded. *Physics Education*, 50, 706-712. doi: 10.1088/0031-9120/50/6/706

11 Anhänge

Anhang A

Suchergebnisse zu den Themen Linse, Prisma und Gitter in physikdidaktischen Zeitschriften

Die folgende Liste ist nicht als Literaturverzeichnis zu verstehen, sondern als Dokumentation der durchgeführten Suche und als Hilfe für anstehende Suchen. Zudem lassen sich an den Titeln typische Inhalte ablesen. Die folgenden Suchergebnisse stammen von einer Literaturrecherche in physikdidaktischen Zeitschriften ab 20. Juni 2016. Suchergebnisse vor diesem Zeitpunkt sind nicht dokumentiert.

Tab. A1: Suchergebnisse zum Thema Prisma in *Physics Education*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|---|--|
| „Prism“ Title/Abstract, 1986-2016, Physics Education | <ul style="list-style-type: none"> • An RGB approach to prismatic colours • An experiment on the dispersion of light • Albert Complete Physics • Holographic prism [Eigentlich: Gitter] • Technical trimmings: Microwave frustration [irrelevant] • Comments on Schuster's technique for focusing the prism spectrometer • Improvements in a simply constructed prism spectrometer • Prism with a variable refraction angle and refractive index |
| “Spectrum” Title/Abstract, 1986-2016, Physics Education | <ul style="list-style-type: none"> • Hearing the music in the spectrum of hydrogen • How to build a low cost spectrometer with <i>Tracker</i> for teaching light spectra [Gitter] • The young astrophysicist: a very inexpensive activity to discuss spectroscopy • An RGB approach to prismatic colours • Spark spectroscopy and the emission spectrum of air made easy • Demonstrations of optical spectra with a video camera • Fun and interdisciplinary daytime astrophysical activities • Observing the solar spectrum at the House of Science • Why can we see visible light? • Overhead projector produces circular spectrum of colours • A magenta gap in the colour wheel |
| “Dispersion” Title/Abstract, 1986-2016, Physics Education | <ul style="list-style-type: none"> • An experiment on the dispersion of light |
| “Spectroscope” Title/Abstract, 1986-2016, Physics Education | <ul style="list-style-type: none"> • The music of the spheres • An easy-to-build spectroscope |
| “Spectrograph” Title/Abstract, 1986-2016, Physics Education | Keine relevanten Hits |
| “Spectrometer” Title/Abstract, 1986-2016, Physics Education | <ul style="list-style-type: none"> • How to build a low cost spectrometer with <i>Tracker</i> for teaching light spectra [Gitter] • An experiment on the dispersion of light • Teaching diffraction with hands-on optical spectrometry [Grating] |

| | |
|--|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> • Measurement of the focal length of a lens system with a spectrometer • A versatile computer interfaced spectrometer [Grating] • Comments on Schuster's technique for focusing the prism spectrometer • Improvements in a simply constructed prism spectrometer • The diffraction grating experiment revisited [Grating] |
| "Spectra" Title/Abstract, 1986-2016, Physics Education | <ul style="list-style-type: none"> • How to build a low cost spectrometer with <i>Tracker</i> for teaching light spectra [Gitter] • Teaching diffraction with hands-on optical spectrometry [Grating] • The music of the spheres • An RGB approach to prismatic colours • Dann "Page not found" |

Tab. A2: Suchergebnisse zum Thema Gitter in *Physics Education*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|--|--|
| "Grating" Title/Abstract, 1986-2016, Physics Education | <ul style="list-style-type: none"> • A simple spectrophotometer using common materials and a digital camera • Diffraction revisited: position of diffraction spots upon rotation of a transmission grating • The compact disc as a diffraction grating • The invisible made visible • The diffraction grating experiment revisited [Grating] |
| "Diffraction" Title/Abstract, 1986-2016, Physics Education | <ul style="list-style-type: none"> • How to build a low cost spectrometer with <i>Tracker</i> for teaching light spectra [Gitter] • Teaching optical phenomena with Tracker • Simulating interference and diffraction in instructional laboratories • Teaching diffraction with hands-on optical spectrometry [Grating] • A simple spectrophotometer using common materials and a digital camera • White-light diffraction with a CD • Rings around the sun and moon: coronae and diffraction • Diffraction method measures refractive indices of liquids • The compact disc as a diffraction grating • The invisible made visible • CD means Colourful Diffraction • Fraunhofer diffraction revisited • The diffraction grating experiment revisited [Grating] |

Tab. A3: Suchergebnisse zum Thema Linse in *Physics Education*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|---|---|
| "Lens" Title/Abstract, 1986-2016, Physics Education | <ul style="list-style-type: none"> • From the pinhole camera to the shape of a lens: the camera-obscura reloaded • Investigating accommodation using eyes and lenses • A volumetric flask as a projector • Lens studies without the screen • A heuristic approach to the lens equation • Images of axial objects • Mirages in a bottle • Converging lens simulation design and image predictions • Experimental demonstration of longitudinal magnification • The lens equation revisited • Power of a lens. A quick and easy way into GCSE optics |

| | |
|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • Compact disc doubles as a chromatic lens [Grating] • Lens diagrams and PowerPoint • Lens and mirror image inversions • Capriole (somersaults) |
|--|--|

Tab. A4: Suchergebnisse zum Thema Prisma in *The Physics Teacher*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|----------------|---|
| “Prism” | <ul style="list-style-type: none"> • A versatile prism • Should the prism be well centered • Prisms: Some more exercises • A new method for the refractive index of a prism [1978] • A fast and accurate technique with the prism spectrometer • Why is white light dispersed by a prism? [1976] |
| “Spectrum” | <ul style="list-style-type: none"> • Spectrum recombination [1984] • Fraunhofer Spectrum • A closer look at the spectrum of helium [nicht relevant] • Solar spectrum projection [1978] • A simulation of the hydrogen spectrum • Demonstrating the relationship between the energy and frequency of light [nicht relevant] • Video spectroscopy - Emission, absorption, and flash • CD rainbows [Grating] • Estimating the wavelength of sodium emission in flame - the easy way [Grating] |
| “Dispersion” | <ul style="list-style-type: none"> • Dispersion in spherical water drops • Why is white light dispersed by a prism? [1976] • Experiencing light’s properties within your own eyes • Playing around with achromatic pairs [nicht relevant] |
| “Spectroscope” | <ul style="list-style-type: none"> • CD spectroscope [nur Verweis auf nicht relevanten Artikel] • A compact disc transmission spectroscope [Grating] • Portable pop-up spectroscope [Grating] • An improved diffraction grating spectroscope experiment [Grating] • A simple demonstration spectroscope [1966] • Estimating the wavelength of sodium emission in flame - the easy way [Grating] |
| “Spectrograph” | <ul style="list-style-type: none"> • Instant spectrograph [zu alt und nicht relevant] |
| “Spectrometer” | <ul style="list-style-type: none"> • The spectrometer • Video spectrometer • Probeware modification of a spectrometer [Grating] • The bicycle fender spectrometer • A fast and accurate technique with the prism spectrometer • NOTES: Sodium Vapor Lamps and a Low-Cost Student Spectrometer |
| “Spectra” | <ul style="list-style-type: none"> • Absorption spectra • Interactive spectra demonstration [nicht relevant] • Poetry in Ice and Spectra • Night spectra quest • Spectra of three light sources with a CD [Grating] • Imaging emission spectra with handheld and cellphone cameras [Grating] • Glow sticks: spectra and color mixing [Grating] • Lecture demonstration comparison of two spectra [Grating] |

| | |
|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • Rainbow-like spectra with a CD [Grating] • Stellar bar codes [nicht relevant] • CD spectroscopy [nur Verweis auf nicht relevanten Artikel] • Video spectroscopy - Emission, absorption, and flash: The glorious glory • Fraunhofer Spectrum: A closer look at the spectrum of helium [nicht relevant] • Probeware modification of a spectrometer [Grating] • CD rainbows [Grating] • Estimating the wavelength of sodium emission in flame - the easy way [Grating] |
|--|--|

Tab. A5: Suchergebnisse zum Thema Gitter in *The Physics Teacher*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|---------------|--|
| “Grating” | <ul style="list-style-type: none"> • Which side of the grating has the grooves? • An improved diffraction grating spectroscopy experiment • Inquiry with laser printer diffraction gratings • Compact fluorescent lamp observed through a diffraction grating • The confirmation of the inverse square law using diffraction gratings • The rotated diffraction grating - a laboratory experiment [1985] • Compact Disk optics • Estimating the wavelength of sodium emission in flame - the easy way [Grating] • Refraction of diffracted light • Demonstrating the relationship between the energy and frequency of light [nicht relevant] • CD rainbows [Grating] • The spectrometer • CD, DVD, and Blu-Ray Disc diffraction with a laser ray box • Estimating the size of onion epidermal cells from diffraction patterns • Teaching diffraction of light and electrons: Classroom analogies to classic experiments |
| “Diffraction” | <ul style="list-style-type: none"> • Compact disc diffraction • Diffraction demonstration with a compact disc • Diffraction photographs with a laser pointer [nicht relevant] • Inquiry with laser printer diffraction gratings • An improved diffraction grating spectroscopy experiment • Measuring the sizes of biological samples by diffraction [nicht relevant] • Low-cost diffraction experiment [nicht relevant] • Compact fluorescent lamp observed through a diffraction grating • The confirmation of the inverse square law using diffraction gratings • The rotated diffraction grating - a laboratory experiment [1985] • Deck the halls: Interference and diffraction corridor demonstrations • Helical structure of DNA: Experiments in diffraction • Estimating the size of onion epidermal cells from diffraction patterns • Teaching diffraction of light and electrons: Classroom analogies to classic experiments • CD, DVD, and Blu-Ray Disc diffraction with a laser ray box |

| | |
|--|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> • The spectrometer • Compact Disk optics • Rainbow-like spectra with a CD [Grating] • Physics in the art museum [nicht relevant] • Making light rays visible in 3-D • Experiencing light's properties within your own eyes • CD spectroscopy [nur Verweis auf nicht relevanten Artikel] • The glorious glory • CD rainbows [Grating] • Simulate interference ... while supplies last • A compact disc transmission spectroscopy [Grating] • Fraunhofer Spectrum • Demonstrating the relationship between the energy and frequency of light [nicht relevant] • Video spectroscopy - Emission, absorption, and flash • Estimating the wavelength of sodium emission in flame - the easy way [Grating] |
|--|---|

Tab. A6: Suchergebnisse zum Thema Linse in *The Physics Teacher*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|---|
| "Lens" | <ul style="list-style-type: none"> • The spherical lens • Magnification ratio and the lens equations • When the eye meets the lens • Teaching image formation by a lens • A convex lens as a thick mirror • The optics of the eye lens • A biconvex diverging lens • Cornea vs lens • Converging or diverging lens? • Finding the focal length of a diverging lens • Visualizing the thin-lens formula • Thin-lens equation nomograph • How to quickly estimate the focal length of a diverging lens • Revisiting "Visualizing the thin-lens formula" • Images from a piece of a lens • Can we trace arbitrary rays to locate an image formed by a thin lens? • A laboratory activity in geometrical optics using 35-mm single lens reflex camera • Covering lenses and covering images • The opaque projector: The inverse of the camera obscura • A model of the human eye • Myopia glasses and optical power estimation. An easy experiment • Is magnification consistent? • Eyeglasses in the classroom • The image between the lenses: Activities with a telescope and a microscope • Prescribing eye glasses for myopia and hyperopia • An improved box theater • Longitudinal magnification drawing mistake • Using nonprinciple rays to form images in geometrical optics |

Tab. A7: Suchergebnisse zum Thema Linse in *Science and Education*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|---|
| “Lens” | <ul style="list-style-type: none"> • Developing ideas of refraction, lenses and rainbow through the use of historical resources • Lessons from the history of the concept of the ray for teaching geometrical optics • The effect of a history-based course in optics on students' view about science • On the power of fine arts pictorial imagery in science education • Physics and art - a cultural symbiosis in physics education |

Tab. A8: Suchergebnisse zum Thema Prisma in *Science and Education*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|---|
| “Prism” | <ul style="list-style-type: none"> • Developing ideas of refraction, lenses and rainbow through the use of historical resources • History and Nature of Science in high school: Building up parameters to guide educational materials and strategies • Teaching the Nature of Science in physics courses: The contribution of classroom historical inquiries |

Tab. A9: Suchergebnisse zum Thema Gitter in *Science and Education*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|--|
| “Grating” | <ul style="list-style-type: none"> • Discovery in science and in teaching science |

Tab. A10: Suchergebnisse zum Thema Prisma in *PhyDid B*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|--------------|--|
| „Prisma“ | <ul style="list-style-type: none"> • Weißes Licht hat viele Farben • „tet.table“ - ein Konzept zur interaktiven, multicodalen Verknüpfung zwischen Animation und Experiment • Blendschutz mit Farbeffekt - Optische Aspekte des Abblendspiegels |
| „Spektrum“ | <ul style="list-style-type: none"> • Spektroskopieversuche mit der Plasmakugel • Schüler beobachten den Urknall mit einem C11-Teleskop • Experimentieren aus der Ferne: optische Spektrometrie über das Internet [Gitter] • Faszination Regenbögen - Brücke zwischen Physik und Kultur? • Gemäldeanalyse als Kontext für den Physikunterricht [Gitter] • „tet.table“ - ein Konzept zur interaktiven, multicodalen Verknüpfung zwischen Animation und Experiment • Blendschutz mit Farbeffekt - Optische Aspekte des Abblendspiegels • Schülerinnen und Schüler präsentieren ihr neuartiges spektrales Planetarium [Gitter] |
| „Dispersion“ | <ul style="list-style-type: none"> • Faszination Regenbögen - Brücke zwischen Physik und Kultur? • „tet.table“ - ein Konzept zur interaktiven, multicodalen Verknüpfung zwischen Animation und Experiment • Konzeption eines Schülerlabors, Thema: Physikalisch-Medizinische Optik • Spektroskopieversuche mit der Plasmakugel • Blendschutz mit Farbeffekt - Optische Aspekte des Abblendspiegels • Das Experiment in Schule und Wissenschaft |

| | |
|----------------|---|
| „Spektroskop“ | Kein relevanter Hit |
| „Spektrograph“ | <ul style="list-style-type: none"> • Schüler beobachten den Urknall mit einem C11-Teleskop |
| „Spektrometer“ | <ul style="list-style-type: none"> • Experimentieren aus der Ferne: optische Spektrometrie über das Internet [Gitter] • Spektroskopieversuche mit der Plasmakugel |

Tab. A11: Suchergebnisse zum Thema Gitter in *PhyDid B*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|---|
| „Gitter“ | <ul style="list-style-type: none"> • Virtuelle Beugungsbilder am Gitter • Farben im Spinnennetz • Authentische Anwendungsbeispiele für eine praxisorientierte Lehre in MINT-Fächern • Das Handy im Physikunterricht • Weißes Licht hat viele Farben |
| „Beugung“ | <ul style="list-style-type: none"> • Farben im Spinnennetz • Virtuelle Beugungsbilder am Gitter • Authentische Anwendungsbeispiele für eine praxisorientierte Lehre in MINT-Fächern • Weißes Licht hat viele Farben • Schülerinnen und Schüler präsentieren ihr neuartiges spektrales Planetarium [Gitter] |

Tab. A12: Suchergebnisse zum Thema Linse in *PhyDid B*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|---|
| „Linse“ | <ul style="list-style-type: none"> • Konzeption eines Schülerlabors, Thema: Physikalisch-Medizinische Optik • Was hat die Blende im Fotoapparat verloren? • Schüler- und Lehrerexperimente im Optikeingangsunterricht an Gymnasien • Digitale Medien in der Inklusion |

Tab. A13: Suchergebnisse zum Thema Prisma in *PhyDid A*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|----------------|---|
| „Prisma“ | <ul style="list-style-type: none"> • Ein neuartiger Zugang zu [sic] Implementierung historischer Geräte und Experimente im Unterricht • Sichtbarkeit jenseits des Lichts. Zur Bedeutung des Sehens in der modernen Physik |
| „Spektrum“ | <ul style="list-style-type: none"> • Sichtbarkeit jenseits des Lichts. Zur Bedeutung des Sehens in der modernen Physik • Vom Kranz zum Beugungsbild - Untersuchung von Unordnungs-Ordnungs-Übergängen [Gitter] |
| „Dispersion“ | <ul style="list-style-type: none"> • Der Blick ins Becken • Ein genauer Blick auf die optische Hebung |
| „Spektroskop“ | Kein Treffer |
| „Spektrograph“ | Kein Treffer |
| „Spektrometer“ | Kein Treffer |

Tab. A14: Suchergebnisse zum Thema Gitter in *PhyDid A*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|--|
| „Gitter“ | <ul style="list-style-type: none"> • Zur Beugung. Von einfachen Freihandversuchen über die Laue-Kegel zum reziproken Gitter und zur Ewald-Kugel • Vom Kranz zum Beugungsbild - Untersuchung von Unordnungs-Ordnungs-Übergängen [Gitter] |
| „Beugung“ | <ul style="list-style-type: none"> • Zur Beugung. Von einfachen Freihandversuchen über die Laue-Kegel zum reziproken Gitter und zur Ewald-Kugel • Vom Kranz zum Beugungsbild - Untersuchung von Unordnungs-Ordnungs-Übergängen [Gitter] • Sichtbarkeit jenseits des Lichts. Zur Bedeutung des Sehens in der modernen Physik |

Tab. A15: Suchergebnisse zum Thema Linse in *PhyDid A*, vom 20.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|---|
| „Linse“ | <ul style="list-style-type: none"> • Zur Beugung. Von einfachen Freihandversuchen über die Laue-Kegel zum reziproken Gitter und zur Ewald-Kugel • Die Welt jenseits der geschliffenen Gläser. Zur Bedeutung des Sehens in der klassischen Physik • Einfluss eines Lochs auf die Sehschärfe - Vorschläge für den Optikunterricht • Die Schwärze der Pupille und die Erfindung des Augenspiegels • Problemorientiertes Lernen für den integrierten Naturwissenschaftsunterricht • Sichtbarkeit jenseits des Lichts. Zur Bedeutung des Sehens in der modernen Physik • Fotografieren mit einer virtuellen Kamera - Lernen mit multiplen Repräsentationen • Ein neuartiger Zugang zur Implementierung historischer Geräte und Experimente im Unterricht |

Tab. A16: Suchergebnisse zum Thema Linse in *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule*, vom 21.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|---------------|---|
| „Linse“ | <ul style="list-style-type: none"> • Band 2: Optik II - Brechung, Linsen Von Hartmut Wiesner, Peter Engelhardt und Dr. Dietmar Herdt |
| „Auge“ | <ul style="list-style-type: none"> • Band 3/II: Optik III/2 - Wölb- und Hohlspiegel, Spiegelteleskop, Auge, Farben Von C. Schmidt-Roedenbeck, Prof. Dr. Rainer Müller, Peter Engelhardt, Dr. Dietmar Herdt und Prof. Dr. Hartmut Wiesner |
| „Optik“ | <ul style="list-style-type: none"> • Band 2: Optik II - Brechung, Linsen Von Hartmut Wiesner, Peter Engelhardt und Dr. Dietmar Herdt • Band 3/II: Optik III/2 - Wölb- und Hohlspiegel, Spiegelteleskop, Auge, Farben Von C. Schmidt-Roedenbeck, Prof. Dr. Rainer Müller, Peter Engelhardt, Dr. Dietmar Herdt und Prof. Dr. Hartmut Wiesner • Band 3/I: Optik III/1 - Optische Geräte Von Peter Engelhardt, Dr. Dietmar Herdt und Prof. Dr. Hartmut Wiesner • Optik im Sekundarbereich I. Heft 8/45 VERGRIFFEN |
| „Kamera“ | <ul style="list-style-type: none"> • Band 1: Optik I - Lichtquellen, Reflexion Von Hartmut Wiesner, Peter Engelhardt und Dr. Dietmar Herdt |
| „Fotoapparat“ | Keine Treffer |

Tab. A17: Suchergebnisse zum Thema Prisma in *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule*, vom 21.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|---|---|
| „Prisma“ | <ul style="list-style-type: none"> Band 2: Optik II - Brechung, Linsen Von Hartmut Wiesner, Peter Engelhardt und Dr. Dietmar Herdt |
| „Spektrum“ | Keine Treffer |
| „Spektroskop“, „Spektrograph“, „Spektrometer“, „Dispersion“ | Keine Treffer |

Tab. A18: Suchergebnisse zum Thema Gitter in *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule*, vom 21.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|---|
| „Beugung“ | <ul style="list-style-type: none"> Band 4: Schwingungen und Wellen Von Prof. Dr. Fritz Siemens und Burkhard Wahner |
| „Gitter“ | Keine Treffer |

Tab. A19: Suchergebnisse zum Thema Linse in *(Naturwissenschaften im) Unterricht Physik*, vom 21.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|---|
| „Linse“ | <ul style="list-style-type: none"> Optische Geräte Unterricht Physik Nr. 113/2009 Optik Sammelband Unterricht Physik Experimentieren mit einfachen [Mitteln] Unterricht Physik Nr. 57/2000 Das Auge Unterricht Physik Nr. 56/2000 Lochkamera Unterricht Physik Nr. 68/2002 Rechtzeitig anfangen – Interesse wecken Unterricht Physik Nr. 60/2000 Lebendige Physik Unterricht Physik Nr. 85/86 2005 Brennstoffzelle Unterricht Physik Nr. 79/2004 Sicherheit Unterricht Physik Nr. 80/81 2004 Physikalische Zaubereien Unterricht Physik Nr. 43/1998 |

Tab. A20: Suchergebnisse zum Thema Prisma in *(Naturwissenschaften im) Unterricht Physik*, vom 21.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------------------------|---|
| „Prisma“ | <ul style="list-style-type: none"> Analogien im Physikunterricht Unterricht Physik Nr. 27/1995 |
| „Spektrum“ | <ul style="list-style-type: none"> Praktika in der Schule Unterricht Physik Nr. 129/130 2012 Lernerfolgskontrolle Unterricht Physik Nr. 71/72 2002 Das Auge Unterricht Physik Nr. 56/2000 Schiffe Unterricht Physik Nr. 62/2001 |
| „Dispersion“ | <ul style="list-style-type: none"> Physik erleben Unterricht Physik Nr. 29/1995 Analogien im Physikunterricht Unterricht Physik Nr. 27/1995 |
| „Spektroskop“, „Spektrograph“ | Keine Treffer |
| „Spektrometer“ | <ul style="list-style-type: none"> Analogien im Physikunterricht Unterricht Physik Nr. 27/1995 |

Tab. A21: Suchergebnisse zum Thema Gitter in (*Naturwissenschaften im*) *Unterricht Physik*, vom 21.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------|---|
| „Beugung“ | <ul style="list-style-type: none"> Wellenoptik Unterricht Physik Nr. 150/2015 Experimente im Physikunterricht Unterricht Physik Nr. 18/1993 Themen vertiefen Unterricht Physik Nr. 45/1998 |
| „Gitter“ | Nichts gefunden |

Tab. A22: Suchergebnisse zum Thema Linse in *The Physics Teacher*, vom 23.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-----------------|---|
| “Optics course” | <ul style="list-style-type: none"> Active learning strategies for introductory light and optics Using nonprinciple rays to form images in geometrical optics OP-TEC offers no-charge online self-paced optics and photonics course for teachers [nur Verweis] Teaching image formation by a lens An improved box theater Thin-lens equation nomograph The image between the lenses |

27.06.2016 *Physics Education*, University of Pune, India

- Inhaltsverzeichnis der zugänglichen Ausgaben durchgeschaut - keine relevanten Artikel zur Linsenabbildung oder Spektroskopie

Tab. A23: Suchergebnisse zum Thema Linse in *American Journal of Physics*, vom 27.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|--------------------|---|
| “Lens” | Nichts Relevantes |
| “Geometric optics” | <ul style="list-style-type: none"> Masks for selecting parallel rays for geometrical optics activities Using two models in optics: Students’ difficulties and suggestions for teaching The influence of an historically oriented course on students’ content knowledge in optics evaluated by means of facets-schemes analysis |

Tab. A24: Suchergebnisse zum Thema Prisma in *American Journal of Physics*, vom 27.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|-------------------|--|
| “Prism” | <ul style="list-style-type: none"> Using a linear approximation for single-surface refraction to explain some virtual image phenomena |
| “Spectrum” | <ul style="list-style-type: none"> Research as a guide for curriculum development Seeing the Fraunhofer lines with only a diffraction grating and a slit [Gitter] The Bezold-Brücke phenomenon and Goethe’s rejection of Newton’s Opticks |
| “Dispersion” | <ul style="list-style-type: none"> Dispersion and resolving power of a grating |
| “Spectroscope” | <ul style="list-style-type: none"> Seeing the Fraunhofer lines with only a diffraction grating and a slit [Gitter] |
| “Spectrometer” | <ul style="list-style-type: none"> A simple webcam spectrograph A simple hand-held spectrometer |
| “Spectrograph” | <ul style="list-style-type: none"> A simple webcam spectrograph |
| Zufällig gefunden | <ul style="list-style-type: none"> Teaching Newton’s color theory firsthand |

Tab. A25: Suchergebnisse zum Thema Gitter in *American Journal of Physics*, vom 27.06.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|---------------|---|
| “Grating” | <ul style="list-style-type: none"> • A simple webcam spectrograph • Novel cases of diffraction of light from a grating: Theory and experiment • Graphical representation of the diffraction grating equation • Multislit diffraction patterns using a slit-grating combination • Seeing the Fraunhofer lines with only a diffraction grating and a slit [Gitter] • The compact disk as a diffraction grating • The diffraction grating under nonuniform illumination • Diffraction patterns for the oblique incidence gratings • The use of crossed diffraction gratings to generate a three-dimensional bundle of diverging beams |
| “Diffraction” | <ul style="list-style-type: none"> • Diffraction by electronic components of everyday use • A simple webcam spectrograph • Novel cases of diffraction of light from a grating: Theory and experiment • Graphical representation of the diffraction grating equation • Addressing student difficulties in applying a wave model to the interference and diffraction of light • Multislit diffraction patterns using a slit-grating combination • Simple method for demonstrating Fraunhofer diffraction • Graphical representations of Fraunhofer interference and diffraction • The use of linear CCD image sensors in optics experiments • Seeing the Fraunhofer lines with only a diffraction grating and a slit [Gitter] • The compact disk as a diffraction grating • The diffraction grating under nonuniform illumination • Unified diagram for Fraunhofer diffraction and interference patterns from single, double, and multiple slits • Diffraction patterns for the oblique incidence gratings • The use of crossed diffraction gratings to generate a three-dimensional bundle of diverging beams |

Tab. A26: Suchergebnisse zum Thema Prisma in *European Journal of Physics*, vom 02.07.2016

| Suchbegriff | Suchergebnisse |
|------------------------------------|---|
| “Prism”, Title/Abstract, 1986-2016 | <ul style="list-style-type: none"> • Prism foil from an LCD monitor as a tool for teaching introductory optics |

05.01.2017

Browsen in *Physics Education*: Symmetry breaking: a compact disc reflected in a mirror

18.01.2017

Zufällig auf Twitter gefunden: Specification of multiple image characteristics viewed through a grating (*European Journal of Physics*)

08.02.2017

Neuer Artikel in *Physics Education*: A simple diffraction experiment using banana stem as a natural grating

Anhang B

Schulbuchanalyse: Didaktische Strukturierungen zu Linsen, Prismen und Gittern

Gegenstand, Material und Ziel der Schulbuchanalyse

Gegenstand der Analyse sind Schulbuchdarstellungen zu den Themen Linse, Prisma und Gitter. Schulbücher bilden eine Brücke zwischen Lehrplan und Unterricht. Aus ihnen lassen sich lehrplankonforme und unterrichtstypische Zugänge zu gegebenen Themen ablesen.

Als Material dienen gymnasiale Schulbücher, die im Jahr 2017 in Baden-Württemberg gemäß Bildungsstandards zugelassen sind.

Ziel der Analyse ist es, die angebotenen physikdidaktischen Zugänge zur Linsenabbildung und Spektroskopie zu charakterisieren. Insbesondere sollen die wesentlichen Handlungen in ihrer Abfolge herausgearbeitet werden.

Theoretische Rahmung für die Schulbuchanalyse

Den übergreifenden theoretischen Rahmen bildet das *Modell der Didaktischen Rekonstruktion* (Kattmann, Duit, Gropengießer & Komorek, 1997) mit den drei Komponenten der fachlichen Klärung, der Erfassung der Schülerperspektive, und der didaktischen Strukturierung. Die Schulbuchanalyse hinsichtlich physikdidaktischer Zugänge gleicht einer Analyse der didaktischen Strukturierung.

Die didaktische Strukturierung beinhaltet (neben themenspezifischen Grundsätzen und Leitlinien für den Unterricht) Lernangebote, mit denen Vorstellungen (Begriffe, Konzepte und Denkfiguren) vermittelt werden können. Viele Lernangebote findet man in Schulbüchern.

Schulbücher können die folgenden *Strukturelemente* aufweisen: Leiteinrichtungen, Text, Abbildungen, Experimentierangaben, Tabellen, Merkstoff und Aufgaben (Merzyn, 1994).

Leiteinrichtungen umfassen das Inhaltsverzeichnis, das Register und beispielsweise Überschriften (Merzyn, 1994, S. 24). Das Inhaltsverzeichnis gibt einen Überblick über die inhaltliche Struktur (Merzyn, 1994, S. 24).

Der **Text** dient dazu, „den gesamten Unterrichtsstoff umfassend darzustellen. Dazu gehören Beobachtungen, Phänomene, Gesetze, Theorien der Physik und ihrer Nachbar-

disziplinen. Der gedankliche Weg zu den Gesetzen wie auch Folgerungen und Anwendungen, die sich aus ihnen ergeben, sollen deutlich werden” (Merzyn, 1994, S. 17).

Bei den **Abbildungen** kann man zwischen *Fotografien*, *bildhaften Zeichnungen*, *schematischen Zeichnungen* und *Diagrammen* unterscheiden (Merzyn, 1994, S. 18). Fotos und bildhafte Zeichnungen können einen Bezug zum Alltag herstellen oder auf experimentelle Unterrichtsphasen verweisen (Merzyn, 1994, S. 20). Schematische Zeichnungen „leisten [...] einen Beitrag im Lernprozeß zu fachspezifischer Kodierung und Abstraktion“ (Merzyn, 1994, S. 20). Sie dienen vor allem dazu, Schulexperimente und Modellvorstellungen darzustellen (Merzyn, 1994, S. 21). Diagramme stellen funktionale Abhängigkeiten dar (Merzyn, 1994, S. 21).

Experimentierangaben können entweder als *Experimentbeschreibung* ein Demonstrationsexperiment darstellen oder als *Experimentieranleitung* zu einem Schülerexperiment auffordern (Merzyn, 1994, S. 22).

Tabellen dienen dazu, Fakten aufzulisten (Merzyn, 1994, S. 21-22).

Merkstoff ist meist aus dem normalen Text hervorgehoben und dient meist dazu, Gesetze zu formulieren, Begriffe zu erklären und zusammenzufassen (Merzyn, 1994, S. 22).

Aufgaben am Ende eines Abschnitts oder Kapitels dienen der Ergebnissicherung (Merzyn, 1994, S. 23).

„Die einzelnen Buchabschnitte haben [...] eine Gliederung ähnlich wie eine Schulstunde: Motivation und Problemstellung am Anfang, Versuch und Versuchsauswertung im Mittelpunkt, daraus hergeleitet das Ergebnis (die Problemlösung), schließlich Anwendung und Übung.“ (Merzyn, 1994, S. 28)

Aus der Schulbuchstruktur können wir also auf einen möglichen Unterrichtsgang schließen, der vermutlich sogar typisch ist.

Da wir analysieren wollen, wie das Phänomen des Bildes und das Modell des Strahls zueinander in Bezug gesetzt werden, wählen wir Ausführungen zur *phänomenologischen Methode* und zur *Modellmethode* als engeren theoretischen Rahmen.

Die Schritte der **phänomenologischen Methode** (Müller, 2017) sind wie folgt:

- P1: Phänomene im Alltag beobachten
- P2: Phänomene in Experimenten vermannigfachen
- P3: Phänomene ordnen
- P4: Phänomene formal beschreiben

Die Schritte der **Modellmethode** (Leisner-Bodenthin, 2006) sind wie folgt:

- M0: Phänomene beobachten
- M1: Modell entwickeln
- M2: Modell anwenden
- M3: Modell bewerten

Wir erkennen, dass der Schritt M0 die Schritte P1 bis P4 umfasst. Dementsprechend können wir die phänomenologische Methode und die Modellmethode zwecks Schulbuchanalyse zusammenführen:

- P1: Phänomene im Alltag beobachten
- P2: Phänomene in Experimenten vermannigfachen
- P3: Phänomene ordnen
- P4: Phänomene formal beschreiben
- M1: Modell entwickeln
- M2: Modell anwenden
- M3: Modell bewerten

Entsprechend der Vorüberlegungen können wir unsere Fragestellung für die Schulbuchanalyse formulieren.

Fragestellung für die Schulbuchanalyse

- Hauptfrage: Wie wird das Strahlenmodell eingeführt, in Bezug zu Phänomenen bei optischen Linsen, Prismen und Gittern?
 - Unterfrage 1: Durch welche dargestellten *Handlungen* werden die Schritte der phänomenologischen Methode und der Modellmethode verwirklicht und in welcher Reihenfolge werden diese Schritte umgesetzt?
 - Unterfrage 2: Welche Grobstruktur lässt sich aus den Feinstrukturen konstruieren?
 - Unterfrage 3: Welche Schwachpunkte sind aus didaktischer Sicht beim Umgang mit Phänomenen und Modellen zu finden?

Vorgehen bei der Schulbuchanalyse

Der folgende Ablaufplan für die Schulbuchanalyse wurde in Anlehnung an die Ablaufmodelle der induktiven Kategorienbildung und der formalen Strukturierung im Rahmen der Qualitativen Inhaltsanalyse (Mayring, 2010) entwickelt:

1. Formale Strukturierung

1. Formales Kriterium bestimmen: entspricht einem der Strukturelemente nach Merzyn (1994). Nicht berücksichtigt werden Aufgaben am Ende eines Kapitels.
2. Fundstellen gemäß den Strukturelementen bezeichnen
3. Fundstellen extrahieren

2. Explikation

1. Auswertungseinheit bestimmen
2. Material sammeln
3. Explizierende Paraphrasen formulieren

3. Induktive Kategorienbildung

1. Selektionskriterium und Abstraktionsniveau festlegen
2. Kategorien anhand des Materials formulieren
3. Kategorien überprüfen
4. Kategorien auf das Material anwenden
5. Kategorien interpretieren und zusammenfassen

4. Formale Strukturierung

1. Formales Kriterium bestimmen: thematisch (Handlungsarten)
2. Fundstellen gemäß induktiven Kategorien bezeichnen
3. Fundstellen extrahieren
4. Feinstruktur zusammenstellen: Jedem Strukturelement mindestens eine Handlungskategorie zuordnen; Handlungskategorien im Diagramm darstellen (horizontale Achse stellt die Abfolge der Strukturelemente gemäß Lesefluss dar, vertikale Achse stellt die Handlungsarten dar)
5. Grobstruktur konstruieren: Tendenzen, Lücken, Ballungen und ähnliches in den Diagrammen ablesen

Um das Schulbuchmaterial zunächst aufzubereiten und inhaltlich zu durchdringen, wurden die relevanten Abschnitte hinsichtlich der *Strukturelemente* analysiert. Überschriften der relevanten Kapitel und Abschnitte wurden übernommen. Innerhalb dieser Gliederung wurden die einzelnen Strukturelemente gemäß der leseüblichen Abfolge aufgelistet. Texte und Experimentierangaben wurden paraphrasiert beziehungsweise bei Bedarf wörtlich zitiert. Fotografien, bildhafte Zeichnungen, schematische Zeichnungen und Diagramme wurden ausführlich beschrieben. Merkstoff wurde wörtlich zitiert, Tabellen wurden kurz beschrieben.

Hierbei lautete das *Selektionskriterium*, dass entweder ein Schritt der phänomenologischen Methode erkennbar ist (und zwar in unmittelbarem Bezug zu optischen Phänomenen bei Linsen, Prismen beziehungsweise Gittern), oder dass ein Schritt der Modell-

methode erkennbar ist (und zwar in unmittelbarem Bezug zum Strahlenmodell). Schulbuch-Aufgaben und Experimente nach diesbezüglichem Merkstoff wurden bei der Analyse nicht berücksichtigt, da sie lediglich der Übung und Anwendung der gewonnenen Kenntnisse dienen, also weitestgehend unabhängig vom physikdidaktischen Zugang sind.

Um die wesentlichen Handlungen herauszuarbeiten, wurden die Schritte der phänomenologischen Methode und der Modellmethode als Analyseraster über das aufbereitete Material gelegt. Jeder Schritt wurde als Hauptkategorie angesehen, zu der Unterkategorien zu formulieren sind. Das angestrebte *Abstraktionsniveau* für die Kategorienbildung entsprach jenem, das üblicherweise bei der Formulierung von optischen Gesetzmäßigkeiten verwendet wird. Beispielsweise wurden Autos, LEDs und Rot, Grün oder Blau als Gegenstand, (punktartige) Lichtquelle beziehungsweise verschiedene Farben verallgemeinert, solange das Spezifische nicht wesentlich erschien.

Ergebnisse der Schulbuchanalyse

1. Thema Linse

Tab. B1: Kategorien für Handlungen zum Thema Linse

| Kategoriendefinition | | | Ankerbeispiel |
|----------------------|------|--|--|
| P1 | P1L1 | Lichtfleck mit Linse im Sonnenlicht erzeugen | „Mit einer Linse kann man Sonnenlicht in einem Punkt bündeln.“ (Kienle & Pardall, 2014, S. 72) „[...] Regentropfen auf den Blättern der Pflanze im Sonnenlicht. [...] Die Blätter haben regelrechte ‚Verbrennungen‘ dort, wo sich eben noch Wassertropfen befunden haben.“ (Appel et al., 2006, S. 76) |
| | P1L2 | Linse oder Wassertropfen als Lupe nutzen | „Die ‚Flohlupe‘ [...] war ein notwendiger Gebrauchsgegenstand.“ (Dekorsy et al., 2006, S. 65) |
| P2 | P2L1 | Ausgedehnte Lichtquelle unscharf abbilden | „Wird hinter das Loch im Vorhang eine Sammellinse gehalten, so wird das Bild heller, aber in den meisten Fällen auch undeutlicher.“ (Appel et al., 2006, S. 79) |
| | P2L2 | Ausgedehnte Lichtquelle scharf abbilden | „Wir halten eine Sammellinse gegenüber einem sonnenbeschienenen Fenster vor eine weiße Wand. In einer bestimmten Entfernung zur Wand sehen wir auf der Wand ein deutliches, verkleinertes Bild der Fensteröffnung.“ (Dekorsy et al., 2006, S. 70) „Mit einer Sammellinse erzeugen wir [...] das Bild einer brennenden Kerze.“ (Dekorsy et al., 2006, S. 70) |

| | | | |
|-----------|------|--|--|
| | P2L3 | Punktförmige Lichtquelle(n) mit großer Lochblende abbilden | „Eine Lochkamera bildet jeden Lichtpunkt als kleinen Bildfleck ab.“ (Boysen et al., 2007, S. 60) |
| | P2L4 | Punktförmige Lichtquelle(n) unscharf abbilden | „Der Glühdraht stellt annähernd eine punktförmige Lichtquelle dar. [...] Stelle den Schirm dicht hinter die Linse und schiebe ihn langsam weg. Wie verändert sich der Lichtfleck?“ (Boysen et al., 2007, S. 59) |
| | P2L5 | Punktförmige Lichtquelle(n) scharf abbilden | „Erzeuge mit einer Sammellinse das Bild einer kleinen Glühlampe.“ (Boysen et al., 2007, S. 59) |
| | P2L6 | Durch Linse schauen | „Entfernt man den Schirm und blickt von hinten in Richtung Linse, [...]“. (Dekorsy et al., 2006, S. 70) „Ein Betrachter sieht allerdings beim Blick durch die Linse virtuelle Bilder, [...]“. (Dekorsy et al., 2006, S. 73) |
| | P2L7 | Linse teilweise abdecken | „Dann wird die obere Hälfte der Linse mit einem undurchsichtigen Gegenstand abgedeckt.“ (Dekorsy et al., 2006, S. 70) |
| | P2L8 | Breites Lichtbündel durch Zylinderlinse lassen | „Zur genauen Betrachtung ist es zweckmäßig, das [breite] Lichtbündel mit geeigneten Blenden in schmalere Teilbündel zu zerlegen.“ (Appel et al., 2006, S. 77) |
| | P2L9 | Schmale(s) Lichtbündel durch Zylinderlinse lassen | „Wir lassen schmale Lichtbündel mit parallelen Begrenzungen aus verschiedenen Richtungen auf eine Linse treffen und beobachten die Lichtwege.“ (Dekorsy et al., 2006, S. 66) |
| P3 | P3L1 | Qualitative Zusammenhänge zwischen Messgrößen formulieren | „Je kleiner die Gegenstandsweite ist, desto größer ist das Bild.“ (Kienle & Pardall, 2014, S. 73) „Bei Annäherung der Kerze an die Linse (Gegenstandsweite g wird kleiner) muss [...] die Bildweite b vergrößert werden; das Bild wird dabei größer.“ (Appel et al., 2006, S. 79) |
| | P3L2 | Abbildungsfälle unterscheiden | „Bilder, die man auf einem Schirm auffangen kann, [...] entstehen, wenn sich der Gegenstand außerhalb der Brennweite befindet. Bei einer Lupe sehen wir ein Bild. Wir können es aber [...] nicht auf einem Schirm auffangen.“ (Meyer & Schmidt, 2015, S. 113) „Die Tabelle [...] zeigt, dass es dabei ganz besondere Abbildungsfälle für spezielle Werte von g und b gibt.“ (Appel et al., 2006, S. 79) |
| P4 | P4L | Formel aus Messergebnissen herleiten | „Messungen [...] ergeben die Werte in Tabelle 3. Ein Vergleich der Quotienten $b : g$ und $B : G$ zeigt, dass beide etwa gleich sind. Es gilt das Abbildungsgesetz: $B/G = b/g = A$ “ (Dekorsy et al., 2006, S. 72) |

| | | | |
|-----------|------|---|--|
| | | | „Werden [...] die Abstände vom Gegenstand bzw. Bild zum Brennpunkt betrachtet [...], so folgt mit denselben Messwerten die nach ihrem Entdecker als <i>Newton'sches Linsengesetz</i> bezeichnete Beziehung: $(g - f) \cdot (b - f) = f^2$ “ (Dekorsy et al., 2006, S. 73). |
| M1 | M1L1 | Schmale Lichtbündel als Strahlen denken | <p>„Wir denken uns schmale Lichtbündel als Lichtstrahlen.“ (Kienle & Pardall, 2014, S. 73)</p> <p>„Wir verwenden schmale Lichtbündel, so dass die Beobachtungen mit dem Modell vom ‚Lichtstrahl‘ beschrieben werden können.“ (Dekorsy et al., 2006, S. 67)</p> <p>„In ganz dünnen Lichtbündeln bewegen sich alle Photonen nahezu exakt in die gleiche Richtung. [...] Zur Darstellung der Lichtausbreitung können wir deshalb die aus der Geometrie bekannten Strahlen verwenden.“ (Appel et al., 2006, S. 77)</p> |
| | M1L2 | Ausgezeichnete Strahlen definieren | „Ein Parallelstrahl wird so gebrochen, dass er dann durch den Brennpunkt verläuft. [...] Ein Brennpunktstrahl wird so gebrochen, dass er dann parallel zur optischen Achse verläuft. [...] Ein Mittelpunktstrahl geht ungebrochen durch eine Sammellinse.“ (Meyer & Schmidt, 2015, S. 112) |
| M2 | M2L1 | Lichtausbreitung beschreiben | „Wir betrachten einen Lichtstrahl, der auf eine Glaskugel trifft (Abb. 1).“ (Dekorsy et al., 2006, S. 68) |
| | M2L2 | Bildentstehung erklären/vorhersagen | <p>„Mithilfe von Parallelstrahl, Brennstrahl und Mittelpunktstrahl lässt sich das bei einer Linse entstehende Bild ganz leicht konstruieren.“ (Appel et al., 2006, S. 80)</p> <p>„Steht die Kerze weit weg, dann laufen die Randstrahlen des einfallenden Lichtkegels nur wenig auseinander. Der Bildpunkt entsteht nah an der Linse.“ (Boysen et al., 2007, S. 61)</p> |
| | M2L3 | Formel aus Strahlenkonstruktion herleiten | „Aus dieser Konstruktion des optischen Bilds wird die Linsengleichung hergeleitet.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 160) |
| M3 | M3L | Ausgezeichnete Strahlen als reine Konstruktionslinien einstufen | <p>„Dabei spielt es keine Rolle, ob die eingezeichneten Lichtstrahlen überhaupt die Linse treffen oder nicht, denn es handelt sich nur um Hilfslinien zur Konstruktion.“ (Kienle & Pardall, 2014, S. 73)</p> <p>„Zur Bildkonstruktion darf man deshalb auch Lichtstrahlen verwenden, die in Wirklichkeit gar nicht durch die Linse gehen würden.“ (Dekorsy et al., 2006, S. 72)</p> |

| | | | |
|--|--|--|---|
| | | | „Diese Konstruktionsmethode führt auch zum Ziel, wenn der Gegenstand [...] viel größer ist als die Linse. Wir zeichnen die Mittelebene der Linse ein und können nun für Punkt P auch den Verlauf des Parallelstrahls konstruieren.“ (Appel et al., 2006, S. 80) |
|--|--|--|---|

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3L | |
| M2 | M2L3 | |
| | M2L2 | |
| | M2L1 | |
| M1 | M1L2 | |
| | M1L1 | |
| P4 | P4L | |
| P3 | P3L2 | |
| | P3L1 | |
| P2 | P2L9 | |
| | P2L8 | |
| | P2L7 | |
| | P2L6 | |
| | P2L5 | |
| | P2L4 | |
| | P2L3 | |
| | P2L2 | |
| | P2L1 | |
| P1 | P1L2 | |
| | P1L1 | |

Abb. B1(a): Handlungen zum Thema Linse im *Dorn-Bader*-Schulbuch (Bader & Oberholz, 2003) (Diagramm-Teil 1).

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3L | |
| M2 | M2L3 | |
| | M2L2 | |
| | M2L1 | |
| M1 | M1L2 | |
| | M1L1 | |
| P4 | P4L | |
| P3 | P3L2 | |
| | P3L1 | |
| P2 | P2L9 | |
| | P2L8 | |
| | P2L7 | |
| | P2L6 | |
| | P2L5 | |
| | P2L4 | |
| | P2L3 | |
| | P2L2 | |
| | P2L1 | |
| P1 | P1L2 | |
| | P1L1 | |

Abb. B1(b): Handlungen zum Thema Linse im *Dorn-Bader*-Schulbuch (Bader & Oberholz, 2003) (Diagramm-Teil 2).

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3L | |
| M2 | M2L3 | |
| | M2L2 | |
| | M2L1 | |
| M1 | M1L2 | |
| | M1L1 | |
| P4 | P4L | |
| P3 | P3L2 | |
| | P3L1 | |
| P2 | P2L9 | |
| | P2L8 | |
| | P2L7 | |
| | P2L6 | |
| | P2L5 | |
| | P2L4 | |
| | P2L3 | |
| | P2L2 | |
| | P2L1 | |
| P1 | P1L2 | |
| | P1L1 | |

Abb. B2: Handlungen zum Thema Linse im *Duden*-Schulbuch (Meyer & Schmidt, 2015).

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3L | |
| M2 | M2L3 | |
| | M2L2 | |
| | M2L1 | |
| M1 | M1L2 | |
| | M1L1 | |
| P4 | P4L | |
| P3 | P3L2 | |
| | P3L1 | |
| P2 | P2L9 | |
| | P2L8 | |
| | P2L7 | |
| | P2L6 | |
| | P2L5 | |
| | P2L4 | |
| | P2L3 | |
| | P2L2 | |
| | P2L1 | |
| P1 | P1L2 | |
| | P1L1 | |

Abb. B3: Handlungen zum Thema Linse im *Fokus*-Schulbuch (Boysen et al., 2007).

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3L | |
| M2 | M2L3 | |
| | M2L2 | |
| | M2L1 | |
| M1 | M1L2 | |
| | M1L1 | |
| P4 | P4L | |
| P3 | P3L2 | |
| | P3L1 | |
| P2 | P2L9 | |
| | P2L8 | |
| | P2L7 | |
| | P2L6 | |
| | P2L5 | |
| | P2L4 | |
| | P2L3 | |
| | P2L2 | |
| | P2L1 | |
| P1 | P1L2 | |
| | P1L1 | |

Abb. B4(a): Handlungen zum Thema Linse im *Impulse*-Schulbuch (Dekorsy et al., 2006) (Diagramm-Teil 1).

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3L | |
| M2 | M2L3 | |
| | M2L2 | |
| | M2L1 | |
| M1 | M1L2 | |
| | M1L1 | |
| P4 | P4L | |
| P3 | P3L2 | |
| | P3L1 | |
| P2 | P2L9 | |
| | P2L8 | |
| | P2L7 | |
| | P2L6 | |
| | P2L5 | |
| | P2L4 | |
| | P2L3 | |
| | P2L2 | |
| | P2L1 | |
| P1 | P1L2 | |
| | P1L1 | |

Abb. B4(b): Handlungen zum Thema Linse im *Impulse*-Schulbuch (Dekorsy et al., 2006) (Diagramm-Teil 2).

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3L | |
| M2 | M2L3 | |
| | M2L2 | |
| | M2L1 | |
| M1 | M1L2 | |
| | M1L1 | |
| P4 | P4L | |
| P3 | P3L2 | |
| | P3L1 | |
| P2 | P2L9 | |
| | P2L8 | |
| | P2L7 | |
| | P2L6 | |
| | P2L5 | |
| | P2L4 | |
| | P2L3 | |
| | P2L2 | |
| | P2L1 | |
| P1 | P1L2 | |
| | P1L1 | |

Abb. B5: Handlungen zum Thema Linse im *Spektrum*-Schulbuch (Appel et al., 2006).

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3L | |
| M2 | M2L3 | |
| | M2L2 | |
| | M2L1 | |
| M1 | M1L2 | |
| | M1L1 | |
| P4 | P4L | |
| P3 | P3L2 | |
| | P3L1 | |
| P2 | P2L9 | |
| | P2L8 | |
| | P2L7 | |
| | P2L6 | |
| | P2L5 | |
| | P2L4 | |
| | P2L3 | |
| | P2L2 | |
| | P2L1 | |
| P1 | P1L2 | |
| | P1L1 | |

Abb. B6: Handlungen zum Thema Linse im *Universum*-Schulbuch (Kienle & Pardall, 2014).

2. Thema Prisma

Tab. B2: Kategorien für Handlungen zum Thema Prisma

| Kategoriendefinition | | | Ankerbeispiele |
|----------------------|------|---|--|
| P1 | P1p1 | Farbeffekt an prismatischem Alltagsgegenstand betrachten | <p>„Du kennst vielleicht das farbiges Funkeln eines Kristallleuchters oder das farbiges Blitzen eines Brillanten.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 150)</p> <p>„Bewundernd bleiben wir vor dem schillernden Farbenspiel eines Kronleuchters oder einer Kristallvase stehen.“ (Appel et al., 2006, S. 98)</p> |
| | P1p2 | Regenbogen oder Nebenregenbogen betrachten | <p>„Ein schönes Naturschauspiel – der Regenbogen“ (Kienle & Pardall, 2014, S. 86)</p> <p>„Gelegentlich kommt es vor, dass sich neben dem <i>Hauptregenbogen</i> (bei ca. 42°) ein zweiter Bogen, der <i>Nebenregenbogen</i> (bei ca. 52°) zeigt. Er liegt also weiter außen. Bei ihm ist die Farbreihenfolge genau umgekehrt und er ist auch in der Intensität viel schwächer.“ (Appel et al., 2006, S. 104)</p> |
| P2 | P2p1 | Umgebung durch Prisma betrachten | „Halte ein Prisma vor dein Auge und schaue hindurch!“ (Meyer & Schmidt, 2015, S. 132) |
| | P2p2 | Weißes Streifen durch Prisma betrachten | „Lege einen dünnen Streifen Papier auf eine dunkle Fläche vor dich und betrachte ihn durch das Prisma!“ (Meyer & Schmidt, 2015, S. 132) |
| | P2p3 | Farbigen Streifen durch Prisma betrachten | „Ersetze den weißen Papierstreifen durch verschiedene andersfarbige Papierstreifen [und betrachte ihn durch das Prisma].“ (Meyer & Schmidt, 2015, S. 132) |
| | P2p4 | Beleuchteten Spalt durch Prisma betrachten | „Beleuchtet man eine Schlitzblende von hinten mit verschiedenen Lichtquellen und betrachtet sie durch ein Prisma, [...]“ (Boysen et al., 2007, S. 113) |
| | P2p5 | Weißes Spalt- oder Lochblendenbild durch Prisma projizieren | „Nun benutzen wir weißes Licht, also beispielsweise Sonnenlicht oder Licht einer Glühlampe. Wir erhalten eine scharfe Linie auf dem Schirm, wenn wir einen Spalt mit einer Linse kombinieren [...]. Wir stellen in den Lichtweg ein Prisma [...]“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 150) |
| | P2p6 | Schmales, weißes Lichtbündel durch Prisma lassen | <p>„Die Sonne oder Halogenlampen senden weißes Licht aus. Wenn ein schmales Bündel von diesem Licht auf ein Prisma gelenkt wird, [...]“ (Meyer & Schmidt, 2015, S. 132)</p> <p>„Ein schmales Bündel weißen Lichts trifft schräg auf eine ganz mit Wasser gefüllte Wanne. Von der Seite beobachtest du, dass das Licht zweimal seine Richtung ändert.“ (Dekorsy et al., 2006, S. 56)</p> |
| | P2p7 | Ausgewählte Spektralfarbe durch Prisma lassen | „Ein zweiter Spalt hinter dem Prisma lässt nur das rote Licht durch [...]. Das rote Licht fällt |

| | | | |
|-----------|-------|---|--|
| | | | <p>nun auf ein zweites Prisma.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 150)</p> <p>„Bei Versuchen mit einfarbigem Licht stellen wir fest, dass rotes Licht weniger stark gebrochen wird als gelbes oder gar blaues Licht (Bild 4).“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 150)</p> <p>„Haltet 50 cm vor den Schirm ein zweites Prisma in den Lichtweg. Dreht das Prisma so, dass eine Farbe aus dem Spektrum herausgelenkt wird.“ (Boysen et al., 2007, S. 107)</p> |
| | P2p8 | Alle oder einige Spektralfarben zusammenführen | <p>„Die vom Prisma aufgespaltenen Spektralfarben werden durch eine Linse an einer Stelle des Schirms vereinigt.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 151)</p> <p>„Welchen Farbeindruck erhalten wir, wenn wir nur einen Teil der farbigen Lichter vereinigen?“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 176)</p> |
| | P2p9 | Linienpektrum projizieren | (Abbildungen) |
| | P2p10 | Spektrum filtern | <p>„Halte verschiedene Filter in den Lichtweg. Welche Veränderungen erkennst du im Spektrum?“ (Boysen et al., 2007, S. 115)</p> <p>„Halte dann nacheinander farbige Kartons so auf den Schirm, dass alle Farben des Spektrums zur Hälfte auf dem Karton liegen.“ (Boysen et al., 2007, S. 115)</p> |
| P3 | P3p1 | Komplementärfarben gegenüberstellen | „Notiere paarweise die ausgeblendete Farbe und die Farbe des Schirmbildes.“ (Boysen et al., 2007, S. 115) |
| | P3p2 | Spektralfarben im Farbkreis anordnen | „[...] werden die sechs Farben des Spektrums der Reihe nach in einem Kreis angeordnet.“ (Appel et al., 2006, S. 100) |
| P4 | P4p | Winkel zwischen Kopfschatten und Regenbogen angeben | „Wenn du mit einem Arm zum Kopfschatten zeigst und mit dem anderen zu einer beliebigen Stelle des Regenbogens, schließen deine Arme immer einen 42°-Winkel ein – wie ein Zirkel, der einen Kreis zeichnet.“ (Boysen et al., 2007, S. 112) |
| M1 | - | - | - |
| M2 | M2p1 | Lichtausbreitung am Prisma beschreiben | „Beim Eintritt in das Prisma wird der Lichtstrahl zum Lot hin gebrochen; beim Austritt wird er vom Lot weg gebrochen.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 158). |
| | M2p2 | Entstehung des Schirmbildes erklären | (Zeichnungen) |
| | M2p3 | Entstehung eines Spektrums erklären | „Wie lässt sich erklären, dass [...] aus weißem Licht durch ein Prisma ein Spektrum erzeugt wird?“ (Dekorsy et al., 2006, S. 62) |

| | | | |
|-----------|------|--|--|
| | M2p4 | Entstehung einer Mischfarbe erklären | (Zeichnungen) |
| | M2p5 | Regenbogen oder Nebenregenbogen erklären | <p>„Im Winkel von $42,3^\circ$ zu den einfallenden Strahlen treten besonders viele rote Lichtstrahlen aus [...]“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 152)</p> <p>„Der Winkel zwischen Sonne, Tropfen und Beobachter beträgt [...] ungefähr 52°. Also fällt wegen des größeren Winkels nur das Licht aus höheren Tropfen in unser Auge als beim Hauptregenbogen.“ (Bader & Oberholz, 2003, S. 152)</p> |
| M3 | - | - | - |

| | | |
|-----------|-------|--|
| M3 | - | |
| M2 | M2p5 | |
| | M2p4 | |
| | M2p3 | |
| | M2p2 | |
| | M2p1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4p | |
| P3 | P3p2 | |
| | P3p1 | |
| P2 | P2p10 | |
| | P2p9 | |
| | P2p8 | |
| | P2p7 | |
| | P2p6 | |
| | P2p5 | |
| | P2p4 | |
| | P2p3 | |
| | P2p2 | |
| | P2p1 | |
| P1 | P1p2 | |
| | P1p1 | |

Abb. B7(a): Handlungen zum Thema Prisma im *Dorn-Bader-Schulbuch* (Bader & Oberholz, 2003) (Diagramm-Teil 1).

| | | |
|-----------|-------|--|
| M3 | - | |
| M2 | M2p5 | |
| | M2p4 | |
| | M2p3 | |
| | M2p2 | |
| | M2p1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4p | |
| P3 | P3p2 | |
| | P3p1 | |
| P2 | P2p10 | |
| | P2p9 | |
| | P2p8 | |
| | P2p7 | |
| | P2p6 | |
| | P2p5 | |
| | P2p4 | |
| | P2p3 | |
| | P2p2 | |
| | P2p1 | |
| P1 | P1p2 | |
| | P1p1 | |

Abb. B7(b): Handlungen zum Thema Prisma im *Dorn-Bader*-Schulbuch (Bader & Oberholz, 2003) (Diagramm-Teil 2).

| | | |
|-----------|-------|--|
| M3 | - | |
| M2 | M2p5 | |
| | M2p4 | |
| | M2p3 | |
| | M2p2 | |
| | M2p1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4p | |
| P3 | P3p2 | |
| | P3p1 | |
| P2 | P2p10 | |
| | P2p9 | |
| | P2p8 | |
| | P2p7 | |
| | P2p6 | |
| | P2p5 | |
| | P2p4 | |
| | P2p3 | |
| | P2p2 | |
| | P2p1 | |
| P1 | P1p2 | |
| | P1p1 | |

Abb. B8: Handlungen zum Thema Prisma im *Duden*-Schulbuch (Meyer & Schmidt, 2015).

| | | |
|-----------|-------|--|
| M3 | - | |
| M2 | M2p5 | |
| | M2p4 | |
| | M2p3 | |
| | M2p2 | |
| | M2p1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4p | |
| P3 | P3p2 | |
| | P3p1 | |
| P2 | P2p10 | |
| | P2p9 | |
| | P2p8 | |
| | P2p7 | |
| | P2p6 | |
| | P2p5 | |
| | P2p4 | |
| | P2p3 | |
| | P2p2 | |
| | P2p1 | |
| P1 | P1p2 | |
| | P1p1 | |

Abb. B9(a): Handlungen zum Thema Prisma im *Fokus*-Schulbuch (Boysen et al., 2007) (Diagramm-Teil 1).

| | | |
|-----------|-------|--|
| M3 | - | |
| M2 | M2p5 | |
| | M2p4 | |
| | M2p3 | |
| | M2p2 | |
| | M2p1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4p | |
| P3 | P3p2 | |
| | P3p1 | |
| P2 | P2p10 | |
| | P2p9 | |
| | P2p8 | |
| | P2p7 | |
| | P2p6 | |
| | P2p5 | |
| | P2p4 | |
| | P2p3 | |
| | P2p2 | |
| | P2p1 | |
| P1 | P1p2 | |
| | P1p1 | |

Abb. B9(b): Handlungen zum Thema Prisma im *Fokus*-Schulbuch (Boysen et al., 2007) (Diagramm-Teil 2).

| | | |
|-----------|-------|--|
| M3 | - | |
| M2 | M2p5 | |
| | M2p4 | |
| | M2p3 | |
| | M2p2 | |
| | M2p1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4p | |
| P3 | P3p2 | |
| | P3p1 | |
| P2 | P2p10 | |
| | P2p9 | |
| | P2p8 | |
| | P2p7 | |
| | P2p6 | |
| | P2p5 | |
| | P2p4 | |
| | P2p3 | |
| | P2p2 | |
| | P2p1 | |
| P1 | P1p2 | |
| | P1p1 | |

Abb. B10: Handlungen zum Thema Prisma im *Impulse*-Schulbuch (Dekorsy et al., 2006).

| | | |
|-----------|-------|--|
| M3 | - | |
| M2 | M2p5 | |
| | M2p4 | |
| | M2p3 | |
| | M2p2 | |
| | M2p1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4p | |
| P3 | P3p2 | |
| | P3p1 | |
| P2 | P2p10 | |
| | P2p9 | |
| | P2p8 | |
| | P2p7 | |
| | P2p6 | |
| | P2p5 | |
| | P2p4 | |
| | P2p3 | |
| | P2p2 | |
| | P2p1 | |
| P1 | P1p2 | |
| | P1p1 | |

Abb. B11: Handlungen zum Thema Prisma im *Spektrum*-Schulbuch (Appel et al., 2006).

| | | |
|-----------|-------|--|
| M3 | - | |
| M2 | M2p5 | |
| | M2p4 | |
| | M2p3 | |
| | M2p2 | |
| | M2p1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4p | |
| P3 | P3p2 | |
| | P3p1 | |
| P2 | P2p10 | |
| | P2p9 | |
| | P2p8 | |
| | P2p7 | |
| | P2p6 | |
| | P2p5 | |
| | P2p4 | |
| | P2p3 | |
| | P2p2 | |
| | P2p1 | |
| | P1p2 | |
| | P1p1 | |
| P1 | | |

Abb. B12: Handlungen zum Thema Prisma im *Universum*-Schulbuch (Kienle & Pardall, 2014).

3. Thema Gitter

Tab. B3: Kategorien für Handlungen zum Thema Gitter

| Kategoriendefinition | | | Ankerbeispiele |
|----------------------|------|--|--|
| P1 | P1g | Sonne oder Kerze durch alltägliche Gitterstrukturen betrachten | <p>„Sonne, durch Vogelfeder betrachtet“ (Boysen et al., 2005, S. 221).</p> <p>„Statt der Feder können Sie auch einen Seidenschal oder anderes feines Gewebe (z.B. einen Regenschirm) nehmen.“ (Boysen et al., 2005, S. 221)</p> <p>„Beobachten Sie die Reflexe von Kerzenlicht oder Sonnenlicht auf einer CD.“ (Boysen et al., 2005, S. 221)</p> |
| P2 | P2g1 | Kerze durch Gitter betrachten | „Eine Kerzenflamme wird aus einiger Entfernung durch eine Blende mit etwa 50 parallelen Spalten pro mm betrachtet.“ (Bredthauer et al., 2011, S. 204) |
| | P2g2 | Punkt- oder linienförmige Lampe durch Gitter betrachten | „Die von der punktförmigen Lichtquelle P ausgehenden Strahlen werden in Richtung α gebeugt. [...] Hier werden sie von der Augenlinse auf die Netzhaut abgebildet.“ (Grehn & Krause, 2002, S. 299) |
| | P2g3 | Beleuchteten Spalt durch Gitter betrachten | „Als Lichtquelle dient der Beleuchtungsspalt B, der von einer Experimentierlampe bestrahlt wird. Wenn man ihn durch ein Gitter [...] betrachtet, [...]“ (Boysen et al., 2005, S. 222) |

| | | | |
|-----------|------|--|--|
| | P2g4 | Spaltbild durch Gitter projizieren | „Man stellt ein Gitter vor einen Beleuchtungsspalt, den man zuvor mit einer Linse scharf auf einen Schirm abgebildet hat [...].“ (Grehn & Krause, 2002, S. 296) |
| | P2g5 | Lampenbild durch Gitter projizieren | „Bei Beleuchtung [einer CD] mit einer roten LED sieht man auf dem Schirm scharf ausgeprägte Maxima.“ (Bredthauer et al., 2011, S. 221) |
| | P2g6 | Mit Laser durch Gitter leuchten | „Für den Versuch mit Laserlicht benötigt man nur den Laser und das Gitter.“ (Grehn & Krause, 2002, S. 296) |
| | P2g7 | Spektrum filtern | „[...] rechts und links eine Vielzahl von Flammen in bunten Farben. Hält man ein Farbglass vor die Flamme, [...]“ (Bredthauer et al., 2011, S. 204) |
| | P2g8 | Abstand zwischen reellen Maxima auf Maßstab ablesen | „[Man misst] die Entfernung l zum Schirm und die Entfernung a_1 des 1. Maximums zum zentralen Maximum.“ (Bredthauer et al., 2011, S. 221) |
| | P2g9 | Abstand zwischen virtuellen Maxima auf Maßstab ablesen | „Der scheinbare Abstand b für rotes, gelbes, grünes und blaues Licht wird auf einem Maßstab abgelesen, der in der Blendenebene angebracht ist.“ (Boysen et al., 2005, S. 222) |
| P3 | P3g1 | Spektren gemäß Aussehen einteilen | „Das [kontinuierliche] Spektrum umfasst den gesamten sichtbaren Bereich oder Teile davon ohne Lücken. [...] Das [Linien-]Spektrum besteht aus einzelnen, scharf begrenzten Linien, denen eindeutig eine bestimmte Wellenlänge zugeordnet werden kann.“ (Meyer & Schmidt, 2011, S. 406) |
| | P3g2 | Spektren gemäß Entstehung einteilen | „Es ist ein so genanntes <i>Absorptionsspektrum</i> . Die anderen Spektren sind <i>Emissionsspektren</i> .“ (Grehn & Krause, 2002, S. 577) |
| | P3g3 | Spektren gefiltert und ungefiltert gegenüberstellen | „Die Überlagerung der Gitterspektren höherer Ordnung erklärt sich aus der Lage der Linien des blauen und roten Lichtes.“ (Grehn & Krause, 2002, S. 296) |
| P4 | P4g | Abstände in Ablenkwinkel übersetzen | „Aus den Abständen b und a erhalten Sie die Ablenkwinkel für die verschiedenen Farben des Maximums 1. Ordnung [...].“ (Boysen et al., 2005, S. 222) |
| M1 | - | - | - |
| M2 | M2g1 | Lichtausbreitung am Gitter beschreiben | (Zeichnungen) |
| | M2g2 | Entstehung des Beugungsbilds erklären | „Nur genau in diesen Richtungen sind also die hellen Streifen zu erwarten.“ (Grehn & Krause, 2002, S. 296) |
| | M2g3 | Wellenrichtung angeben | „[...] dass sich zu einem beliebigen Strahl ein anderer Parallelstrahl mit einem Gangunterschied von einem ungeradzahligen Vielfachen einer halben Wellenlänge findet [...].“ (Grehn & Krause, 2002, S. 296) |
| | M2g4 | Gitterformel herleiten | „Beim Gitter mit der Gitterkonstanten g liegen die Hauptmaxima für Licht der Wellenlänge λ in den Richtungen α_n , für die gilt: $n \lambda = g \sin \alpha_n$ mit $n = 0, 1, 2, \dots$ (n Ordnungszahl der Hauptmaxima).“ |

| | | | |
|-----------|------|--------------------------------------|---|
| | | | (Grehn & Krause, 2002, S. 297) |
| M3 | M3g1 | Als Teil des Wellenmodells einstufen | „Das Wellenmodell beinhaltet das Strahlenmodell.“ (Bredthauer et al., 2011, S. 221) |
| | M3g2 | Anwendungsbereiche abgrenzen | „Das Wellenmodell des Lichtes erweitert das Strahlenmodell. Neben der Ausbreitung, Reflexion, Brechung und Dispersion können mit dem Wellenmodell auch Beugung und Interferenz beschrieben werden.“ (Bredthauer et al., 2011, S. 221) |

| | | | |
|-----------|------|--|--|
| M3 | M3g2 | | |
| | M3g1 | | |
| M2 | M2g4 | | |
| | M2g3 | | |
| | M2g2 | | |
| | M2g1 | | |
| | | | |
| M1 | - | | |
| P4 | P4g | | |
| P3 | P3g3 | | |
| | P3g2 | | |
| | P3g1 | | |
| P2 | P2g9 | | |
| | P2g8 | | |
| | P2g7 | | |
| | P2g6 | | |
| | P2g5 | | |
| | P2g4 | | |
| | P2g3 | | |
| | P2g2 | | |
| | P2g1 | | |
| | | | |
| P1 | P1g | | |

Abb. B13: Handlungen zum Thema Gitter im *Cornelsen-Schulbuch* (Boysen et al., 2005).

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3g2 | |
| | M3g1 | |
| M2 | M2g4 | |
| | M2g3 | |
| | M2g2 | |
| | M2g1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4g | |
| P3 | P3g3 | |
| | P3g2 | |
| | P3g1 | |
| P2 | P2g9 | |
| | P2g8 | |
| | P2g7 | |
| | P2g6 | |
| | P2g5 | |
| | P2g4 | |
| | P2g3 | |
| | P2g2 | |
| | P2g1 | |
| P1 | P1g | |

Abb. B14: Handlungen zum Thema Gitter im *Duden*-Schulbuch (Meyer & Schmidt, 2011).

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3g2 | |
| | M3g1 | |
| M2 | M2g4 | |
| | M2g3 | |
| | M2g2 | |
| | M2g1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4g | |
| P3 | P3g3 | |
| | P3g2 | |
| | P3g1 | |
| P2 | P2g9 | |
| | P2g8 | |
| | P2g7 | |
| | P2g6 | |
| | P2g5 | |
| | P2g4 | |
| | P2g3 | |
| | P2g2 | |
| | P2g1 | |
| P1 | P1g | |

Abb. B15: Handlungen zum Thema Gitter im *Metzler*-Schulbuch (Grehn & Krause, 2002).

| | | |
|-----------|------|--|
| M3 | M3g2 | |
| | M3g1 | |
| M2 | M2g4 | |
| | M2g3 | |
| | M2g2 | |
| | M2g1 | |
| M1 | - | |
| P4 | P4g | |
| P3 | P3g3 | |
| | P3g2 | |
| | P3g1 | |
| P2 | P2g9 | |
| | P2g8 | |
| | P2g7 | |
| | P2g6 | |
| | P2g5 | |
| | P2g4 | |
| | P2g3 | |
| | P2g2 | |
| | P2g1 | |
| P1 | P1g | |

Abb. B16: Handlungen zum Thema Gitter im *Impulse*-Schulbuch (Bredthauer et al., 2011).

Anhang C

Fragebogen für die siebte Klassenstufe

Liebe/r Schüler/in

mit diesem Fragebogen möchte ich dein Vorwissen und deine Vorstellungen zu Linsen, Prismen und Lichtstrahlen erfassen. Die anonyme Erfassung dient als Grundlage für die Entwicklung eines neuen Zugangs zum Unterrichtsthema Strahlenoptik.

Bitte kreuze jeweils die richtige Antwort an beziehungsweise schreibe deine Antwort in das jeweilige graue Feld.

Vielen Dank.

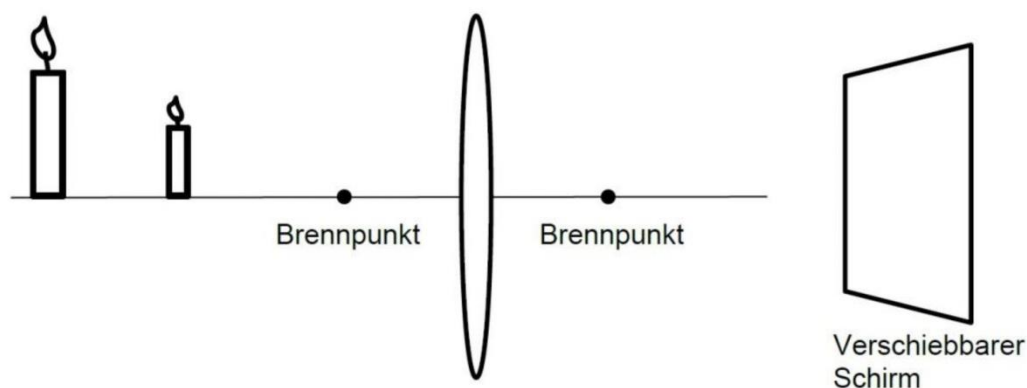
Sascha Grusche, Dozent an der Pädagogischen Hochschule Weingarten

Geschlecht: ☐ weiblich ☐ männlich

TEIL 1: LINSEN

1.1 Linsenverwendung. Wozu kann man eine Linse verwenden?

1.2 Zwei Kerzen vor Linse. Zwei Kerzen sollen mit einer Sammellinse auf einem Schirm abgebildet werden. Der Schirm wird rechts von der Linse aufgestellt.

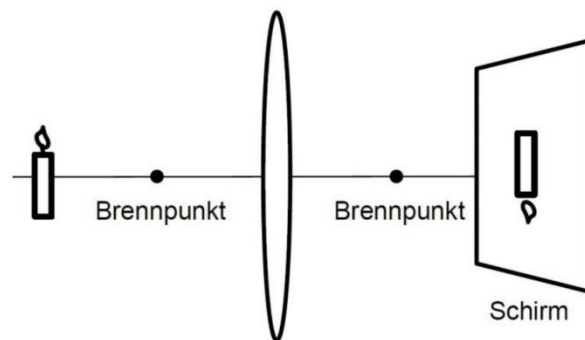


a) Beide Kerzen sollen gleichzeitig scharf abgebildet werden. In wie vielen verschiedenen Entfernungen von der Linse kannst du den Schirm aufstellen? Wähle 1 Antwort.




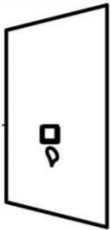
- A Es gibt eine Schirmposition, bei der beide Kerzen scharf abgebildet werden.
- B Es gibt zwei Schirmpositionen, bei denen beide Kerzen scharf abgebildet werden.
- C Es gibt unendlich viele Schirmpositionen, bei denen beide Kerzen scharf abgebildet werden.
- D Es gibt keine Schirmposition, bei der beide Kerzen gleichzeitig scharf abgebildet werden.

b) Warum? Welche physikalische Erklärung hast du für deine Entscheidung?

1.3 Halb abgedeckte Linse. Eine Kerze wird mit einer Sammellinse am Schirm abgebildet. Dann wird der obere Teil der Linse mit einem Karton abgedeckt.



a) Wie wirkt sich der Karton vor der Linse auf das Bild am Schirm aus?

| | | | |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| <p>A Das Bild bleibt unverändert.</p> | <p>B Das ganze Bild ist sichtbar, aber weniger gut ausgeleuchtet.</p> | <p>C Die untere Bildhälfte verschwindet.</p> | <p>D Die obere Bildhälfte verschwindet.</p> |

b) Warum? Welche physikalische Erklärung hast du für deine Entscheidung?

TEIL 2: PRISMEN

2.1 Prismaverwendung. Wozu kann man ein Glasprisma verwenden?

2.2 Projektion. Mit einem Beamer wird ein weißer Kreis (umgeben von Schwarz) an die Wand projiziert. Dann wird ein Prisma vor den Beamer gestellt.

a) Skizziere, was an der Wand zu sehen sein wird.

b) Welche physikalische Erklärung hast du für deine Vermutung?

2.3 Inspektion. Eine weiße Tasse vor schwarzem Hintergrund wird mit Sonnenlicht beleuchtet. Stell dir vor, du hältst ein Prisma ans Auge und betrachtest dadurch die Tasse aus etwa einem halben Meter Abstand.

a) Skizziere, was zu sehen sein wird.

b) Welche physikalische Erklärung hast du für deine Vermutung?

Teil 3: LICHTSTRAHLEN

3. Was verstehst du unter einem Lichtstrahl?

Anhang D

Leitfaden für die Vermittlungsexperimente

Im Folgenden ist der Leitfaden für die Vermittlungsexperimente mit den Siebtklässlern dargestellt. Er wurde so kurz wie möglich gehalten, damit die Lehrperson so flexibel wie möglich auf die Aussagen der Lernenden reagieren konnte. Der Leitfaden für die Vermittlungsexperimente mit den Studierenden sah ähnlich aus.

Prisma

- *Sage vorher, beschreibe und erkläre, was durch das Prisma zu sehen ist.*
- *Beschreibe die Gemeinsamkeiten und Unterschiede der verschiedenfarbigen Bilder. Erkläre das bunte Gesamtbild anhand der verschiedenfarbigen Einzelbilder.*
- *Zeichne die roten und blauen Strahlen in die Vorlage ein. Beschreibe, was du unter Strahlen verstehst.*

-
- *Sage vorher, beschreibe und erkläre, was auf dem Schirm zu sehen ist.*
 - *Beschreibe die Gemeinsamkeiten und Unterschiede der verschiedenfarbigen Bilder. Erkläre das bunte Gesamtbild anhand der verschiedenfarbigen Einzelbilder.*
 - *Zeichne die roten und blauen Strahlen in die Vorlage ein. Beschreibe, was du unter Strahlen verstehst.*

Linse

- *Sage vorher und beobachte, ob beide Gegenstände gleichzeitig scharf abgebildet werden können. Erkläre, wodurch das unscharfe Bild zustande kommt.*
- *Sage vorher, beschreibe und erkläre, was auf dem Schirm zu sehen ist, wenn eine Pappe mit 3 Löchern vor die Linse gesetzt wird.*
- *Erkläre anhand der 3 scharfen Einzelbilder, warum bei offener Linse (mindestens) einer der beiden Gegenstände unscharf abgebildet wird.*
- *Zeichne die Strahlen zwischen dem Gegenstand und seinen 3 Einzelbildern ein. Beschreibe, was du unter Strahlen verstehst.*

Anhang E

Newtons *experimentum crucis* im Maßstab 1:10

Newtons *experimentum crucis* im Maßstab 1:10 kann leicht zur Sonne hin ausgerichtet werden, siehe Abbildung E1(a). Wenn die Auswahlblende *A* ein Spalt ist, sieht man auf dem Schirm hinter dem zweiten Prisma *P2* ein mehrfarbiges, elliptisches Sonnenbild, siehe Abbildungen E1(b)-(d).

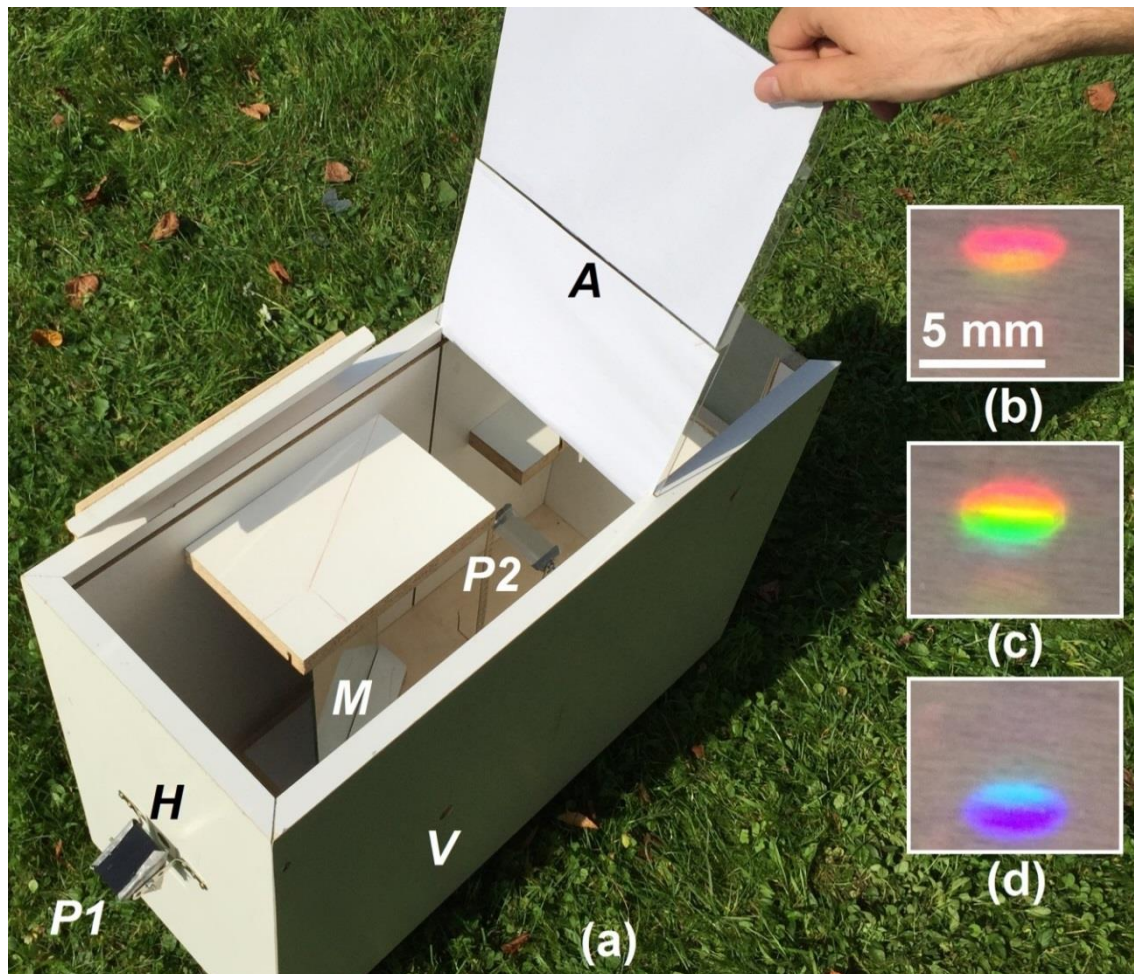


Abb. E1: Newtons *experimentum crucis* im Maßstab 1:10. (a) Aufbau mit erstem Prisma *P1*, abbildender Lochblende *H*, Auswahlblende *A* (bestehend aus einem Glas, auf das zwei Blatt Papier geklebt sind) sowie zweitem Prisma *P2*. Wenn die Auswahlblende *A* vor das Prisma *P2* gesetzt wird und das Dach des Puppenhauses geschlossen ist, kann man das Sonnenspektrum (auf *A* erzeugt durch *P1* und *H*) über den Spiegel *M* durch das Guckloch *V* betrachten. (b)-(d) Das finale Bild auf einem transluzenten Schirm hinter Prisma *P2*, für verschiedene Drehwinkel des Prismas *P1*.